

Маслак А. А.¹, Моисеев С. И.², Осипов С. А.³, Поздняков С. А.⁴¹Д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры математики, информатики и методики их преподавания, зав. лабораторией объективных измерений, Филиал Кубанского государственного университета в г. Славянске-на-Кубани, г. Славянск-на-Кубани, Россия²Канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент кафедры прикладной информатики и математики, Институт менеджмента, маркетинга и финансов, г. Воронеж, Россия³Канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры математики, информатики и методики их преподавания, Филиал Кубанского государственного университета в г. Славянске-на-Кубани, г. Славянск-на-Кубани, Россия⁴Канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры математики, информатики и методики их преподавания, Филиал Кубанского государственного университета в г. Славянске-на-Кубани, г. Славянск-на-Кубани, Россия

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ЛАТЕНТНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ДИАПАЗОНА ВАРЬИРОВАНИЯ НАБОРА ИНДИКАТОРОВ

Актуальность. Важным практическим аспектом является увеличение точности измерения латентной переменной, поскольку от этого зависит эффективность принимаемых решений. Одним из возможных способов увеличения точности измерения является выбор наилучшего расположения диапазона набора индикаторов относительно латентной переменной.

Цель. Целью работы является исследование влияния расположения набора индикаторов относительно латентной переменной на точность ее измерения. Для достижения поставленной цели необходимо сгенерировать матрицы данных на основе модели Раша; получить оценки латентной переменной; сравнить полученные оценки латентной переменной с теми значениями, которые использовались при моделировании.

Метод. Учитывая то, что модель измерения латентной переменной является нелинейной, аналитическое решение затруднено. Поэтому исследование проводилось на основе имитационного моделирования в рамках теории измерения латентных переменных. Данные имитационного эксперимента описывались моделью Раша для дихотомических индикаторов и обрабатывались в диалоговой системе «Измерение латентных переменных».

Результаты. В рамках теории латентных переменных на основе имитационного моделирования проведено исследование точности измерения латентной переменной в зависимости от расположения диапазона варьирования индикаторов. На основе дисперсионного анализа показано, что уменьшение диапазона индикаторов внутри диапазона варьирования латентной переменной повышает точность ее измерения при прочих равных условиях. Точность измерения латентной переменной выше в центре диапазона ее варьирования, чем по краям независимо от диапазона варьирования индикаторов.

Выводы. Предложена методика анализа точности измерения латентной переменной в зависимости от расположения диапазона индикаторов. В отличие от существующей точки зрения, что диапазон варьирования индикаторов должен покрывать диапазон варьирования латентной переменной, показано, что наибольшая точность измерения латентной переменной достигается при варьировании индикаторов в середине диапазона латентной переменной при прочих равных условиях. Полученные результаты использованы для выбора оптимального алгоритма адаптивного тестирования. Представляет интерес расширить исследование и оценить влияние других диапазонов варьирования латентной переменной и набора индикаторов на точность измерения.

Ключевые слова: латентная переменная, дихотомическая модель Раша, точность измерения, имитационное моделирование.

НОМЕНКЛАТУРА

P_{ij} – вероятность правильного ответа («1») i -го студента на j -е задание ($i = 1, 2, \dots, 40; j = 1, 2, \dots, 40$);

β_i – i -е значение латентной переменной;

δ_j – значение j -го индикатора;

x_{ij} – элемент матрицы тестирования, состоящий из единиц и нулей;

$\text{Int}(Y)$ – целая часть числа Y ;

Rnd – случайное число в интервале (0; 1);

$\hat{\beta}_i$ – оценка i -го значения латентной переменной;

$|\beta - \hat{\beta}_i|$ – абсолютная ошибка измерения;

SE – среднеквадратическое отклонение (стандартная ошибка);

Логит – единица измерения латентной переменной.

ВВЕДЕНИЕ

Трудно переоценить значимость измерений, измерение является неотъемлемым компонентом научного познания. Важность измерений в научных исследовани-

ях объясняется следующим. Одной из самых главных функций науки является прогноз, который возможен только на основе найденных закономерностей. А чтобы найти закономерности надо научиться измерять интересные нас величины. Если мы не можем измерять напряжение, силу тока и сопротивление, мы не можем установить закон Ома.

Здесь уместно привести высказывания знаменитых ученых:

– «Наука начинается с тех пор, как начинают измерять» (Д. И. Менделеев);

– «Если вы можете измерить то, о чем говорите, и выразить это числом, вы что-то знаете об этом. Но если вы не можете это измерить, не можете выразить это числом, ваше знание является скудным и недостаточным» (Уильям Томсон, лорд Кельвин).

Теория измерения латентных переменных как раз и позволяет формализовать (операционально определить) важные в предметной области конструкты (латентные переменные), которые и являются необходимой основой для установления закономерностей. Именно отсут-

стве таких формализованных конструкторов является одной из причин того, что многие социальные науки до сих пор являются преимущественно описательными.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Целью работы является исследование точности измерения латентной переменной в зависимости от диапазона варьирования индикаторов. Учитывая то, что модель измерения латентной переменной (логистическая модель) является нелинейной, аналитическое решение затруднено. Поэтому исследование проводилось на основе имитационного моделирования в рамках теории измерения латентных переменных.

Не снижая общности исследования, для удобства интерпретации в качестве значений латентной переменной выбирается уровень подготовленности студентов, а в качестве индикаторов тестовые задания. Использовалась модель Раша для дихотомических индикаторов:

$$P_{ij} = \frac{e^{\beta_i - \delta_j}}{1 + e^{\beta_i - \delta_j}},$$

где P_{ij} – вероятность правильного ответа i -ого студента на j -ое тестовое задание, β_i – уровень подготовленности i -го студента, δ_j – трудность задания. Отметим, что в рамках теории латентных переменных измерения латентных переменных осуществляются в логитах [1].

В исследовании латентная переменная варьируется в диапазоне $[-4,0; +4,0]$ логит, число значений латентной переменной (число студентов) выбрано равным 40, которые равномерно распределены в этом диапазоне. Трудность индикаторов (число тестовых заданий) варьируется в диапазонах $[-0,5; +0,5]$, $[-1,0; +1,0]$, $[-1,5; +1,5]$, ..., $[-6,0; +6,0]$. Число индикаторов выбрано равным 40, которые также равномерно распределены в этих интервалах варьирования.

Для достижения поставленной цели необходимо:

- сгенерировать матрицы данных в выбранных интервалах варьирования;
- получить оценки латентной переменной для измеряемых объектов;
- сравнить полученные оценки латентной переменной с теми значениями, которые использовались при моделировании;
- дать рекомендации по использованию интервалов варьирования индикаторов для измерения латентной переменной.

2 ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Теория измерения латентных переменных находит все более широкое применение в образовании и других социальных системах [1–5]. Исследованию точности измерения латентных переменных уделялось большое внимание с самого начала разработки теории измерения латентных переменных [6]. Точность измерения латентной переменной является важным аспектом измерения, так как от этого зависит корректность принимаемых решений [7, 8]. Практика показывает, что точность измерения латентных переменных зависит от множества факторов. Проведенные исследования позволили установить

зависимости точности измерения латентных переменных от числа индикаторов, числа уровней, на которых варьируются индикаторы, от коррелированности индикаторов и других факторов [9–13].

Необходимо отметить, что от точности измерения латентной переменной зависит и выбор алгоритмов адаптивного тестирования [14–15].

Распространено мнение, что диапазон варьирования индикаторов должен соответствовать диапазону варьирования измеряемой латентной переменной [16]. Однако, практика показывает, что это не всегда так [17]. Это и обусловило проведение данного исследования.

3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Для имитационного моделирования матрицы результатов тестирования использовалась диалоговая система RMD [18]. В целях удобства интерпретации результатов моделирования прием Процедура имитационного моделирования состоит в следующем. Прежде всего, вычисляется p_{ij} – вероятность правильного ответа i -го студента на j -ое задание по формуле (1). Затем на основе вычисленных вероятностей генерируются результаты тестирования:

$$x_{ij} = \text{Int}(P_{ij} - \text{Rnd} + 1), \quad (2)$$

где $\text{Int}(Y)$ – целая часть числа Y , Rnd – случайное число в интервале $(0; 1)$.

Для увеличения точности исследования имитационный эксперимент был проведен в трех кратной повторности.

Обработка данных осуществлялась в рамках теории измерения латентных переменных. Для оценки латентной переменной использовалась диалоговая система ИЛП [19, 20].

4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Фрагмент матрицы результатов тестирования для диапазона варьирования индикаторов $[-2,0; +2,0]$ представлен в табл. 1.

Оценки и ошибки измерения латентной переменной для выше приведенного фрагмента данных (табл. 1) представлены в табл. 2.

В столбце 2 этой таблицы представлены истинные значения латентной переменной (которые использовались при моделировании), в столбце 3 – оценки латентной переменной, в столбце 4 – среднее квадратическое отклонение оценок латентной переменной. В столбце 5 показана абсолютная разность между истинным значением латентной переменной и ее оценкой.

5 РЕЗУЛЬТАТЫ

Обобщенные результаты измерения латентной переменной представлены на рис. 1.

В верхней части рис. 1 находится гистограмма, показывающая распределение оценок измеряемых объектов, в нижней части рисунка показано распределение оценок индикаторов на той же самой шкале латентной переменной.

Исходя из представленной на этом рисунке информации, можно сделать следующие выводы:

- диапазон варьирования оценок объектов оказался несколько большим, чем использовался при моделировании $[-4,0; +4,0]$ логит;

Таблица 1 – Фрагмент матрицы тестирования

№	Латентная переменная (логит)	Индикаторы (логит)									
		-2,00	-1,90	-1,79	-1,69	-1,59	-1,49	-1,38	-1,28	-1,18	-1,08
1	4,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	3,79	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	3,59	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	3,38	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5	3,18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
6	2,97	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
7	2,77	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
8	2,56	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
9	2,36	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
10	2,15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
11	1,95	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
12	1,74	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
13	1,54	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
14	1,33	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
15	1,13	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0
16	0,92	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1
17	0,72	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
18	0,51	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
19	0,31	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
20	0,10	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0
21	-0,10	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1
22	-0,31	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
23	-0,51	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
24	-0,72	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1
25	-0,92	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0
26	-1,13	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
27	-1,33	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0
28	-1,54	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0
29	-1,74	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0
30	-1,95	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1

Таблица 2 – Фрагмент оценок латентной переменной

№ п/п	Значение латентной переменной β_i	Оценка латентной переменной $\hat{\beta}_i$	Среднеквадратическое отклонение SE	Абсолютная ошибка $ \beta - \hat{\beta}_i $
1	4,000	3,575	0,771	0,425
2	3,795	4,125	1,050	0,331
3	3,590	4,125	1,050	0,536
4	3,385	2,820	0,579	0,565
5	3,179	3,156	0,650	0,024
6	2,974	4,125	1,050	1,151
7	2,769	4,125	1,050	1,356
8	2,564	2,820	0,579	0,255
9	2,359	2,820	0,579	0,461
10	2,154	2,062	0,473	0,092
11	1,949	1,314	0,413	0,635
12	1,744	1,857	0,452	0,113
13	1,538	0,992	0,397	0,546
14	1,333	2,062	0,473	0,729
15	1,128	0,992	0,397	0,136
16	0,923	0,546	0,382	0,377
17	0,718	1,150	0,405	0,432
18	0,513	0,403	0,379	0,110
19	0,308	0,263	0,377	0,045
20	0,103	0,263	0,377	0,160
21	-0,103	0,123	0,375	0,226
22	-0,308	0,840	0,391	1,147
23	-0,513	-0,153	0,374	0,360
24	-0,718	-0,430	0,377	0,288
25	-0,923	-1,007	0,393	0,084
26	-1,128	-0,713	0,382	0,416
27	-1,333	-1,160	0,400	0,173
28	-1,538	-1,662	0,432	0,124
29	-1,744	-2,051	0,469	0,308
30	-1,949	-2,051	0,469	0,103

Для досягнення проведення цілей дослідження нижче проводиться аналіз абсолютної помилки вимірювання латентної змінної в залежності від інтервала варіювання індикаторів. В термінах планування експеримента досліджуються наступні фактори:

- фактор А – підготовленість студентів, варіюється на 40 рівнях;
- фактор В – діапазон варіювання індикаторів, варіюється на 12 рівнях;
- блок-фактор С варіюється на трьох рівнях.

Для зручності інтерпретації впливу факторів і їх взаємодії в якості методу статистичкої обробки використовується дисперсійний аналіз. Результати дисперсійного аналізу представлені в табл. 3.

6 ОБСУЖДЕНИЕ

Проінтерпретируем полученные результаты дисперсионного анализа.

1. Результаты дисперсионного анализа (табл. 3) свидетельствуют о том, что фактор А является статистически значимым на очень высоком уровне ($p < 0,001$). Это означает, что в среднем по всем интервалам варьирования

индикаторов и повторений точность измерения латентной переменной зависит от ее значения. Соответствующие средние значения представлены в табл. 4.

Иллюстрация этого эффекта представлена на рис. 2.

Этот рисунок свидетельствует о том, что наибольшая точность измерения латентной переменной в середине исследуемого диапазона варьирования латентной переменной и наименьшая – по краям.

2. Фактор В также значим на очень высоком эмпирическом уровне значимости ($p = 0,016$). Это означает то, что в среднем для всех значений латентной переменной точность измерения зависит от интервала варьирования индикаторов (рис. 3). Соответствующие средние ошибки представлены в табл. 5.

3. Необходимо отметить незначимость взаимодействия АВ ($p = 0,169$). С одной стороны, это означает, что зависимость точности измерения латентной переменной в зависимости от ее значения одна и та же для всех интервалов варьирования индикаторов. С другой стороны, величина сдвига набора индикаторов одинаково влияет на точность измерения латентной переменной на всем диапазоне ее варьирования.

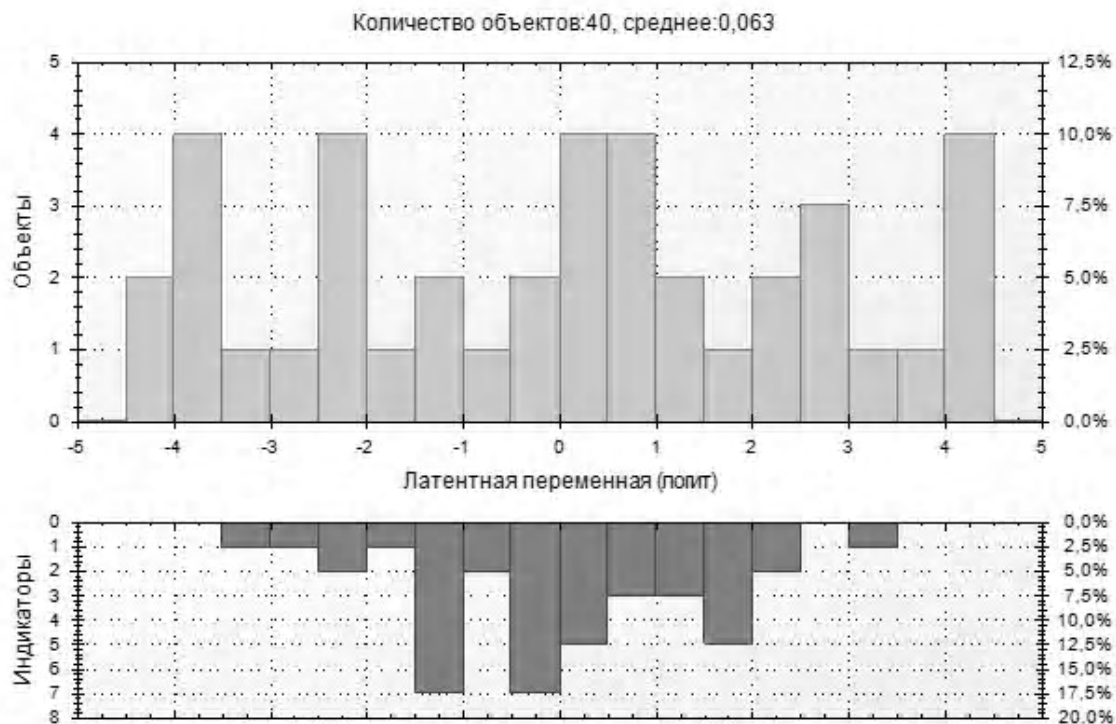


Рисунок 1 – Результаты измерения объектов и индикаторов на шкале латентной переменной

Таблица 3 – Результаты дисперсионного анализа абсолютной ошибки измерения латентной переменной

Источник дисперсии	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат	$F_{\text{эсп}}$	p
Фактор А	8,692	39	0,223	2,221	<0,001
Фактор В	2,364	11	0,215	2,142	0,016
Взаимодействие АВ	43,266	429	0,101	1,005	0,472
Блок-фактор С	0,248	2	0,124	1,237	0,291
Взаимодействие АС	7,488	78	0,096	0,957	0,586
Взаимодействие ВС	2,026	22	0,092	0,918	0,571
Ошибка	86,097	858	0,100		
Всего	150,181	1439			

Таблица 4 – Ошибка измерения латентной переменной в зависимости от ее значения

№ п/п	Значение латентной переменной	Средняя ошибка (логит)	Среднеквадратическое отклонение (логит)	95% доверительный интервал	
				Нижняя граница	Верхняя граница
1	-4,000	0,545	0,053	0,441	0,649
2	-3,795	0,558	0,053	0,455	0,662
3	-3,590	0,458	0,053	0,355	0,562
4	-3,385	0,528	0,053	0,425	0,632
5	-3,179	0,471	0,053	0,367	0,574
6	-2,974	0,455	0,053	0,352	0,559
7	-2,769	0,464	0,053	0,360	0,567
8	-2,564	0,402	0,053	0,299	0,506
9	-2,359	0,438	0,053	0,334	0,542
10	-2,154	0,431	0,053	0,327	0,535
11	-1,949	0,453	0,053	0,350	0,557
12	-1,744	0,397	0,053	0,293	0,500
13	-1,538	0,346	0,053	0,242	0,449
14	-1,333	0,380	0,053	0,276	0,484
15	-1,128	0,376	0,053	0,273	0,480
16	-0,923	0,347	0,053	0,244	0,451
17	-0,718	0,398	0,053	0,294	0,501
18	-0,513	0,310	0,053	0,207	0,414
19	-0,308	0,440	0,053	0,336	0,543
20	-0,103	0,319	0,053	0,216	0,423
21	0,103	0,352	0,053	0,248	0,455
22	0,308	0,393	0,053	0,289	0,497
23	0,513	0,389	0,053	0,286	0,493
24	0,718	0,297	0,053	0,194	0,401
25	0,923	0,379	0,053	0,276	0,483
26	1,128	0,309	0,053	0,205	0,412
27	1,333	0,315	0,053	0,212	0,419
28	1,538	0,359	0,053	0,255	0,462
29	1,744	0,344	0,053	0,240	0,447
30	1,949	0,327	0,053	0,223	0,431
31	2,154	0,329	0,053	0,225	0,432
32	2,359	0,507	0,053	0,403	0,610
33	2,564	0,409	0,053	0,305	0,513
34	2,769	0,473	0,053	0,370	0,577
35	2,974	0,398	0,053	0,294	0,501
36	3,179	0,502	0,053	0,399	0,606
37	3,385	0,458	0,053	0,354	0,561
38	3,590	0,499	0,053	0,396	0,603
39	3,795	0,560	0,053	0,456	0,663
40	4,000	0,594	0,053	0,491	0,698

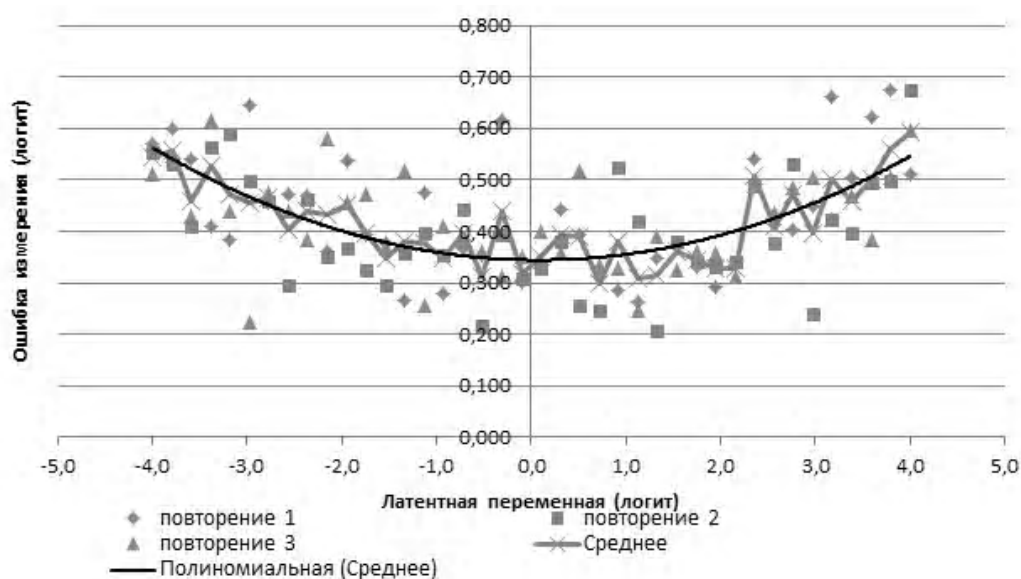


Рисунок 2 – Точность измерения латентной переменной в зависимости от ее значения

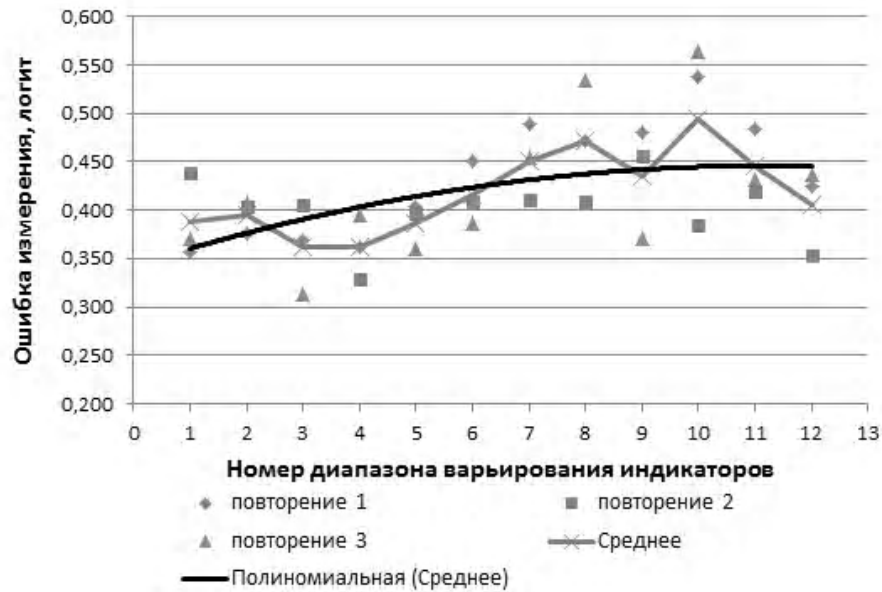


Рисунок 3 – Точность измерения латентной переменной в зависимости от диапазона варьирования набора индикаторов

Таблица 5 – Ошибка измерения латентной переменной в зависимости от диапазона варьирования индикаторов

Номер диапазона	Диапазон индикаторов	Средняя ошибка (логит)	Среднеквадратическое отклонение (логит)	95% доверительный интервал	
				Нижняя граница	Верхняя граница
1	[-0,5; +0,5]	0,388	0,029	0,332	0,445
2	[-1,0; +1,0]	0,396	0,029	0,339	0,452
3	[-1,5; +1,5]	0,362	0,029	0,306	0,419
4	[-2,0; +2,0]	0,361	0,029	0,305	0,418
5	[-2,5; +2,5]	0,387	0,029	0,330	0,443
6	[-3,0; +3,0]	0,416	0,029	0,359	0,473
7	[-3,5; +3,5]	0,452	0,029	0,395	0,508
8	[-4,0; +4,0]	0,471	0,029	0,415	0,528
9	[-4,5; +4,5]	0,435	0,029	0,378	0,492
10	[-5,0; +5,0]	0,495	0,029	0,438	0,551
11	[-5,5; +5,5]	0,445	0,029	0,388	0,502
12	[-6,0; +6,0]	0,405	0,029	0,348	0,462

ВЫВОДЫ

1. В рамках теории латентных переменных на основе имитационного моделирования проведено исследование точности измерения латентных переменных в зависимости от диапазона варьирования индикаторов.

2. Показано, что концентрация индикаторов внутри диапазона варьирования латентной переменной в целом увеличивает точность измерения латентной переменной.

3. Точность измерения латентной переменной выше внутри диапазона варьирования, чем по краям независимо от диапазона варьирования индикаторов.

4. Полученные результаты использованы для выбора оптимального алгоритма адаптивного тестирования.

Представляет интерес расширить исследование и оценить влияние других диапазонов варьирования латентной переменной и набора индикаторов на точность измерения латентной переменной.

БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках проекта проведения научных исследований № 16-06-00494 «Разработка методики оценки эффективности компьютерного адаптивного тестирования».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bond Trevor G. Applying the Rasch Model : Fundamental Measurement in the Human Sciences / Trevor G. Bond & Christine M. Fox. – Mahwah, New Jersey, 2001. – 255 p.
2. Wright B. D. Making measures / B. D. Wright, M. Y. Stone. – The Phaneron Press, Chicago, 2004. – 127 p.
3. Rasch Measurement in Health Sciences. Ed. Bezruczko N. JAM Press, Maple Grove, Minnesota. 2005. – 483 p.
4. Маслак А. А. Теория и практика измерения латентных переменных в образовании : монография / А. А. Маслак. – М. : Издательство Юрайт, 2016. – 255 с.
5. Дроздов В. И. Использование современной теории тестологии при оценке качества АПИМ / В. И. Дроздов, А. А. Маслак, Ю. М. Новиков // Известия Юго-Западного государственного университета. – 2008. – № 4 (25). – С. 87–95.
6. Rasch G. Probabilistic models for some intelligence and attainment tests / G. Rasch. – Copenhagen, Denmark: Danish Institute for Educational Research. (Expanded edition, 1980. Chicago: University of Chicago Press), 1960. – 199 p.
7. Feinberg G. The Rationale for Precision Measurements / G. Feinberg // Rasch Measurement Transactions. – 2000. – 14:3. – P. 7645.
8. Linacre J. M. Estimation Methods for Rasch Measures / Ed. Smith E. V., Smith R. M. // In Introduction to Rasch Measurement. Theory, Models and Applications. – JAM Press, Maple Grove, Minnesota, 2004. – 25. – 47 p.

9. Исследование точности измерения латентной переменной в зависимости от числа дихотомических индикаторных переменных / [Т. С. Анисимова, А. А. Маслак, С. А. Осипов и др.] // Вестник СГПИ. – 2005. – № 1. – С. 136–144.
10. Данилов А. А. Исследование точности измерения латентной переменной в зависимости от числа градаций индикаторных переменных / А. А. Данилов, А. А. Маслак // Вестн. Воронеж. гос. техн. ун-та. – 2009. – Т. 5, № 11. – С. 106–114.
11. Анисимова Т. С. Исследование точности измерения латентной переменной в зависимости от коррелированности индикаторных переменных / Т. С. Анисимова, А. А. Маслак, С. А. Поздняков // Вестник СГПИ. – 2005. – № 1 (1). – С. 126–136.
12. Алейникова А. А. Анализ точности измерения латентной переменной в зависимости от сдвига набора тестовых заданий / А. А. Алейникова, А. А. Маслак // Теория и практика измерения латентных переменных в образовании : материалы XXIV Всерос. науч.-практ. конф., (г. Славянск-на-Кубани, 28–29 апр. 2016 г.) / под ред.: А. А. Маслака, С. А. Позднякова, С. А. Осипова. – Славянск-на-Кубани : Филиал Кубанского гос. ун-та в г. Славянске-на-Кубани, 2016. – С. 7–12.
13. Поздняков С. А. Исследование точности измерения латентных переменных в образовании : монография / С. А. Поздняков. – Славянск-на-Кубани : Издательский центр СГПИ, 2007. – 118 с.
14. Leroux A. J. A Comparison of Stopping Rules for Computerized Adaptive Screening Measures Using the Rating Scale Model / A. J. Leroux, B. G. Dodd // Journal of Applied Measurement. – 2014. – Vol. 15, No. 3. – P. 213–226.
15. Riley B. R. Relative Precision, Efficiency and Construct Validity of Different Starting and Stopping Rules for a Computerized Adaptive Test / B. R. Riley, K. J. Conrad, N. Bezruczko, and M. L. Dennis // The GAIN Substance Problem Scale. Journal OF Applied Measurement. – 2007. – 8(1). – P. 48–64.
16. Аванесов В. С. Критерии качества педагогических измерений / В. С. Аванесов // Педагогические измерения. – 2012. – № 1. – С. 51–63.
17. Летова Л. В. Исследование влияния неравномерного распределения тестовых заданий в центре измерительной шкалы на стандартную ошибку измерения объектов / Л. В. Летова, А. А. Маслак, С. А. Осипов // Дистанционное и виртуальное обучение. – 2014. – № 5 (83). – С. 104–116.
18. Поздняков С. А. Свидетельство о регистрации электронного ресурса № 14115 «Генерирование наборов данных на основе модели измерения RMD_Simulation v.2.0 (Rasch Model Data Simulation)» / С. А. Поздняков, А. А. Маслак // Объединенный фонд электронных ресурсов «Наука и образование». Дата регистрации 21 июля 2009 года.
19. Осипов С. А. Основные функции диалоговой системы «Измерение латентных переменных» / С. А. Осипов, А. А. Маслак // Теория и практика измерения и мониторинга компетенций и других латентных переменных в образовании : материалы XIX (04–05 февр. 2013 г.), XX (24–25 июня 2013 г.) Всерос. (с междунар. участием) науч.-практ. конф. – Славянск-на-Кубани : Филиал КубГУ в г. Славянске-на-Кубани, 2013. – С. 89–98.
20. Маслак А. А. Модель Раша оценки латентных переменных и ее свойства : монография / А. А. Маслак, С. И. Моисеев. – Воронежский филиал РЭУ им. Г. В. Плеханова. – Воронеж : Издательско-полиграфический центр «Научная книга», 2016. – 177 с.

Статья поступила в редакцию 09.12.2016.

После доработки 25.12.2016.

Маслак А. А.¹, Моисеев С. И.², Осипов С. О.³, Поздняков С. О.⁴

¹Д-р. техн. наук, профессор, профессор кафедры математики, информатики і методики їхнього викладання, зав. лабораторією об'єктивних вимірів, Філія Кубанського державного університету в м. Слов'янськ-на-Кубані, м. Слов'янськ-на-Кубані, Росія

²Канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри прикладної інформатики і математики, Інститут менеджменту, маркетингу і фінансів, м. Воронеж, Росія

³Канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри математики, информатики і методики їхнього викладання, Філія Кубанського державного університету в м. Слов'янськ-на-Кубані, м. Слов'янськ-на-Кубані, Росія

⁴Канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри математики, информатики і методики їхнього викладання, Філія Кубанського державного університету в м. Слов'янськ-на-Кубані, м. Слов'янськ-на-Кубані, Росія

ДОСЛІДЖЕННЯ ТОЧНОСТІ ВИМІРУ ЛАТЕНТНОЇ ЗМІННОЇ У ЗАЛЕЖНОСТІ ВІД ДІАПАЗОНУ ВАРІОВАННЯ НАБОРУ ІНДИКАТОРІВ

Актуальність. Важливим практичним аспектом є збільшення точності вимірювання латентної змінної, оскільки від цього залежить ефективність прийнятих рішень. Одним з можливих способів збільшення точності вимірювання є вибір найкращого розташування діапазону набору індикаторів щодо латентної змінної.

Мета. Метою роботи є дослідження впливу розташування набору індикаторів щодо латентної змінної на точність її вимірювання. Для досягнення поставленої мети необхідно згенерувати матриці даних на основі моделі Раша; отримати оцінки латентної змінної; порівняти отримані оцінки латентної змінної з тими значеннями, які використовувалися при моделюванні.

Метод. З огляду на те, що модель вимірювання латентної змінної є нелінійною, аналітичне рішення ускладнене. Тому дослідження проводилося на основі імітаційного моделювання в межах теорії вимірювання латентних змінних. Дані імітаційного експерименту описувалися моделлю Раша для дихотомічних індикаторів і оброблялися в діалоговій системі «Вимірювання латентних змінних».

Результати. В межах теорії латентних змінних на основі імітаційного моделювання проведено дослідження точності вимірювання латентної змінної в залежності від розташування діапазону варіювання індикаторів. На основі дисперсійного аналізу показано, що зменшення діапазону індикаторів всередині діапазону варіювання латентної змінної підвищує точність її вимірювання при інших рівних умовах. Точність вимірювання латентної змінної вище в центрі діапазону її варіювання, ніж по краях незалежно від діапазону варіювання індикаторів.

Висновки. Запропоновано методику аналізу точності вимірювання латентної змінної в залежності від розташування діапазону індикаторів. На відміну від існуючої точки зору, що діапазон варіювання індикаторів повинен покривати діапазон варіювання латентної змінної, показано, що найбільша точність вимірювання латентної змінної досягається при варіюванні індикаторів в середині діапазону латентної змінної за інших рівних умов. Отримані результати використані для вибору оптимального алгоритму адаптивного тестування. Цікавим є розширити дослідження і оцінити вплив інших діапазонів варіювання латентної змінної і набору індикаторів на точність вимірювання.

Ключові слова: латентна змінна, дихотомічна модель Раша, точність вимірювання, імітаційне моделювання.

Maslak A. A.¹, Moiseev S. I.², Osipov S. A.³, Pozdnyakov S. A.⁴

¹Doctor of Sciences, Professor, Head of Laboratory for Objective Measurement, Chapter of Kuban State University at Slavyansk-on-Kuban, Russia

²Associate Professor of Information Technologies in Economy, PhD, Voronezh Branch of «Plekhanov Russian University of Economics», Russia

³Associate Professor of Mathematics, Informatics and Teaching Technique, PhD, Chapter of Kuban State University at Slavyansk-on-Kuban, Russia

⁴Associate Professor of Mathematics, Informatics and Teaching Technique, PhD, Chapter of Kuban State University at Slavyansk-on-Kuban, Russia

INVESTIGATION OF MEASUREMENT PRECISION OF LATENT VARIABLE DEPENDING ON THE RANGE OF VARIATION OF INDICATORS SET

Context. An important practical aspect of measurement of a latent variable is precision because the efficacy of accepted decisions depends on it. One of possible ways of increasing precision of measurement of latent variables is the choice of best location of a set of indicators.

Objective. The objective is the investigation of precision of measurement of a latent variable depending on location of a set of indicators. In order to achieve this goal it is necessary to generate matrices of data based on Rasch model, to obtain estimations of latent variable, and to compare the obtained estimations of a latent variable to those values which were used for modelling.

Method. Taking into account that the model of measurement of latent variable is nonlinear, the analytical decision is complicated. Therefore, research was conducted through the simulation experiment within the framework of the theory of measurement of latent variables. Data from the simulation experiment was described by Rasch model for dichotomic indicators and processed using the dialogue system «Measurement of latent variables».

Results. Investigation of precision of measurement of latent variable depending on location of a set of indicators was carried out within the framework of the theory of latent variables based on simulation experiment. The analysis of variance has shown that narrowing the range of indicators compared to variation of latent variable raises precision of its measurement with other things being equal. Precision of measurement of latent variable is higher at its center of variation than on the edges irrespective of range of variation of indicators.

Conclusions. The technique of the analysis of precision of measurement of latent variable depending on location of indicators is presented. Unlike the existing point of view, that the range of variation of indicators should cover range of variation of latent variable, it is shown that the greatest precision of measurement of latent variable is reached at location of indicators in the middle of range of latent variable with other things being equal. The obtained results are used for the choice of optimum algorithm of adaptive testing. It is of interest to expand research and to estimate influence of other ranges of variation of latent variable and location of set of indicators on precision of measurement.

Keywords: latent variable, Rasch dichotomic model, precision of measurement, simulation experiment.

REFERENCES

1. Bond Trevor G. Applying the Rasch Model : Fundamental Measurement in the Human Sciences. Trevor G. Bond & Christine M. Fox. Mahwah, New Jersey, 2001, 255 p.
2. Wright B. D., Stone M. Y. Making measures. The Phaneron Press, Chicago, 2004, 127 p.
3. Rasch Measurement in Health Sciences. Ed. Bezruczko N. JAM Press, Maple Grove, Minnesota, 2005, 483 p.
4. Maslak A. A. Teoriya i praktika izmereniya latentnyx peremennyx v obrazovanii : monografiya. Moscow, Izdatel'stvo Yurajt, 2016, 255 p.
5. Drozdov V. I., Maslak A. A., Novikov Yu. M. Ispol'zovanie sovremennoj teorii testologii pri ocenke kachestva APIM, *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta*, 2008, No. 4 (25), pp. 87–95.
6. Rasch G. Probabilistic models for some intelligence and attainment tests. Copenhagen, Denmark, Danish Institute for Educational Research. (Expanded edition, 1980. Chicago, University of Chicago Press), 1960, 199 p.
7. Feinberg, G. The Rationale for Precision Measurements. Rasch Measurement Transactions. 2000, 14:3, P. 7645.
8. Linacre J. M. Ed. Smith E. V., Smith R. M. Estimation Methods for Rasch Measures, *In Introduction to Rasch Measurement. Theory, Models and Applications*. JAM Press, Maple Grove, Minnesota, 2004, 25, 47 p.
9. Anisimova T. S., Maslak A. A., Osipov S. A., Evdokimova V. V., Ulitenko E. V. Issledovanie tochnosti izmereniya latentnoj peremennoj v zavisimosti ot chisla dixotomicheskix indikatornyx peremennyx, *Vestnik SGPI*, 2005, No. 1, pp. 136–144.
10. Danilov A. A., Maslak A. A. Issledovanie tochnosti izmereniya latentnoj peremennoj v zavisimosti ot chisla gradacij indikatornyx peremennyx, *Vestn. Voronezh. gos. texn. un-ta*, 2009, Vol. 5, No. 11, pp. 106–114.
11. Anisimova T. S., Maslak A. A., Pozdnyakov S. A. Issledovanie tochnosti izmereniya latentnoj peremennoj v zavisimosti ot korrelirovannosti indikatornyx peremennyx, *Vestnik SGPI*, 2005, No. 1 (1), pp. 126–136.
12. Alejnikova A. A., Maslak A. A. pod red.: A. A. Maslaka, S. A. Pozdnyakova, S. A. Osipova Analiz tochnosti izmereniya latentnoj peremennoj v zavisimosti ot sdviga nabora testovyx zadaniy, *Teoriya i praktika izmereniya latentnyx peremennyx v obrazovanii : materialy XXIV Vseros. nauch.-prakt. konf.*, (g. Slavyansk-na-Kubani, 28–29 apr. 2016 g.). Slavyansk-na-Kubani, Filial Kubanskogo gos. un-ta v g. Slavyanske-na-Kubani, 2016, pp. 7–12.
13. Pozdnyakov S. A. Issledovanie tochnosti izmereniya latentnyx peremennyx v obrazovanii: Monografiya. Slavyansk-na-Kubani, Izdatel'skij centr SGPI, 2007, 118 p.
14. Leroux A. J., Dodd B. G. A Comparison of Stopping Rules for Computerized Adaptive Screening Measures Using the Rating Scale Model, *Journal of Applied Measurement*, 2014, Vol. 15, No. 3, pp. 213–226.
15. Riley B. R., Conrad K. J., Bezruczko N., and Dennis M. L. Relative Precision, Efficiency and Construct Validity of Different Starting and Stopping Rules for a Computerized Adaptive Test, *The GAIN Substance Problem Scale. Journal OF Applied Measurement*, 2007, 8(1), pp. 48–64.
16. Avanesov V. S. Kriterii kachestva pedagogicheskix izmerenij, *Pedagogicheskie izmereniya*, 2012, No. 1, pp. 51–63.
17. Letova L. V., Maslak A. A., Osipov S. A. Issledovanie vliyaniya neravnomernogo raspredeleniya testovyx zadaniy v centre izmeritel'noj shkaly na standartnyu oshibku izmereniya ob'ektov, *Distancionnoe i virtual'noe obuchenie*, 2014, No. 5 (83), pp. 104–116.
18. Pozdnyakov S. A., Maslak A. A. Svidetel'stvo o registracii e'lektronnogo resursa № 14115 «Generirovanie naborov dannyx na osnove modeli izmereniya RMD_Simulation v.2.0 (Rasch Model Data Simulation)», *Ob'edinennyj fond e'lektronnyx resursov «Nauka i obrazovanie»*. Data registracii 21 iyulya 2009 goda.
19. Osipov S. A., Maslak A. A. Osnovnye funkcii dialogovoj sistemy «Izmerenie latentnyx peremennyx», *Teoriya i praktika izmereniya i monitoringa kompetencij i drugix latentnyx peremennyx v obrazovanii : materialy XIX (04–05 fevr. 2013 g.), XX (24–25 iyunya 2013 g.) Vseros. (s mezhdunar. uchastiem) nauch.-prakt. konf. Slavyansk-na-Kubani, Filial KubGU v g. Slavyanske-na-Kubani*, 2013, pp. 89–98.
20. Maslak A. A., Moiseev S. I. Model' Rasha ocenki latentnyx peremennyx i ee svojstva : monografiya, Voronezhskij filial RE'U im. G. V. Plexanova. Voronezh, Izdatel'sko-poligraficheskij centr «Nauchnaya kniga», 2016, 177 p.