

УДК 338.26:65 6.611.2

О.И. Шумлянская

СРЕДНИЙ СТАНДАРТНЫЙ МНОГОФАКТОРНЫЙ ПОКАЗАТЕЛЬ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ

Многофакторное исследование чувствительности критерия эффективности плана (проекта) к совокупности изменений факторов, проводимое в условиях неопределенности этих изменений, определено как испытательная процедура при стандартном упорядоченном изменении всех измененных факторов. Получены выражения среднего стандартного многофакторного показателя чувствительности, указаны возможности их специального применения.

Ключевые слова: чувствительность, риск, норма вектор-фактора, стандартные изменения, многофакторный показатель.

Багатофакторне дослідження чутливості критерію ефективності плану (проекту) щодо сукупності змін факторів, що проводиться в умовах невизначеності цих змін, визначене як випробна процедура при стандартній упорядкованій зміні всіх змінених факторів. Одержані вирази середнього стандартного багатофакторного показника чутливості, вказані можливості їх особливого застосування.

Ключові слова: чутливість, ризик, норма вектор-фактора, стандартні зміни, багатофакторний показник.

The multifactor sensitivity research of criterion of the plan (project) efficiency towards the set of changes of the factors, carried out in conditions of uncertainty of these changes, has been determined as test procedure with standard ordered change of all changed factors. The expressions of the average standard multifactor index of sensitivity have been received. The opportunities of their special application have been indicated.

© Шумлянская О.И., 2012

Keywords: sensitivity, risk, norm of vector-factor, standard changes, multifactor index.

Постановка проблемы. Предприятия водного транспорта, работая в условиях изменчивой конъюнктуры рынка транспортных услуг, для успешной своей деятельности должны обладать способностью активно реагировать на изменения внешней среды. С этой целью в планах (проектах) предприятий предусматриваются, в частности, «исследования на риск». В тесной связи с этим находится изучение чувствительности критериев $y_k(x_1, x_2, \dots, x_n)$ эффективности плана (проекта) к изменениям определяющих их факторов $x_i, i = 1, 2, \dots, n$ [1]. Таким образом, анализ чувствительности плана (проекта), его совершенствование являются значительными мероприятиями в процессе обоснованного эффективного планирования деятельности предприятий морехозяйственного комплекса и требуют к себе повышенного внимания.

Обзор последних исследований и публикаций. В работе [2] изложены основы однофакторного анализа чувствительности критерия $y(x_1, x_2, \dots, x_n)$, состоящего в изучении относительного изменения критерия при относительном изменении только одного фактора Δx_i . Составлено выражение однофакторного показателя чувствительности на основе конечного изменения Δx_i

$$sens(y, x_i) = \frac{y(x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_i + \Delta x_i, x_{i+1}, \dots, x_n) - y(x_1, x_2, \dots, x_n)}{y(x_1, x_2, \dots, x_n) \frac{\Delta x_i}{x_i}},$$

(1)

($i = \overline{1, n}$).

В работе [2] отмечается, что, наряду с преимуществами, однофакторный анализ чувствительности обладает недостатками, существенным из которых является именно однофакторность.

В работе [3] поставлен вопрос о многофакторном исследовании чувствительности как охватывающем совокупное действие факторов и предложена формула многофакторного показателя чувствительности (МПЧ) плана (проекта) по критерию y к совокупности изменений всех n факторов $\{\Delta x_i\}$, т.е. Δx_i ($i = 1, 2, \dots, n$)

$$sens(y, (x_1, x_2, \dots, x_n)) = \frac{y(M') - y(M)}{y(M)} \cdot \frac{\|\Delta \vec{r}\|}{\|\vec{r}\|}; \quad (2)$$

формула построена как обобщение формулы (1) с применением конечных приращений факторов, она выражает МПЧ как величину относительную и среднюю на совокупности $\{\Delta x_i\}$. Здесь использованы базисная и смещенная n -мерные точки

$$M(x_1, x_2, \dots, x_n); \quad (3)$$

$$M'(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n),$$

вектор-фактор и его изменение

$$\vec{r} = (x_1, x_2, \dots, x_n); \quad (4)$$

$$\Delta \vec{r} = (\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n),$$

рассматриваемые как элементы линейного нормированного пространства [4] с обычными правилами суммирования, умножения на число и нормой

$$\|\vec{r}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}; \quad \|\Delta \vec{r}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}. \quad (5)$$

Аналогичная формула приводится для МПЧ к изменениям $\Delta x_i, i \in I \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$ группы факторов

$$sens(y, (x_i, i \in I \subseteq \{1, 2, \dots, n\})) = \frac{y(M'_I) - y(M)}{y(M)} \cdot \frac{\|\Delta \vec{r}_I\|}{\|\vec{r}_I\|}, \quad (6)$$

где n -мерная точка

$$M'_I(x_i + \Delta x_i, x_v), \quad (7)$$

$$(i \in I \subseteq \{1, 2, \dots, n\}; v \in \{\{1, 2, \dots, n\} \setminus I\}),$$

n_1 -мерный вектор группы факторов \vec{r}_I и $\Delta \vec{r}_I$ равны

$$\vec{r}_I = (x_i), \quad (i \in I \subseteq \{1, 2, \dots, n\}), \quad (8)$$

$$\Delta \vec{r}_I = (\Delta x_i), \quad (i \in I \subseteq \{1, 2, \dots, n\}).$$

В работе [3] выделен важный вопрос о значениях изменений $\{\Delta x_i\}$. Формулы МПЧ (2) и (6) предложены в предположении об одинаково-процентных изменениях факторов по модулю. Однако более полное осуществление его решения предлагается в настоящей статье.

Задача исследования. Целью исследования является:

1) разработка стандартного “норматива” в рациональном выборе множества изменений факторов $\{\Delta x_i\}$ при многофакторном исследовании относительной характеристики чувствительности критерия $y(x_1, x_2, \dots, x_n)$ в условиях *неопределенности*;

2) построение средних стандартных МПЧ (СМПЧ);

3) выявление отдельных критических факторов или критических групп факторов при стандартном многофакторном исследовании чувствительности.

Основной материал исследования. Будем изучать чувствительность критерия эффективности плана (проекта) в условиях *неопределенности* изменений факторов. Существенным при этом является то, что для оценки чувствительности в предполагаемых условиях неопределенности совокупность изменений факторов рассматривается как множество $\{\Delta x_i\}$ изменений, *назначаемых исследователем*. Вычисление МПЧ представляется как осуществление специально организованной аналитиком *испытательной* процедуры многофакторного исследования чувствительности. Аналитик исходит из базисной точки значений факторов $M(x_1, x_2, \dots, x_n)$. *Назначаемая* аналитиком совокупность изменений $\{\Delta x_i\}$ должна быть как-то упорядоченной. В противном случае разные исследователи могут выбрать разные множества $\{\Delta x_i\}$ и прийти к разным МПЧ, что лишает МПЧ конкретного содержания.

Рассматриваемое многофакторное исследование чувствительности предполагает, что все измененные исследователем факторы, без исключения, в отношении придаваемых исследователем им изменений должны быть поставлены в *одинаковые* в каком-то смысле условия. Такое требование к изменениям факторов должно обеспечить некоторую определенность в распределении возникающих адекватных изменений в МПЧ критерия. В этом специфика *рассматриваемого многофакторного* исследова-

ования чувствительности.

Поскольку в базисной точке $M(x_1, x_2, \dots, x_n)$ численные значения разных факторов вообще разные, а придаваемые им исследователем изменения в силу экономических причин могут иметь разные знаки, то предполагаемые значения изменений $\{\Delta x_i\}$ факторов (x_i) целесообразно определить равенствами взятых по модулю относительных изменений факторов

$$\frac{\pm \Delta x_1}{x_1} = \frac{\pm \Delta x_2}{x_2} = \dots = \frac{\pm \Delta x_n}{x_n} = \alpha = const > 0 \quad (9)$$

или

$$\Delta x_1 = \pm \alpha x_1, \Delta x_2 = \pm \alpha x_2, \dots, \Delta x_n = \pm \alpha x_n, \quad (10)$$

где знак изменения Δx_i , как уже указывалось, диктуется экономическими соображениями, величина α назначается. Изменения Δx_i соответствуют одинаково-процентным изменениям факторов x_i . Условия (9), или (10), налагаемые на изменения факторов $\{\Delta x_i\}$, а также сами изменения будем называть *стандартными*.

Проведенные рассуждения дают основание ввести ниже следующее.

Определение. Называемое *стандартным многофакторное исследование чувствительности критерия* эффективности плана (проекта) $y(x_1, x_2, \dots, x_n)$ к совокупности назначаемых исследователем изменений $\{\Delta x_i\}$ всех факторов (x_1, x_2, \dots, x_n) есть испытательная процедура, состоящая в вычислении МПЧ (2) при удовлетворении налагаемых на совокупность изменений $\{\Delta x_i\}$ стандартных условий (9), или (10). Исследуемую при этом чувствительность будем называть *стандартной многофакторной чувствительностью критерия*.

Условия (9), или (10), упорядочивают выбор исследователем совокупности изменений $\{\Delta x_i\}$, существенно дополняют формулу МПЧ (2).

При выполнении стандартного условия (10) имеет место равенство

$$\|\Delta \bar{r}\| = \alpha \|\bar{r}\|; \quad (11)$$

и, следовательно, формула МПЧ (2) приводится к такому виду:

$$sens(y, (x_1, x_2, \dots, x_n)) = \frac{y(M^\alpha) - y(M)}{\alpha y(M)}; \quad (12)$$

где использованы n -мерные точки

$$M(x_1, x_2, \dots, x_n); \\ M^\alpha(x_1 \pm \alpha x_1, x_2 \pm \alpha x_2, \dots, x_n \pm \alpha x_n); \quad (13)$$

$sens(y, (x_1, x_2, \dots, x_n))$ (12), как отражающий конечные стандартные изменения факторов (10), будем называть средним стандартным МПЧ (СМПЧ) на связях критерия Y со всей совокупностью факторов.

Введенное выше **определение** по существу принимается также при изменении только группы факторов (x_i) ($i \in I \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$). В этом случае стандартные условия (9), (10) записываются так:

$$\frac{\pm \Delta x_i}{x_i} = \alpha = const > 0, \\ \Delta x_i = \pm \alpha x_i, \quad (i \in I \subseteq \{1, 2, \dots, n\}). \quad (14)$$

При выполнении условий (14)

$$\|\Delta \bar{r}_I\| = \alpha \|\bar{r}_I\|, \quad (15)$$

и формула МПЧ (6) приводится к формуле среднего СМПЧ такого вида:

$$sens(y, (x_i, i \in I \subseteq \{1, 2, \dots, n\})) = \frac{y(M_I^\alpha) - y(M)}{\alpha y(M)}, \quad (16)$$

где n -мерная точка

$$M_I^\alpha(x_i \pm \alpha x_i; x_v), (i \in I \subseteq \{1, 2, \dots, n\}; v \in \{\{1, 2, \dots, n\} \setminus I\}). \quad (17)$$

Знаки “+” или “-” в (13) и (17) определяются сущностью соответствующего экономического процесса и условиями (10).

Изменяя α , можно получить зависимость СМПЧ от α .

СМПЧ дает представление о чувствительности критерия при совокупном изменении факторов в условиях неопределенности. Оценка значимости вычисляемых значений СМПЧ должна производиться на экспертном уровне.

Пример. Безубыточный объем производства некоторой продукции [2,5]

$$Q^* = \frac{C}{P - V}, \quad (18)$$

где $C = 1600$ ден.ед./мес. – постоянные расходы за месяц;

$P = 20$ ден.ед./ед.прод. – цена единицы продукции;

$V = 12$ ден.ед./ед.прод. – переменные расходы на единицу продукции.

Как видно из (18), точка безубыточности $Q^* = 200$ ед. прод./мес.

После обезразмеривания величин Q^* , C , P , V , сохраняющего их исходные численные значения, все величины в равенстве (18) можно полагать безразмерными.

Базисные безразмерные численные значения факторов и их стандартные изменения, а также базисное безразмерное значение изучаемого критерия – точки безубыточности Q^* , представлены в таблице; принято $\alpha = 0,01$.

Таблица

Исходные численные значения
для определения СМПЧ точки безубыточности

Факторы	C	P	V
Базисное значение фактора (x_i)	1600	20	12
Относительное изменение фактора ($\frac{\Delta x_i}{x_i} 100\%$)	+1 %	+1 %	-1 %
Абсолютное изменение фактора (Δx_i)	16	0,2	-0,12
Базисное значение критерия	$Q^* = 200$		

Вычислим по формулам (12), (16) СМПЧ точки безубыточности Q^* к совокупности изменений всех трех факторов – C , P , V – $sens(Q^*, (C, P, V))$, а также к совокупностям изменений факторов в разных их группах

$$sens(Q^*, (C, P, V)) = -2,88.$$

$$sens(Q^*, (C, V)) = -0,49. \quad sens(Q^*, (C, P)) = -1,46.$$

$$sens(Q^*, (P, V)) = -3,8.$$

Стандартное многофакторное исследование чувствительности дает возможность, рассматривая стандартные МПЧ критерия на связях с факторами разных групп, определять от-

дельные критические факторы, а также критические группы факторов, что очень важно для практики. Так, из сравнения модулей стандартных МПЧ критерия на связях с группами из двух факторов следует, что критической группой факторов следует считать группу (P, V) ($sens(Q^*, (P, V)) = -3,8$). Дополнительное введение в эту группу фактора C (с его назначенным изменением) значительно уменьшает по модулю МПЧ ($sens(Q^*, (C, P, V)) = -2,88$), что говорит о влиятельности фактора C в группе (P, V) (а не просто – фактора C). Аналогично, введение в группу (C, V) фактора P значительно увеличивает по модулю МПЧ, откуда следует его критичность в этой группе. Этим ограничим анализ, который можно было бы продолжать.

Выводы

1. Введены новые понятия и величины, позволяющие проводить исследования чувствительности критерия в условиях неопределенности изменений факторов:

- а) стандартное изменение совокупности факторов;
- б) стандартная многофакторная чувствительность критерия;
- в) средний стандартный многофакторный показатель чувствительности (СМПЧ) критерия.

2. Вычисляя стандартные МПЧ критерия к изменениям факторов, образующих разные составляемые группы, можно путем сравнений оценивать отдельные факторы или группы факторов как критические или не критические по отношению к тем или иным группам факторов. Многофакторный анализ раскрывает картину, адекватную реальным условиям, так как действия факторов рассматриваются не изолированно, а в совокупном действии.

3. Предложенные формулы для вычисления среднего стандартного многофакторного показателя чувствительности (СМПЧ) критерия эффективности удобны для практического применения, а полученные их численные значения, как результаты стандартного многофакторного исследования чувстви-

тельности, позволяют оценить риск плана (проекта) в условиях неопределенности.

4. СМПЧ можно использовать для сравнения чувствительностей сходственных критериев альтернативных планов (проектов). Причем, важным является то, что, поскольку СМПЧ является агрегированной в отношении факторов характеристикой, сравнение можно производить даже в тех случаях, когда эти критерии зависят от различающихся наборов факторов.

Возможности разработанного метода стандартного многофакторного исследования чувствительности могут быть использованы в процессе планирования деятельности судоходных компаний, портов, судоремонтных предприятий, направленного на их долгосрочное успешное функционирование в условиях изменчивой рыночной среды.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Шумлянская О.И. Планирование основной производственной деятельности судоходных компаний на базе экономико-математических моделей: Монография / О.И. Шумлянская – Одесса: Печатный дом, 2005. – 196 с.
2. Волков И.М. Проектный анализ: Учебник для вузов / И.М. Волков, М.В. Грачева. – М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1998. – 423 с.
3. Шумлянская О.И. Многофакторный анализ чувствительности / О.И. Шумлянская // Развитие методів управління та господарювання на транспорті: Зб. наук. праць. – Вип. 35. – Одеса: ОНМУ. – 2011. – С. 184-197.
4. Соболев В.И. Лекции по дополнительным главам математического анализа / В.И. Соболев. – М.: Издательство «Наука», 1968. – 288 с.

5. Пересада А.А. Інвестиційний аналіз: Підручник / А.А. Пересада, Ю.М. Коваленко, С.В. Онікієнко. – К.: КНЕУ, 2003. – 485 с.

Стаття надійшла до редакції 20.02.2012

Рецензент – доктор економічних наук, професор, завідувач кафедри “Економічна теорія та кібернетика” Одеського національного морського університету **Г.С. Махуренко**.