

ПРИНЦИПИ РОЗРАХУНКУ ЕЛЕКТРИЧНОГО ІМПЕДАНСУ КОЛИВАЛЬНОГО П'ЄЗОКЕРАМІЧНОГО ДИСКА В ОБЛАСТІ СЕРЕДНІХ ЧАСТОТ

Актуальність. Актуальність застосування різних функціональних елементів п'єзоелектроніки в силових і інформаційних системах пояснюється, перш за все, їх високою надійністю. Кінцевою метою математичного моделювання фізичного стану коливальних п'єзокерамічних елементів є якісний і кількісний опис характеристик і параметрів існуючих в них електричних та еластичних полів.

Мета роботи – розрахунок електричного імпедансу коливального п'єзоелектричного диска в області середніх частот.

Метод. При досить загальних початкових припущеннях отримана математична характеристика електричного імпедансу п'єзокерамічного тонкого диска з суцільним електродуванням торцевих поверхонь, який коливається у вакуумі. Показано, що електричний імпеданс визначається усередненими значеннями компонентів вектора зміщення матеріальних частинок п'єзокераміки.

Результати. Побудовано вираз для розрахунку електричного імпедансу п'єзокерамічного диска, який коливається в області середніх частот, де вектор зсуву матеріальних частинок диска практично повністю визначається радіальним компонентом.

Висновки. В результаті дослідження математичної моделі реального пристрою можна визначити той набір геометричних, фізико-механічних та електричних параметрів реального об'єкта, який забезпечує реалізацію технічних показників функціонального елемента п'єзоелектроніки, обумовлених в технічному завданні. Це істотно скорочує час і вартість розробки нових функціональних елементів п'єзоелектроніки. Перспективи подальших досліджень можуть полягати в побудові методики обчислення коефіцієнтів трансформації в п'єзоелектричному трансформаторі з декількома вторинними електричними колами.

Ключові слова: тонкий диск, п'єзокераміка, електричний імпеданс, вектор зміщення матеріальних частинок п'єзокераміки.

НОМЕНКЛАТУРА

U_0 – амплітудне значення електричного потенціалу;

ω – колова частота зміни знака потенціалу;

t – час;

ρ_0 – густина п'єзокераміки;

D_k – амплітудне значення k -го компонента вектора електричної індукції;

e_{knm} – компонент тензора п'єзоелектричних модулів;

ε_{nm} – амплітудне значення компонента тензора нескінченно малих деформацій;

χ_{kj}^{ε} – компонент тензора діелектричної проникності, який експериментально визначається в режимі сталості (рівності нулю) пружних деформацій (верхній символ ε);

E_j – амплітудне значення j -го компонента вектора напруженості електричного поля в об'ємі деформованого п'єзоелектрика;

σ_{ij} – амплітудне значення компонента тензора механічних напружень;

$c_{ijk\ell}^E$ – компонент тензора модулів пружності, який експериментально визначається в режимі сталості (рівності нулю) напруженості електричного поля (верхній символ E) в об'ємі п'єзоелектрика, який деформується.

ВСТУП

Актуальність застосування різних функціональних елементів п'єзоелектроніки в силових і інформаційних системах пояснюється, перш за все, їх високою надійністю. Одним із основних елементів таких систем є п'єзокерамічний трансформатор [1], який є альтернативою електромагнітним трансформаторам в тих сферах їх застосування, де необхідна висока надійність, стабільність, автономність, максимальна тривалість без-

відмовної роботи [2]. Об'єктами, де необхідне застосування таких наднадійних трансформаторів напруги є: автоматичні міжпланетні станції; автономні глибоководні плаваючі об'єкти; будь-які інші об'єкти, доступ до яких сильно утруднений, неможливий або надзвичайно небезпечний для людини (ядерні реактори; хімічно небезпечні об'єкти, станції в Антарктиді і Арктиці, підземні об'єкти, орбітальні супутники тощо).

П'єзоелектричний трансформатор має ряд переваг в порівнянні з електромагнітним, а саме [3, 4]: високу питому потужність; відсутність електромагнітних завад; високу ефективність; можливість мініатюризації; широкий частотний діапазон; вогнестійкість; проста технологія виготовлення. Надзвичайно широкі можливості п'єзотрансформаторів дозволяють використовувати їх при створенні різноманітних аналогових і дискретних пристроїв перетворення сигналів.

В даний час п'єзотрансформатори знаходять все більше застосування в областях, де потрібне отримання високих напруг. Практика застосування п'єзотрансформаторів показує, що вони досить ефективно працюють на першій або на другій моді коливальних в області частот від декількох десятків до сотень кілогерц [5].

П'єзотрансформатори знаходять широке застосування в сучасній світлотехнічній апаратурі і приладах. Вони дозволяють мінімізувати габарити пристроїв запалення і живлення різного класу газорозрядних ламп, створювати високоефективні високочастотні джерела живлення з ККД до 95%, що забезпечують підвищення довговічності ламп в 5–10 разів і світловіддачу більш ніж в 1,4 рази [6–8].

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Використання п'єзотрансформаторів стримується складністю адекватного аналітичного опису їх моделей [9]. Кінцевою метою математичного моделювання фізич-

ного стану коливальних п'єзокерамічних елементів є якісний і кількісний опис характеристик і параметрів існуючих в них електричних і пружних полів.

Практична значимість адекватної реальному об'єкту математичної моделі очевидна. В результаті дослідження математичної моделі реального пристрою можна визначити той набір геометричних, фізико-механічних та електричних параметрів реального об'єкта, який забезпечує реалізацію технічних показників функціонального елемента п'єзоелектроніки, обумовлених в технічному завданні. Це істотно скорочує час і вартість розробки нових функціональних елементів п'єзоелектроніки. Вартість зекономлених ресурсів становить комерційну ціну математичної моделі.

Таким чином, актуальність розробки фізично змістовних математичних моделей дискових п'єзоелектричних трансформаторів зберігається і в даний час.

Очевидно, що отримання змістовних і достовірних кількісних оцінок параметрів фізичного стану п'єзоелектричних (п'єзокерамічних) елементів не представляється можливим без достовірних даних про величини фізико-механічних констант матеріалів. Інтенсивне і широкомасштабне практичне застосування синтетичних п'єзоелектриків (п'єзокераміка) стало новим імпульсом, що стимулює розвиток експериментальних методів визначення фізико-механічних параметрів п'єзоактивних матеріалів.

2 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

При ближчому розгляді різноманіття методів можна розбити на три групи, а саме:

- метод резонансу-антирезонансу та його модифікації;
- метод кругових діаграм і його модифікації;
- ультразвукові методи.

Ультразвукові методи в своїй теоретичній основі спираються на формалізм власних чисел і власних векторів тензора Крістофеля [10] і припускають вимірювання швидкостей поширення плоских хвиль різної поляризації [11, 12]. Недоліками цього методу експериментальних досліджень є складність підготовки зразків і складність збудження плоских хвиль, які повинні поширюватися в суворо визначених в просторі кристалографічних осей напрямках.

Метод кругових діаграм і деякі його модифікації досить докладно описані в монографії [13]. Цей метод базується на математичній моделі електричного імпедансу досліджуваного зразка. Достовірність результатів, які отримують за допомогою цього методу, визначається ступенем адекватності математичної моделі реальному об'єкту.

Метод резонансу-антирезонансу, за свідченням У. Кеді [14], сходить до робіт Уоррена Мезона і передбачає вимір частот електромеханічних резонансів і антирезонансів сталих коливань досліджуваних зразків. Як і в методі кругових діаграм, теоретичною основою є математична модель електричного імпедансу досліджуваного зразка. З цієї причини всі похибки методу кругових діаграм при таманні і методу резонансу-антирезонансу.

В роботі [15] вперше була зроблена спроба розробки методики експериментального визначення фізико-механічних властивостей п'єзоелектричної кераміки, яка спиралася на основні уявлення механіки деформованого твердого тіла з ускладненими (п'єзоелектричними) властивостями. Єдиним слабким місцем способу, описаного в роботі [15], є склеювання двох п'єзокерамічних дисків. Це склеювання має погано відтворювані (особливо на тривалому інтервалі часу) характеристиками, які хоча і в незначній мірі, але впливають на результати експериментального визначення модулів пружності біморфного п'єзокерамічного елемента. Саме з цієї причини вважається за необхідне так змінити тридіапазонний метод резонансу-антирезонансу [15], щоб виключити з результатів експерименту важко прогнозований вплив параметрів шару склеювання.

Відомо [16], що при описі різних форм коливань одного і того ж об'єкта використовуються різні набори матеріальних констант. Так, при описі товщинних коливань поляризованої по товщині п'єзокерамічної пластинки потрібно, як мінімум, знання модуля пружності c_{33}^E (модуль пружності, вимірюваний в режимі сталості (рівності нулю) напруженості електричного поля), п'єзомодуля e_{33} і діелектричної проникності χ_{33}^E (діелектрична проникність, яка вимірюється в режимі сталості (рівності нулю) деформації або, як іноді кажуть, але це правильно лише наполовину, проникність затиснутого п'єзоелектрика). При описі радіальних коливань поляризованого по товщині п'єзокерамічного диска потрібне знання набагато більшого числа матеріальних констант, а саме c_{11}^E , c_{12}^E , c_{13}^E , c_{33}^E , e_{31} , e_{33} і χ_{33}^E . Зіставляючи між собою результати вимірювання модулів пружності c_{12}^E і c_{13}^E , нескладно помітити, що вони відрізняються один від одного на величину, яка рідко перевищує рівень 0,3–0,5% від номінального значення (див., наприклад, таблиці, наведені в монографіях [16, 17]). Насправді, пружні властивості поляризованої по товщині п'єзокерамічної пластинки в площині, яка перпендикулярна до кристалографічної осі Z , є трансверсально ізотропними. Цей факт дає підстави для висновку, що оцінка числових значень модулів пружності $c_{\alpha\beta}^E$ може і повинна проводитися в припущенні, що $c_{12}^E = c_{13}^E$. Більш того, можна довести шляхом формальних міркувань, що напружено-деформований стан пластинки в режимі товщинних коливань описується за допомогою модуля пружності c_{33}^E тільки в тому випадку, коли виконується рівність $c_{12}^E = c_{13}^E$.

Таким чином, необхідно побудувати несуперечливу методику експериментального визначення матеріальних констант п'єзокераміки, яка доставляє достовірні значення мінімум трьох модулів пружності, двох елементів матриці п'єзомодулів і одного елемента матриці діелектричної проникності.

Передуючи побудові цієї методики, необхідно поспідовно розглянути електричний імпеданс коливально-

го п'єзокерамічного диска в області низьких, середніх і високих частот. Метою даної роботи є розрахунок електричного імпедансу коливального диска в області середніх частот.

3 МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ

Розглянемо (рис. 1) диск, товщина якого α в багато разів менше радіуса R . Поверхні диска $z = 0$ і $z = \alpha$ (z – координатна вісь циліндричної системи координат ρ, φ, z , початок якої поєднано з центром нижньої поверхні диска) електродовані – покриті тонким (не більше 10 мкм) шаром срібла. На верхню поверхню $z = \alpha$ подається електричний потенціал $U_0 e^{i\omega t}$ (величина U_0 вибирається з умови $U_0/\alpha \ll 0,1 E_0$, де $E_0 \cong 2$ МВ/м – напруженість електричного поля, яким поляризовано матеріал диска, що гарантує відсутність нелінійних ефектів; $i = \sqrt{-1}$ – уявна одиниця). Нижня електродована поверхня $z = 0$ заземлена, тобто має нульовий потенціал.

Прикладена до диска різниця електричних потенціалів створює в його об'ємі електричне поле, яке зміщує іони цирконію, титану, свинцю і кисню з положення рівноваги. В результаті гармонійно змінного в часі деформування диска в ньому виникають поляризаційні заряди, які взаємодіють на електродованих поверхнях з електричними зарядами, які доставляються на ці поверхні генератором різниці електричних потенціалів. Результуючий електричний заряд $Q e^{i\omega t}$ на поверхні $z = \alpha$ своїм електричним полем формує електричний струм $I e^{i\omega t}$ в провіднику, який з'єднує поверхню $z = \alpha$ з виходом електричного генератора. У будь-який момент часу $I e^{i\omega t} = -\partial Q/\partial t = -i\omega Q e^{i\omega t}$, тобто амплітуди струму і електричного заряду на поверхні $z = \alpha$ зв'язані лінійною залежністю $I = -i\omega Q$.

Очевидно, що електричний імпеданс $Z_{el}(\omega)$ коливального диска повинен підкорятися закону Ома для ділянки кола з чого випливає, що

$$Z_{el}(\omega) = \frac{U_0}{I} = -\frac{U_0}{i\omega Q}. \quad (1)$$

Амплітудне значення поверхневої густини σ_0 електричного заряду визначається через амплітудне значення нормального цій поверхні компонента вектора електрич-

ної індукції $\vec{D}(\rho, \varphi, z)$. У ситуації, що розглядається $\sigma_0 = D_z(\rho, z)$ і, оскільки всі фізичні поля в коливальному п'єзокерамічному диску а рїотї мають осьову симетрію, то

$$Q = \int_S \sigma_0 dS = \int_0^{2\pi R} \int_0^0 \rho D_z(\rho, z) d\rho d\varphi = 2\pi \int_0^R \rho D_z(\rho, z) d\rho. \quad (2)$$

Електричний стан диска визначається законом електричної поляризації діелектрика, який має п'єзоелектричні властивості [18], і в термінах амплітудних значень характеристик гармонійно змінних в часі фізичних полів записується в наступному вигляді

$$D_k = e_{knm} \varepsilon_{nm} + \chi_{kj}^e E_j, \quad k, n, m, j = 1, 2, 3. \quad (3)$$

При записі співвідношення (3) за замовчуванням передбачається, що виконується погодження про підсумовування по двічі повторюваним індексам. Між індексами координатних осей правосторонньої декартової системи координат і символами осей циліндричної системи координат існує взаємно однозначна відповідність, а саме: 1 \Leftrightarrow ρ ; 2 \Leftrightarrow φ і 3 \Leftrightarrow z .

Компоненти тензора нескінченно малих деформацій задовольняють узагальненому закону Гука для пружного середовища з п'єзоелектричними властивостями [18], який записується наступним чином:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}^E \varepsilon_{kl} - e_{kij} E_k. \quad (4)$$

Пружні напруження σ_{ij} і сили інерції, які виникають в об'ємі динамічно деформованого твердого тіла, пов'язані між собою другим законом Ньютона в диференціальній формі або, як частіше говорять, рівняннями руху, які в разі вісесиметричного, змінного в часі за гармонійним законом напружено-деформованого стану записуються в циліндричній системі координат наступним чином [19]:

$$\frac{\partial \sigma_{\rho\rho}}{\partial \rho} + \frac{\partial \sigma_{\rho z}}{\partial z} + \frac{1}{\rho} (\sigma_{\rho\rho} - \sigma_{\varphi\varphi}) + \rho_0 \omega^2 u_\rho = 0, \quad (5)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho \sigma_{z\rho}) + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \rho_0 \omega^2 u_z = 0, \quad (6)$$

де u_ρ і u_z – амплітудні значення компонентів вектора зміщення матеріальних частинок – нескінченно малих об'ємів п'єзокераміки. Нормальні і дотичні напруження на поверхнях диска повинні задовольняти третьому закону Ньютона. Якщо диск коливається в вакуумі або, що, практично, те ж саме, в повітрі, тобто не має механічних контактів з іншими матеріальними об'єктами (рис. 1), то на поверхнях диска повинні виконуватися наступні умови:

$$\sigma_{z\rho} \Big|_{z=0, \alpha} = \sigma_{zz} \Big|_{z=0, \alpha} = 0 \quad \forall \rho \in [0, R], \quad (7)$$

$$\sigma_{\rho z} \Big|_{\rho=R} = \sigma_{\rho\rho} \Big|_{\rho=R} = 0 \quad \forall z \in [0, \alpha]. \quad (8)$$

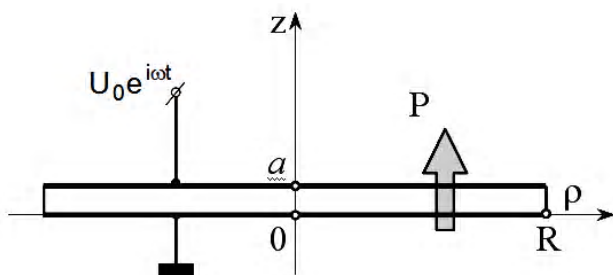


Рисунок 1 – Розрахункова схема коливального п'єзокерамічного диску

Оскільки деформації визначаються через компоненти вектора зміщення (в розглянутій задачі це $\varepsilon_{\rho\rho} = \partial u_\rho / \partial \rho$, $\varepsilon_{\varphi\varphi} = u_\rho / \rho$, $\varepsilon_{zz} = \partial u_z / \partial z$ і $\varepsilon_{\rho z} = (\partial u_\rho / \partial z + \partial u_z / \partial \rho) / 2$), остільки можна стверджувати, що адекватний реальній ситуації математичний опис електричного імпедансу передбачає адекватний математичний опис динамічного напружено-деформованого стану коливального п'єзокерамічного диску. Природно, що на якісні і кількісні характеристики напружено-деформованого стану в об'ємі диска робить істотний вплив електричне поле, яке є алгебраїчною сумою електричного поля, створеного генератором різниці електричних потенціалів (надалі – електричне поле зовнішнього джерела), і електричного поля, яке виникає через зміщення іонів з положення рівноваги (прямий п'єзоелектричний ефект). Це поле в подальшому будемо називати внутрішнім електричним полем.

Середніми частотами будемо називати частотний діапазон, в якому масштабна одиниця просторової неоднорідності напружено-деформованого стану (довжина пружної хвилі) стає порівняною з радіусом п'єзокерамічного диска. Для тонких дисків, коли відношення $\alpha/R \ll 1$, з наведеного вище формулювання випливає, що напружено-деформований стан практично не змінюється по товщині диска. З граничних умов (7) випливає, що $\sigma_{\rho z} = \sigma_{zz} = 0 \forall (\rho, z) \in V$. Рівність $\sigma_{\rho z} = 0$ при $E_\rho = 0$ означає, що $\varepsilon_{\rho z} = \varepsilon_{z\rho} = 0 \forall (\rho, z) \in V$.

При зроблених припущеннях узагальнений закон Гука (4) доставляє наступні співвідношення:

$$\sigma_{\rho\rho} = c_{11}^E \varepsilon_{\rho\rho} + c_{12}^E \varepsilon_{\varphi\varphi} + c_{12}^E \varepsilon_{zz} - e_{31}^E E_z, \quad (9)$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = c_{12}^E \varepsilon_{\rho\rho} + c_{11}^E \varepsilon_{\varphi\varphi} + c_{12}^E \varepsilon_{zz} - e_{31}^E E_z, \quad (10)$$

$$0 = c_{12}^E \varepsilon_{\rho\rho} + c_{12}^E \varepsilon_{\varphi\varphi} + c_{33}^E \varepsilon_{zz} - e_{33}^E E_z. \quad (11)$$

Зі співвідношення (11) випливає, що

$$\varepsilon_{zz} = -\frac{c_{12}^E}{c_{33}^E} (\varepsilon_{\rho\rho} + \varepsilon_{\varphi\varphi}) + \frac{e_{33}^E}{c_{33}^E} E_z. \quad (12)$$

Підстановка виразу (12) в формули (9) і (10) приводить до наступних результатів

$$\sigma_{\rho\rho} = c_{11} \varepsilon_{\rho\rho} + c_{12} \varepsilon_{\varphi\varphi} - e_{31}^* E_z, \quad (13)$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = c_{12} \varepsilon_{\rho\rho} + c_{11} \varepsilon_{\varphi\varphi} - e_{31}^* E_z, \quad (14)$$

де $c_{11} = c_{11}^E - (c_{12}^E)^2 / c_{33}^E$; $c_{12} = c_{12}^E - (c_{12}^E)^2 / c_{33}^E$; $e_{31}^* = e_{31} - e_{33} / c_{33}^E$ – матеріальні константи для режиму планарних коливань, тобто для режиму деформування, коли $\sigma_{zz} = 0$.

Компонент вектора електричної індукції

$D_z = e_{31} (\varepsilon_{\rho\rho} + \varepsilon_{\varphi\varphi}) + e_{33} \varepsilon_{zz} + \chi_{33}^E E_z$ після виключення деформації ε_{zz} визначається наступним виразом

$$D_z = \frac{e_{31}^*}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\rho u_\rho^{(z)}(\rho) \right] - \chi_{33}^* \frac{U_0}{\alpha}, \quad (15)$$

де $\chi_{33}^* = \chi_{33}^E (1 + \Delta\chi_{33}^*)$ – діелектрична проникність для режиму планарних коливань. Надбавка

$\Delta\chi_{33}^* = e_{33}^2 / (\chi_{33}^E c_{33}^E)$ при типових для п'єзокерамік ЦТС

значеннях матеріальних констант ($c_{11}^E = 110$ ГПа;

$c_{12}^E = 60$ ГПа; $c_{33}^E = 100$ ГПа; $e_{33} = 18$ Кл/м²;

$e_{31} = -8$ Кл/м² і $\chi_{33}^E = 1400\chi_0$; $\chi_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – діелектрична проникність вакууму або діелектрична постійна) не перевищує 0,262.

При визначенні компонента D_z виразом (15) формула для розрахунку електричного імпедансу коливального диска записується в наступному вигляді

$$Z_{el}(\omega) = -\frac{U_0}{i\omega C_\delta^* \Xi^*(\omega)}, \quad (16)$$

де $C_\delta^* = \pi R^2 \chi_{33}^* / \alpha$ – динамічна електрична ємність п'єзокерамічного диска для режиму планарних коливань, тобто електрична ємність в області середніх частот. Функція $\Xi^*(\omega)$ розраховується за формулою

$$\Xi^*(\omega) = \frac{2e_{31}^* \alpha}{\chi_{33}^* R} u_\rho^{(z)}(R) - U_0. \quad (17)$$

Введемо позначення

$$u_\rho^{(z)}(\rho) = \frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha u_\rho(\rho, z) dz,$$

і будемо називати величину $u_\rho^{(z)}(\rho)$ усередненим по товщині диска радіальним компонентом вектора зміщення матеріальних частинок диска.

Для визначення усередненого по товщині диска радіального компонента вектора зміщення матеріальних частинок диска на середніх частотах піддамо операції усереднення рівняння сталих радіальних коливань (5). Приймаючи до уваги, що

$$\frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha \frac{\partial \sigma_{\rho z}}{\partial z} dz = \frac{1}{\alpha} [\sigma_{\rho z}(\rho, \alpha) - \sigma_{\rho z}(\rho, 0)] = 0,$$

результат усереднення можна представити таким виразом

$$\frac{\partial \sigma_{\rho\rho}^{(z)}(\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} [\sigma_{\rho\rho}^{(z)}(\rho) - \sigma_{\varphi\varphi}^{(z)}(\rho)] + \rho_0 \omega^2 u_\rho^{(z)}(\rho) = 0. \quad (18)$$

Нормальні напруження $\sigma_{\rho\rho}^{(z)}(\rho)$ і $\sigma_{\varphi\varphi}^{(z)}(\rho)$ визначаються з співвідношень (13) і (14):

$$\sigma_{\rho\rho}^{(z)}(\rho) = \frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha \sigma_{\rho\rho}(\rho) dz = c_{11} \frac{\partial u_\rho^{(z)}(\rho)}{\partial \rho} + c_{12} \frac{u_\rho^{(z)}(\rho)}{\rho} - e_{31}^* E_z^{(z)}(\rho), \quad (19)$$

$$\sigma_{\varphi\varphi}^{(z)}(\rho) = \frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha \sigma_{\varphi\varphi}(\rho) dz = c_{12} \frac{\partial u_\rho^{(z)}(\rho)}{\partial \rho} + c_{11} \frac{u_\rho^{(z)}(\rho)}{\rho} - e_{31}^* E_z^{(z)}(\rho). \quad (20)$$

Так, як

$$D_z(\rho) = \frac{e_{31}^*}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} [\rho u_\rho^{(z)}(\rho)] + \chi_{33}^* E_z^{(z)}(\rho), \quad (21)$$

то з порівняння двох, фізично еквівалентних, визначень (15) і (21) аксіального компонента вектора електричної індукції слідує, що

$$E_z^{(z)}(\rho) = -U_0/\alpha. \quad (22)$$

Підставляючи співвідношення (19) і (20) в звичайне диференціальне рівняння (18), отримуємо стандартне рівняння для функцій Бесселя

$$\rho^2 \frac{\partial^2 u_\rho^{(z)}(\rho)}{\partial \rho^2} + \rho \frac{\partial u_\rho^{(z)}(\rho)}{\partial \rho} + [(\lambda\rho)^2 - 1] u_\rho^{(z)}(\rho) = 0,$$

рішення якого, очевидно, має такий вигляд

$$u_\rho^{(z)}(\rho) = A J_1(\lambda\rho), \quad (23)$$

де A – константа, що підлягає визначенню; $J_1(\lambda\rho)$ – функція Бесселя першого порядку; $\lambda = \omega/\sqrt{c_{11}/\rho_0}$ – хвильове число радіальних коливань п'єзокерамічного диска.

Константа A визначається з граничної умови $\sigma_{\rho\rho}^{(z)}(R) = 0$ (умова виконується автоматично) наступним чином

$$A = -\frac{e_{31}^* U_0}{\alpha c_{11}} \frac{R}{[\lambda R J_0(\lambda R) - (1-k) J_1(\lambda R)]},$$

де $J_0(\lambda R)$ – функція Бесселя нульового порядку; $k = c_{12}/c_{11}$ – число менше одиниці.

Підставляючи значення константи в формулу (23), а отриманий результат – в співвідношення (17), отримує-

мо можливість записати вираз (16) в наступному вигляді:

$$Z_{el}(\omega) = \frac{1}{i\omega C_\delta^*} F^{(*)}(\omega), \quad (24)$$

де

$$F^{(*)}(\omega) = \frac{\lambda R J_0(\lambda R) - (1-k) J_1(\lambda R)}{\lambda R J_0(\lambda R) - (1-k - 2K_{31}^2) J_1(\lambda R)}; \quad (25)$$

$K_{31}^2 = (e_{31}^*)^2 / (c_{11} \chi_{33}^*)$ – квадрат коефіцієнта електромеханічного зв'язку п'єзокераміки в режимі радіальних коливань диску, поляризованого по товщині.

Функція $F^{(*)}(\omega)$, що задана виразом (25), має ряд характерних точок на осі частот ω . На частоті ω_{rm} , яка відповідає m -му за номером кореню рівняння

$$x J_0(x) - (1-k) J_1(x) = 0, \quad (26)$$

функція $F^{(*)}(\omega_{rm}) = 0$. На частоті ω_{rm} частота зміни знаку сил Кулона, які деформують п'єзокерамічний диск, збігається з m -ою по номеру власною частотою радіальних вісесиметричних коливань круглого диска і відбувається резонансне споживання енергії джерела пружних коливань. Оскільки ідеальне джерело гармонійно змінної в часі різниці електричних потенціалів має нескінченний запас енергії, остільки на частотах радіальних електромеханічних резонансів амплітудні значення радіального компонента $u_\rho^{(z)}(\rho)$ вектора зміщення матеріальних частинок диска необмежено зростають. Відповідно до цього зростають амплітудні значення компонентів тензора деформацій і, як наслідок, необмежено зростають амплітудні значення електричного заряду на поверхні $z = \alpha$. Останнє є причиною необмеженого зростання амплітудних значень змінного струму в провідниках, які підключені до електродованих поверхонь диска. Нескінченні струми на виході ідеального генератора електричної напруги виникають в результаті короткого замикання, тобто коли опір навантаження $Z_{el}(\omega_{rm}) = 0$.

4 ЕКСПЕРИМЕНТИ

У таблиці 1 наведені числові значення перших двох коренів (x_1 і x_2) рівняння (26) і їх відношення $\xi_{21} = x_2/x_1$ в залежності від значень параметра k . Необхідно підкреслити, що відношення ξ_{21} в точності дорівнює відношенню $\omega_{21} = \omega_{r2}/\omega_{r1}$, тобто кругових частот другого і першого радіальних електромеханічних резонансів, яке легко і точно визначається експериментально. Необхідно звернути увагу ще й на те, що числові значення коренів рівняння (26) змінюються досить мало в порівнянні зі зміною параметра k . Це необхідно враховувати при виконанні вимірювань, які необхідно виконувати з усією можливою ретельністю.

Слідом за частотами ω_{rm} радіальних резонансів сліду-ють частоти, на яких обертається в нуль знаменник вира-зу (25). На цих частотах функція $F^{(*)}(\omega)$ необмежено зростає. Відповідно до цього необмежено зростає елек-тричний імпеданс п'єзокерамічного диска. Це відбуваєть-ся через те, що поляризаційні заряди повністю компен-сують електричний заряд, який формує на електродова-них поверхнях диска генератор електричних сигналів. Результуючий заряд Q обертається в нуль і електричний струм в провідниках зникає. Це відповідає розімкнутому електричному колу або електричному колу, в якому вклю-чено нескінченно великий опір. При цьому п'єзокерамі-чний диск, природно, не споживає енергії від джерела коливань, тобто від генератора. Щоб підкреслити специ-фіку і відмінність цього стану від стану на частотах елек-тромеханічного резонансу, частоти ω_{am} , на яких $Z_{el}(\omega_{am}) \rightarrow \infty$, називають частотами електромеханіч-ного антирезонансу.

У реальному експерименті нулі і нескінченності відсутні, оскільки в реальних пружних матеріалах завжди існують втрати на в'язке тертя. Ці втрати можна врахува-ти за допомогою параметра Q_M , який має зміст механі-чної добротності матеріалу. Як відомо, добротністю на-зивається безрозмірне число, величина якого обернено пропорційна втратам енергії в коливальній системі за період. В ідеальних пружних тілах, де втрати енергії на

в'язке тертя відсутні, $Q_M \rightarrow \infty$. У реальних об'єктах доб-ротність Q_M має кінцеве значення. При цьому модулі пружності $c_{\beta\lambda}^E(Q_M)$ записуються наступним чином [20]

$$c_{\beta\lambda}^E(Q_M) = c_{\beta\lambda}^E (1 + i/Q_M), \quad (27)$$

де $c_{\beta\lambda}^E$ – статичний модуль пружності; $i = \sqrt{-1}$ – уявна одиниця.

5 РЕЗУЛЬТАТИ

На рис. 2 показані модулі радіальних зміщень $u_\rho^{(z)}(\rho)$ в п'єзокерамічному диску радіусом $R = 33 \cdot 10^{-3}$ м і тов-щиною $\alpha = 3 \cdot 10^{-3}$ м. Параметри матеріалу диску (п'єзокераміки) $c_{11}^E = 110$ ГПа; $c_{12}^E = 60$ ГПа; $c_{33}^E = 100$ ГПа; $e_{33} = 18$ Кл/м²; $e_{31} = -8$ Кл/м² і $\chi_{33}^E = 1400\chi_0$; $Q_M = 100$; $k = c_{12}/c_{11} = 0,324$. Розра-хунки були виконані на частотах перших трьох електро-механічних резонансів. Номер резонансної частоти про-ставлений в полі рисунку біля відповідної кривої. Для зазначеного вище значення параметра k резонансним частотам відповідають наступні значення коренів рівнян-ня (26): $x_1 = 2,063690$; $x_2 = 5,393958$ і $x_3 = 8,574693$. Різниця електричних потенціалів $U_0 = 1$ В. По осі абсцис на рис. 2 відкладені значення безрозмірною радіальної координати ρ/R .

Звертає на себе увагу надзвичайно швидко зменшен-ня рівнів радіальних зміщень у міру зростання номера електромеханічного резонансу.

Цей факт додатково ілюструється на рис. 3, де показа-на зміна модуля радіального зміщення $u_\rho^{(z)}(R)$ бічної поверхні $\rho = R$ п'єзокерамічного диска в широкому діа-пазоні частот. Обчислення проводилися при зазначено-му вище наборі геометричних і фізико-механічних пара-метрів коливального диска. Цифрами в полі рисунку вка-зані номери електромеханічних резонансів. По осі абсцис на рис. 3 відкладено безрозмірне хвильове число $x = \lambda R$. З представлених на рис. 3 результатів обчислень впливає, що на частотах в околиці першого товщинного резо-нансу (це приблизно відповідає значенням $\lambda R \cong 40 \div 60$) радіальні зміщення матеріальних части-нок диска, розраховані в припущенні, що $\sigma_{zz} = 0$, пере-стають існувати.

На рис. 4 показана зміна модуля електричного імпедансу п'єзокерамічного диска в діапазоні середніх час-тот (рис. 4а). На вставці в поле рис. 4а показано зміну значень модуля $Z_{el}(\omega)$ в найближчій околиці частоти $\omega_{r,1}$ першого електромеханічного резонансу. На рис. 4б по-казана зміна модуля електричного імпедансу в околиці частоти $\omega_{a,1}$ першого електромеханічного антирезонан-су. Геометричні і фізико-механічні параметри диска, які використовувалися при обчисленнях за формулою (24), вказані в коментарях до рис. 3.

Таблиця 1 – Перші два кореня рівняння

$$x J_0(x) - (1 - k) J_1(x) = 0$$

k	x ₁	x ₂	ξ ₂₁
0,00	1,841184	5,331443	2,895660
0,05	1,878980	5,341153	2,842582
0,10	1,915393	5,350843	2,793601
0,15	1,950511	5,360511	2,748259
0,20	1,984414	5,370155	2,706167
0,25	2,017172	5,379773	2,666988
0,30	2,048850	5,389364	2,630434
0,35	2,079508	5,398928	2,596253
0,40	2,109198	5,408462	2,564226
0,45	2,137971	5,417963	2,534162
0,50	2,165871	5,427433	2,505889
0,55	2,192942	5,436869	2,479259
0,60	2,219221	5,446270	2,454137
0,65	2,244744	5,455635	2,430404
0,70	2,269547	5,464962	2,407953
0,75	2,293658	5,474251	2,386690
0,80	2,317109	5,483500	2,366527
0,85	2,339926	5,492708	2,347385
0,90	2,362135	5,501874	2,329195
0,95	2,383761	5,510998	2,311892
1,00	2,404826	5,520078	2,295417

Як випливає з формули (27), вирази (24) і (25) є функціями малого параметра $\varepsilon = 1/Q_M$. Розкладаючи функцію $Z_{el}(\omega)$ в степеневий ряд по малому параметру ε , і обмежуючи розкладання першим ступенем цього пара-

метра, отримуємо наступну оцінку механічної добротності п'єзокераміки:

$$Q_M = \frac{R \left[(x_m^2 + k - 1) J_1(x_m) - k J_0(x_m) \right]}{4 x_m \nu C_{\partial}^*(0) K_{31}^2 J_1(x_m) Z_{el}(x_m)}, \quad (28)$$

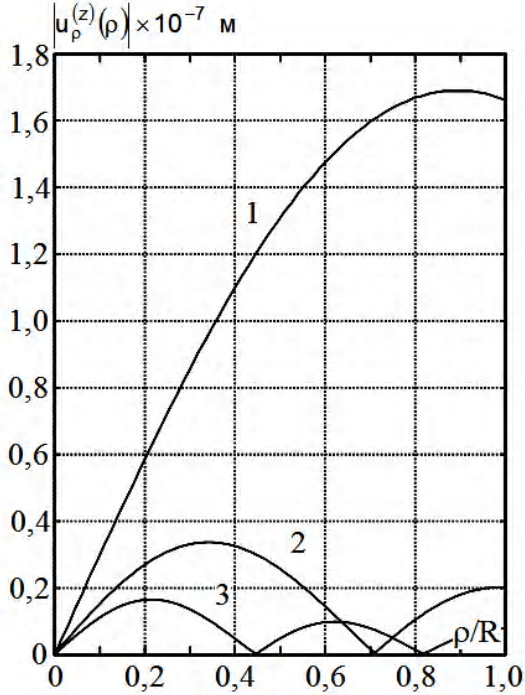


Рисунок 2 – Радіальні зміщення матеріальних частинок п'єзокерамічного диска на частотах перших трьох електро-механічних резонансів

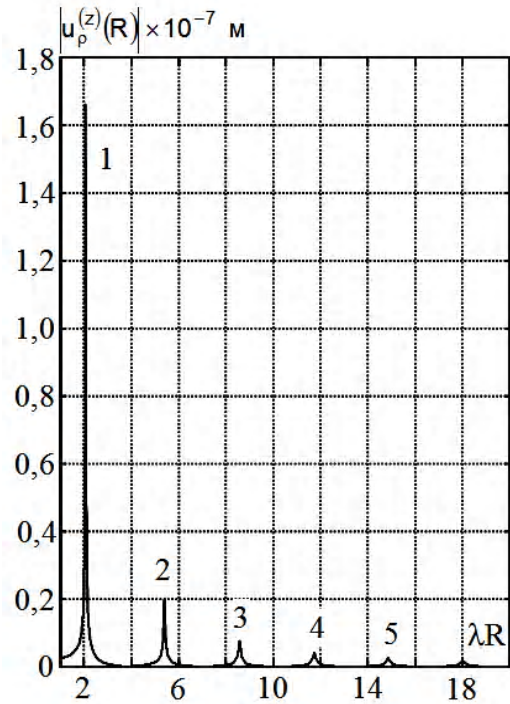


Рисунок 3 – Радіальні зміщення бічної поверхні п'єзокерамічного диска в широкому діапазоні частот

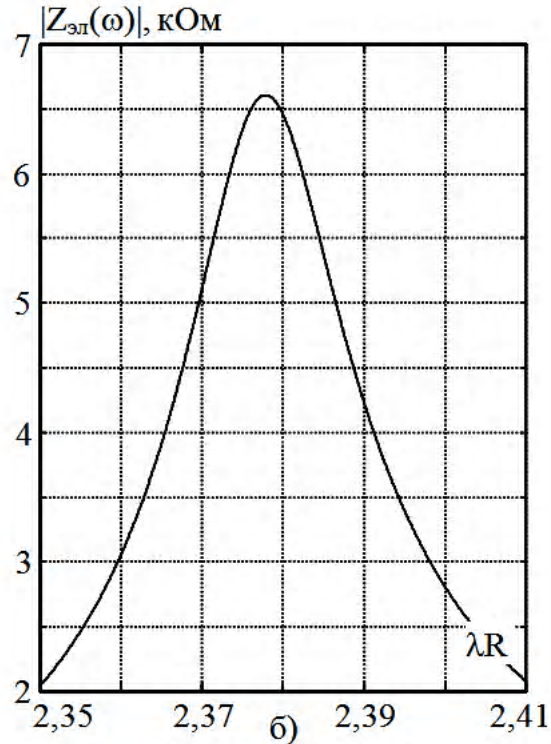
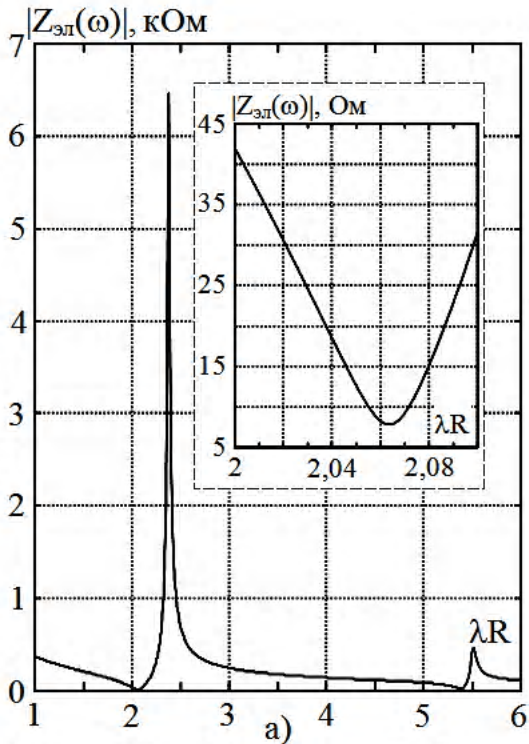


Рисунок 4 – Модуль електричного імпедансу диска в області середніх частот

де x_m – m -ий корінь рівняння (26); $v = \sqrt{\text{Re}c_{11}/\rho_0}$ – швидкість поширення радіальних коливань в п'єзокераміці, визначена без урахування втрат на в'язке тертя; $C_\partial^*(0)$ – динамічна електрична ємність коливального диска, визначена через діелектричну проникність $\text{Re}\chi_{33}^*$, в якій не враховуються втрати на в'язке тертя; $Z_{el}(x_m)$ – електричний імпеданс диска на частоті m -го електромеханічного резонансу. Слід підкреслити, що $Z_{el}(x_m)$ є дійсною величиною. З показаної на рис. 3а вставці, можна визначити $Z_{el}(x_1) = 7,8 \text{ Ом}$. Підстановка цієї величини в формулу (28) дає значення $Q_M = 100,096$. У розрахунок було закладено значення $Q_M = 100$, тобто отримана оцінка знаходиться в добрій згоді з істинним значенням механічної добротності.

У деяких роботах робляться спроби визначення механічної добротності як відношення $\omega_{a1}/\Delta\omega_{0,707}$, де ω_{a1} – кругова частота першого електромеханічного антирезонансу; $\Delta\omega_{0,707}$ – смуга частот на рівні -3 дБ від значення модуля $Z_{el}(\omega_{a1})$, тобто максимального значення електричного імпедансу на частоті першого антирезонансу. Виконуючи ці розрахунки за допомогою графіка, який показаний на рис. 4б, отримуємо значення $Q_M = 153,3$, яке істотно відрізняється від закладеної в розрахунок величини $Q_M = 100$. Причина такого стану речей полягає в тому, що електромеханічний антирезонанс формується за рахунок взаємодії (взаємної компенсації) електричного заряду, який наводиться на електродованій поверхні диска генератором різниці електричних потенціалів, і поляризаційного заряду, який утворюється в результаті деформування п'єзоелектрика. Говорячи іншими словами, втрати на в'язке тертя не є, на відміну від електромеханічного резонансу, єдиним фактором, який визначає величину електричного імпедансу.

На рис. 5 показано частотно залежну зміну модуля безрозмірної функції $F^{(*)}(\omega)$, яка визначена виразом (25). Розрахунок був виконаний для того ж набору геометричних і фізико-механічних параметрів, який використовувався при обчисленнях, результати яких показані на рис. 3 і рис. 4. На вставці в поле рис. 5 показана зміна модуля функції $F^{(*)}(\omega)$ в діапазоні безрозмірних хвильових чисел $3 \leq \lambda R \leq 5$ або, що те ж саме, безрозмірних частот $3 \leq \omega\tau_0 \leq 5$ ($\tau_0 = R/v$), де $|F^{(*)}(\omega)| \approx 1$. При значеннях $\lambda^*R = \omega^*\tau_0 = 3,83$ модуль функції $F^{(*)}(\omega)$ дорівнює одиниці і електричний імпеданс $|Z_{el}(\omega^*)| = 1/\omega^*|C_\partial^*|$. Знаючи значення $|Z_{el}(\omega^*)|$, мож-

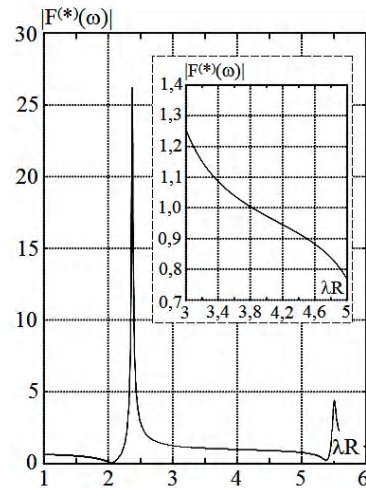


Рисунок 5 – Частотно залежна зміна модуля функції $F^{(*)}(\omega)$

на визначити модуль динамічної електричної ємності в режимі планарних коливань п'єзокерамічного диска, і, як наслідок, отримати оцінку модуля діелектричної проникності χ_{33}^* . Оскільки під час виконання вимірювань значення частоти ω^* , на якій $|F^{(*)}(\omega^*)| = 1$, а ргіорі невідомо, остільки її значення, в першому наближенні, можна оцінити таким чином: $\omega^* \cong (\omega_r + \omega_a)/2$, де $\omega_r = (\omega_{r1} + \omega_{r2})/2$ і $\omega_a = (\omega_{a1} + \omega_{a2})/2$.

6 ОБГОВОРЕННЯ

З теорії Ліфшиця-Пархомовського-Меркулова [21] випливає, що коефіцієнт загасання ультразвуку в широкому діапазоні частот можна описати таким виразом

$$\beta \cong \delta_1 f^2 + \delta_2 f^4,$$

де δ_1 і δ_2 – структурні параметри, числові значення яких визначаються середньостатистичними розмірами зерен матеріалу; f – циклічна частота.

Коефіцієнт загасання β і механічна добротність Q_M пов'язані між собою в області середніх частот в такий спосіб: $\beta = \lambda/\left(2Q_M^{(p)}\right)$, де λ і γ – хвильові числа радіальних і товщинних коливань круглого диска. Знаючи значення механічних добротностей $Q_M^{(p)}$ і $Q_M^{(z)}$ на частотах першого і другого резонансу, а також першого і другого електромеханічних резонансів можна побудувати оцінки частотної залежності механічної добротності в області середніх і високих частот. Крім того, можна сформулювати оцінку частотної залежності добротності в перехідному частотному діапазоні. Зазначені оцінки надзвичайно важливі при математичному моделюванні функціональних пристроїв п'єзоелектроніки, які працюють в широкому частотному діапазоні.

Розглянувши електричний імпеданс коливального п'єзокерамічного диска в області низьких, середніх і ви-

соких частот можна буде побудувати методику експериментального визначення матеріальних констант п'єзокераміки. Перспектива подальших досліджень також може полягати в побудові методики обчислення коефіцієнтів трансформації в п'єзоелектричному трансформаторі з декількома вторинними електричними колами.

Слід зауважити, що п'єзоелектричні диски з частковим електродуванням однієї або двох поверхонь досить часто використовуються для створення різних функціональних пристроїв п'єзоелектроніки. Зокрема, диски з секторним електродуванням поверхні є практично основним елементом багатьох мікроелектромеханічних систем. Множинність і різноманіття практичного застосування дисків з секторним електродуванням природним чином стимулює теоретичні дослідження, метою яких є прогнозування характеристик і технічних параметрів пристроїв п'єзоелектроніки, які створюються на їх основі. Прогноз здійснюється на підставі математичної моделі, яка є основним результатом теоретичного опису реального пристрою. Практична значимість адекватної реальному об'єкту математичної моделі очевидна. В результаті дослідження математичної моделі реального пристрою можна визначити той набір геометричних, фізико-механічних та електричних параметрів реального об'єкта, який забезпечує реалізацію технічних показників функціонального елемента п'єзоелектроніки, обумовлених в технічному завданні. Це істотно скорочує час і вартість розробки нових функціональних елементів п'єзоелектроніки. Вартість зекономлених ресурсів становить комерційну ціну математичної моделі.

ВИСНОВКИ

Основні результати цієї статті можна зафіксувати наступним чином.

1. Вперше при досить загальних початкових припущеннях отримано вираз для розрахунку електричного імпедансу коливального п'єзокерамічного диска.

2. Показано, що електричний імпеданс визначається усередненими значеннями компонентів вектора зміщення матеріальних частинок п'єзокераміки.

3. Побудовано вираз для розрахунку електричного імпедансу коливального п'єзокерамічного диска в області середніх частот, де вектор зсуву матеріальних частинок диска практично повністю визначається радіальним компонентом.

4. В результаті дослідження математичної моделі реального пристрою можна визначити той набір геометричних, фізико-механічних та електричних параметрів реального об'єкта, який забезпечує реалізацію технічних показників функціонального елемента п'єзоелектроніки, обумовлених в технічному завданні. Це істотно скорочує час і вартість розробки нових функціональних елементів п'єзоелектроніки.

ПОДЯКИ

Робота виконана в рамках науково-дослідної роботи Черкаського державного технологічного університету «Створення високоефективного інтелектуального комплексу для розробки та дослідження п'єзоелектричних

компонентів для приладобудування, медицини та робототехніки» (№ держ. реєстрації 0117U000936).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Исследование характеристик пьезоэлектрического трансформатора на основе радиальных колебаний в тонких пьезокерамических дисках / [А. В. Богдан, О. Н. Петрищев, Ю. И. Якименко, Ю. Ю. Яновская] // Электроника и связь. Тематический выпуск «Электроника и нанотехнологии». – 2009. – Ч. 1. – С. 269–274.
2. Математическое моделирование колебаний тонких пьезокерамических дисков для создания функциональных элементов пьезоэлектроники / А. В. Богдан, О. Н. Петрищев, Ю. И. Якименко, Ю. Ю. Яновская // Электроника и связь. Тематический выпуск «Электроника и нанотехнологии». – 2009. – Ч. 2. – С. 35–42.
3. Hsu Yu-Hsiang. Electrical and Mechanical Fully Coupled Theory and Experimental Verification of Rosen-Type Piezoelectric Transformers / Yu-Hsiang Hsu, Chih-Kung Lee, Wen-Hsin Hsiao // IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control. – 2005. – Vol. 52, No. 10. – P. 1829–1839.
4. Flynn Anita M. Fundamental Limits on Energy Transfer and Circuit Considerations for Piezoelectric Transformers / Anita M. Flynn, Seth R. Sanders // IEEE Transactions on Power Electronics. – 2002. – Vol. 17, No. 1. – P. 8–14.
5. Паэранд Ю. Э. Влияние места закрепления пьезотрансформатора на эффективность его работы / Ю. Э. Паэранд, П. В. Охрименко, К. Ю. Филоненко // МНПК «Современные информационные и электронные технологии». – 2014. – С. 69–70.
6. Новые области применения пьезотрансформаторов / [В. М. Климашин, В. Г. Никифоров, А. Я. Сафронов, В. К. Казаков] // Компоненты и технологии. – 2004. – № 1. – С. 56–60.
7. Day Michael. Understanding piezoelectric transformers in CCFL backlight applications / Michael Day, Bang S. Lee // Analog Applications Journal. – 2002. – 4Q. – P. 18–24.
8. Wells Eddy. Comparing magnetic and piezoelectric transformer approaches in CCFL applications / Eddy Wells // Analog Applications Journal. – 2002. – 1Q. – P. 12–18.
9. Експериментальні частотні характеристики п'єзотрансформатора поперечно-поперечного типу для стабілізації струму люмінесцентної лампи / [Шкодзінський О., Белякова І., Письціо В., Медвідь В.] // Вісник ТНТУ. – 2011. – Том 16, № 3. – С. 142–148.
10. Лямов В. Е. Поляризационные эффекты и анизотропия взаимодействия акустических волн в кристаллах / В. Е. Лямов. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1983. – 223 с.
11. Богданов С. В. Определение упругих и пьезокерамических постоянных ромбических кристаллов акустическим методом / С. В. Богданов // Акуст. журн. – 1997. – Т.43, № 3. – С. 304.
12. Богданов С. В. Акустический метод определения упругих и пьезоэлектрических постоянных кристаллов 6 mm- и 4 mm-классов / С. В. Богданов // Акуст. журн. – 2000. – Т. 46, № 5. – С. 609.
13. Шульга Н. А. Колебания пьезоэлектрических тел / Н. А. Шульга, А. М. Болкисев. – Киев: Наукова думка, 1990. – 228 с.
14. Кэди У. Пьезоэлектричество и его практические применения / У. Кэди. – М.: ИЛ, 1949. – 718 с.
15. Дидковский В. С. К вопросу об определении физико-механических констант пьезокерамических материалов / В. С. Дидковский, О. Н. Петрищев, А. Н. Шаблатович // Электроника и связь. – 2004. – № 22. – С. 76–87.
16. Гринченко В. Т. Механика связанных полей в элементах конструкций. Т.5. Электроупругость / В. Т. Гринченко,

- А. Ф. Улитко, Н. А. Шульга. – Киев : Наукова думка, 1989. – 280 с.
17. Партон В. З. Электромагнитоупругость пьезоэлектрических и электропроводных тел / В. З. Партон, Б. А. Кудрявцев. – М. : Наука, 1988. – 472 с.
 18. Петрищев О.Н. Гармонические колебания пьезокерамических элементов. Часть 1. Гармонические колебания пьезокерамических элементов в вакууме и метод резонанса – антирезонанса / О. Н. Петрищев. – Киев : Аверс, 2012. – 300 с.
 19. Новацкий В. Теория упругости / В. Новацкий. – М. : Мир, 1975. – 873 с.
 20. Улитко А. Ф. Амплитуды и фазы продольных колебаний пьезокерамических стержней с учетом переменной механической добротности / А. Ф. Улитко. – Київ : Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2004. – С. 204–208.
 21. Пападакис Э. Затухание ультразвука, обусловленное рассеянием в поликристаллических средах. – В кн. Физическая акустика, т. IV. Часть Б. Приложения физической акустики в квантовой физике и физике твердого тела / Э. Пападакис. – М. : Мир, 1970. – С. 317–381.
- Стаття надійшла до редакції 22.09.2017.
Після доробки 28.10.2017.

Базило К. В.

Канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры компьютеризованных и информационных технологий в приборостроении Черкасского государственного технологического университета, Черкассы, Украина

ПРИНЦИПЫ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ИМПЕДАНСА КОЛЕБЛЮЩЕГОСЯ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКОГО ДИСКА В ОБЛАСТИ СРЕДНИХ ЧАСТОТ

Актуальность. Актуальность применения различных функциональных элементов пьезоэлектроники в силовых и информационных системах объясняется, прежде всего, их высокой надежностью. Конечной целью математического моделирования физического состояния колеблющихся пьезокерамических элементов является качественное и количественное описание характеристик и параметров существующих в них электрических и упругих полей.

Цель работы – расчет электрического импеданса колеблющегося пьезоэлектрического диска в области средних частот.

Метод. При достаточно общих начальных предположениях получено математическое описание электрического импеданса колеблющегося в вакууме пьезокерамического тонкого диска со сплошным электродированием торцевых поверхностей. Показано, что электрический импеданс определяется усредненными значениям компонентов вектора смещения материальных частиц пьезокерамики.

Результаты. Построено выражение для расчета электрического импеданса колеблющегося пьезокерамического диска в области средних частот, где вектор смещения материальных частиц диска практически полностью определяется радиальным компонентом.

Выводы. В результате исследования математической модели реального устройства можно определить тот набор геометрических, физико-механических и электрических параметров реального объекта, который обеспечивает реализацию технических показателей функционального элемента пьезоэлектроники, оговоренных в техническом задании. Это существенно сокращает время и стоимость разработки новых функциональных элементов пьезоэлектроники. Перспективы дальнейших исследований могут заключаться в построении методики вычисления коэффициентов трансформации в пьезоэлектрическом трансформаторе с несколькими вторичными электрическими цепями.

Ключевые слова: тонкий диск, пьезокерамика, электрический импеданс, вектор смещения материальных частиц пьезокерамики.

Bazilo C. V.

PhD, Associate professor, Associate professor of department of Computerized and Information Technologies in Instrument Making, Cherkasy State Technological University, Cherkasy, Ukraine

PRINCIPLES OF ELECTRICAL IMPEDANCE CALCULATING OF OSCILLATING PIEZOCERAMIC DISK IN THE AREA OF MEDIUM FREQUENCIES

Context. The relevance of the use of various functional elements of piezoelectronics in power and informational systems is due, above all, to their high reliability. The final goal of mathematical modeling of the vibrating piezoelectric elements physical condition is a qualitative and quantitative description of characteristics and parameters of existing electrical and elastic fields.

Objective. The aim of this work is to calculate the electrical impedance of oscillating piezoelectric disk in the mid-frequency range.

Method. At sufficiently general initial assumptions a mathematical description of the electrical impedance of the oscillating thin piezoceramic disk with end surfaces continuous covering by electrodes in vacuum is obtained. It is shown that electric impedance is determined by the averaged values of the components of piezoceramics material particles displacement vector.

Results. Expression for electrical impedance calculating of the oscillating piezoceramic disk at middle frequencies is built, where the disk's material particles displacement vector is almost completely determined by the radial component.

Conclusions. As a result of research of real device's mathematical model a set of geometrical, physical and mechanical and electrical parameters of a real object can be determined which provides realization of technical parameters of piezoelectric functional element specified in technical specifications. This significantly reduces the time and cost of new functional elements of piezoelectronics development. Prospects for further research can be defined as the construction of technology for calculating of transformation coefficients in piezoelectric transformer with several secondary electrical circuits.

Keywords: thin disk, piezoelectric ceramics, electrical impedance, piezoelectric ceramics material particles displacement vector.

REFERENCES

1. Bogdan A. V., Petrishhev O. N., Yakimenko Yu. I., Yanovskaya Yu. Yu. Issledovanie karakteristik p'ezoe'lektricheskogo transformatora na osnove radial'nyx kolebanij v tonkix p'ezokeramicheskix diskax, *E'lektronika i svyaz'*, Tematicheskij vypusk «*E'lektronika i nanotexnologii*», 2009, Part 1, pp. 269–274.
2. Bogdan A. V., Petrishhev O. N., Yakimenko Yu. I., Yanovskaya Yu. Yu. Matematicheskoe modelirovanie kolebanij tonkix p'ezokeramicheskix diskov dlya sozdaniya funkcional'nyx e'lementov p'ezoe'lektroniki, *E'lektronika i svyaz'*, Tematicheskij vypusk «*E'lektronika i nanotexnologii*», 2009, Part 2, pp. 35–42.

3. Yu-Hsiang Hsu, Chih-Kung Lee, Wen-Hsin Hsiao Electrical and Mechanical Fully Coupled Theory and Experimental Verification of Rosen-Type Piezoelectric Transformers, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 2005, Vol. 52, No. 10, pp. 1829–1839.
4. Flynn Anita M., Sanders Seth R. Fundamental Limits on Energy Transfer and Circuit Considerations for Piezoelectric Transformers, *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2002, Vol. 17, No. 1, pp. 8–14.
5. Pae'rand Yu. E'., Oxrimenko P. V., Filonenko K. Yu. Vliyanie mesta zakrepleniya p'ezotransformatora na e'ffektivnost' ego raboty, *MNPK «Sovremennye informacionnye i e'lektronnye tekhnologii»*, 2014, pp. 69–70.
6. Klimashin V. M., Nikiforov V. G., Safronov A. Ya., Kazakov V. K. Novye oblasti primeneniya p'ezotransformatorov, *Komponenty i tekhnologii*, 2004, No. 1, pp. 56–60.
7. Day Michael, Lee Bang S. Understanding piezoelectric transformers in CCFL backlight applications, *Analog Applications Journal*, 2002, 4Q, pp. 18–24.
8. Wells Eddy Comparing magnetic and piezoelectric transformer approaches in CCFL applications, *Analog Applications Journal*, 2002, 1Q, pp. 12–18.
9. Shkodzinskyi O., Bieliakova I., Pistio V., Medvid V. Eksperymentalni chastotni kharakterystyky piezotransformatora poperechno-poperechnoho typu dlia stabilizatsii strumu liuminentsentnoi lampy, *Visnyk TNTU*, 2011, Vol. 16, No. 3, pp. 142–148.
10. Lyamov V. E. Polyarizacionnye e'ffekty i anizotropiya vzaimodeystviya akusticheskix voln v kristallax. Moscow, *Izd-vo Mosk. un-ta*, 1983, 223 p.
11. Bogdanov S. V. Opredelenie uprugix i p'ezokeramicheskix postoyannyx rombicheskix kristallov akusticheskim metodom, *Akust. zhurn.*, 1997, Vol. 43, No. 3, P. 304.
12. Bogdanov S. V. Akusticheskij metod opredeleniya uprugix i p'ezoe'lektricheskix postoyannyx kristallov 6 mm- i 4 mm- klassov, *Akust. zhurn.*, 2000, Vol. 46, No. 5, pp. 609.
13. Shul'ga N. A., Bolkisev A. M. Kolebaniya p'ezoe'lektricheskix tel, Kiev, *Naukova dumka*, 1990, 228 p.
14. Ke'di U. P'ezoe'lektrichestvo i ego prakticheskie primeneniya. Moscow, *IL*, 1949, 718 p.
15. Didkovskij V. S., Petrishhev O. N., Shablatovich A. N. K voprosu ob opredelenii fiziko-mexanicheskij konstant p'ezokeramicheskix materialov, *E'lektronika i svyaz'*, 2004, No. 22, pp. 76–87.
16. Grinchenko V. T., Ulitko A. F., Shul'ga N. A. Mexanika svyazannyx polej v e'lementax konstrukcij, Vol. 5, *E'lektroprugost'*. Kiev, *Naukova dumka*, 1989, 280 p.
17. Parton V. Z., Kudryavtsev B. A. E'lektromagnitoprugost' p'ezoe'lektricheskix i e'lektroprovodnyx tel. Moscow, *Nauka*, 1988, 472 p.
18. Petrishhev O. N. Garmonicheskie kolebaniya p'ezokeramicheskix e'lementov. Chast' 1. Garmonicheskie kolebaniya p'ezokeramicheskix e'lementov v vakuume i metod rezonansa – antirezonansa. Kiev, *Avers*, 2012, 300 p.
19. Novackij V. Teoriya uprugosti. Moscow, *Mir*, 1975, 873 p.
20. Ulitko A. F. Amplitudy i fazy prodol'nyx kolebanij p'ezokeramicheskix sterzhnej s uchetom peremennoj mexanicheskij dobrotnosti, Kyiv, *Vydavnycho-polihrafichnyi tsentr «Kyivskiy universytet»*, 2004, pp. 204–208.
21. Papadakis E'. Zatuxanie ul'trazvuka, obuslovlennoe rasseyaniam v polikristallicheskix sredax, V kn. *Fizicheskaya akustika*, Vol. IV, P. B, Prilozheniya fizicheskij akustiki v kvantovoj fizike i fizike tverdogo tela. Moscow, *Mir*, 1970, pp. 317–381.