

УДК 658.07

Ю.В. Куруджи

**ОБ ОДНОЙ СТАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ ПЛАНА
ВЫПУСКА И ДОСТАВКИ ПРОДУКЦИИ В ЦЕПИ ПОСТАВОК**

Методами линейного программирования в статье построена и проанализирована статическая модель совместной оптимизации плана производства комплектующих несколькими предприятиями-поставщиками, плана производства конечной продукции предприятием-изготовителем и плана доставки готовой продукции в пункты потребления. Эта модель описывает координацию основных участников цепи поставок с целью достижения минимальных полных затрат на производство и доставку продукции.

Ключевые слова: цепь поставок, VAT-классификация, предприятия-поставщики, предприятие-изготовитель конечной продукции, минимум полных логистических затрат, многоиндексная задача линейного программирования.

Методами лінійного програмування у статті побудована і проаналізована статична модель спільної оптимізації плану виробництва комплектуючих декількома підприємствами-постачальниками, плану виробництва кінцевої продукції підприємством-виробником та плану доставки готової продукції в пункти споживання. Ця модель описує координацію основних учасників ланцюга поставок з метою досягнення мінімальних повних витрат на виробництво та доставку продукції.

Ключові слова: ланцюг поставок, VAT-класифікація, підприємства-постачальники, підприємство-виробник кінцевої продукції, мінімум повних логістичних витрат, багатоіндексна задача лінійного програмування.

© Куруджи Ю.В., 2013

In the article, by the methods of linear programming, a static optimization model for joint planning of complete set and finished product manufacturing, transportation of finished products to consumers is built and analyzed. It is supposed that there are several plants-suppliers for manufacturing of complete set for a single plant which manufactures the finished products. The model describes the co-ordination among main participants of supply chain with the aim to minimize the total logistic costs for production and transportation of finished products. The necessary conditions of solvability of above optimization model are found. It is shown that our approach may be used for other configurations of supply chain modeling and optimization, as well. The possibility of further generalization of the model under examination for the case of random demand at destinations is pointed out.

Keywords: supply chain, VAT-classification, plants-suppliers of complete set, plant-manufacturer of finished products, minimization of total logistic costs, multi-index linear programming problem.

Постановка проблемы. Как известно, приобретение предприятием устойчивых конкурентных преимуществ обеспечивается следующими предпосылками [1]:

- превращением рынка продавца в рынок покупателя;
- сокращением жизненного цикла товаров;
- широким распространением практики поставок «точно в срок»;
- способностью предприятия быстро и гибко реагировать на колебания спроса и поведение конкурентов благодаря концепции цепи поставок.

Особо здесь следует выделить последнюю концепцию, которая в течение последних лет развивается наиболее динамично и оказывает существенное влияние на все сферы экономики за счет кооперации в пределах взаимных поставок.

Основной целью функционирования цепи поставок является перемещение материального потока вдоль всей цепи поставок от одной логистической системы к другой или к конечному потребителю [1, 2]. В то же время, кроме материального потока, нельзя игнорировать сопутствующие информационные, финансовые и сервисные потоки.

В [1] дается следующее определение понятия цепи поставок, которого мы будем придерживаться в рамках данной статьи: «Цепь поставок – это линейно упорядоченная совокупность физических и юридических лиц, среди которых можно выделить поставщиков начального и конечного уровней, конечных потребителей, которые принимают участие в выполнении логистических операций для доведения материального и сопутствующих ему потоков от одной логистической системы к другой или к конечному потребителю».

В зависимости от числа поставщиков, которые вовлекаются в производственный процесс, видов производимой продукции все цепи поставок можно классифицировать по трем группам: V, A, T [1]. VАТ-классификация основывается на том, как проходит материальный поток через всю цепь поставок. Для цепи типа V характерно наличие небольшого числа поставщиков одного и того же материала, сырья, которые в результате производственного процесса преобразуются в большое число видов конечной продукции. Цепи поставок типа А имеют противоположную структуру. Здесь из большого числа поставщиков различных видов сырья, материалов и комплектующих, деталей изготавливается относительно небольшое число товаров конечного потребления. Наконец, цепи поставок типа Т характеризуются привлечением небольшого числа поставщиков и разделением производственного процесса на две стадии: первая, в которой выпускаются и хранятся основные детали и компоненты с использованием простых операций; вторая, на которой одинаковые комплектующие объединяются в разных комбинациях.

В связи с распространением на практике концепции цепи поставок возникает множество проблем, касающихся их оптимального проектирования и оптимального управления их функционированием. Эти проблемы, как, собственно говоря, и исследование отдельных процессов, которые происходят в цепях поставок, могут быть решены с помощью ряда конкретных теорий, таких как: микроэкономика, операционный менеджмент, логистический менеджмент, риск-менеджмент, теория конкуренции, исследование операций (теория управления запасами, теория оптимизации) и др.

Обзор последних исследований и публикаций. В настоящее время, на наш взгляд, исследований по данной проблематике недостаточно. Из недавних работ в данном направлении можно отметить монографии [3, 4] и статьи [5-8], посвященные моделированию работы различных логистических систем. Например, в статьях [5, 6, 7] для этой цели предлагаются различные модификации многоиндексных задач оптимизации транспортного типа. Однако в цитируемых работах мало учитывается специфика функционирования цепей поставок даже в рамках упомянутой выше VАТ-классификации, слабо используется огромный теоретический материал, разработанный в теории управления запасами. Некоторым исключением может считаться работа [8], в которой представлена модель совместной динамической оптимизации плана поставок материалов на промышленное предприятие, плана выпуска и доставки готовой продукции, основанная на обобщении известной в теории запасов модели Вагнера-Уайтина.

Задачи исследования. Целью настоящей работы является построение и анализ статической модели оптимизации плана выпуска промежуточной и конечной продукции в цепях поставок типа V на основе синтеза обобщенной задачи линейного программирования оптимизации плана производства продукции промышленным предприятием и транспортной задачи линейного программирования.

Основной материал исследования. Ниже, в целях избегания громоздких аналитических конструкций, мы ограничимся рассмотрением простейшего частного случая цепи поставок типа V, включающей только два уровня.

Пусть имеются S предприятий–поставщиков, производящих комплектующие для производства (сборки) конечной продукции на единственном предприятии-изготовителе. Предприятие-поставщик с номером s изготавливает L_s видов комплектующих из R_s видов первичного сырья, полуфабрикатов и др. производственных ресурсов, причем на производство единицы комплектующей l -го вида необходимо затратить $a_{slr}^{(1)}$ сырья r -го вида, $s = 1, 2, \dots, S, l = 1, 2, \dots, L_s, r = 1, 2, \dots, R_s$. Ресурс r -го вида на S -м предприятии-поставщике имеется в количестве $b_{sr}, s = 1, 2, \dots, S, r = 1, 2, \dots, R_s$. Считается, что все предприятия-поставщики производят различные комплектующие.

Все произведенные на предприятиях-поставщиках комплектующие закупаются предприятием-изготовителем, выпускающим конечную продукцию K видов. На производство единицы конечной продукции k -го вида необходимо затратить $a_{slk}^{(2)}, s = 1, 2, \dots, S, l = 1, 2, \dots, L_s, k = 1, 2, \dots, K$ комплектующих l -го вида, произведенных на S -м предприятии-поставщике.

Произведенная конечная продукция поступает на склад, откуда она должна быть доставлена в M пунктов назначения D_1, D_2, \dots, D_M через N пунктов перевалки P_1, P_2, \dots, P_N (например, через порты). Обозначим через w_n пропускную способность (или вместимость складов) перевалочного пункта P_n , а через d_{km} – потребность в продукции k -го вида в пункте назначения D_m . Можно считать, что в пунктах перевалки P_1, P_2, \dots, P_N продукция предприятия перегружается с одного

вида транспорта на другой (например, с железнодорожного на морской).

Введем следующие множества:

$$B_k = \{m \mid d_{km} > 0, m = 1, 2, \dots, M\}, k = 1, 2, \dots, K,$$

а также параметры управления рассматриваемой задачи:

x_{sl} – количество комплектующих l -го вида, запланированных к выпуску S -м предприятием-поставщиком;

y_k – количество готовой продукции k -го вида, запланированное для выпуска предприятием-изготовителем;

z_{kn} – количество готовой продукции k -го вида, которое планируется для перевалки в пункте P_n ;

z_{knm} – количество готовой продукции k -го вида, которое планируется для доставки из перевалочного пункта P_n в пункт назначения D_m .

Выражение для суммарных затрат, связанных с производством комплектующих, производством и доставкой готовой продукции от предприятия-изготовителя в пункты назначения D_1, D_2, \dots, D_M может быть представлено следующим образом:

$$C = \sum_{j=1}^L c_{0j} x_j + \sum_{k=1}^K c_{1k} y_k + \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N c_{2kn} z_{kn} + \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M c_{3knm} z_{knm}, \quad (1)$$

где c_{0j} – затраты на производство единицы комплектующей j -го вида;

c_{1k} – затраты на производство единицы готовой продукции k -го вида;

c_{2kn} – стоимость перевозки единицы готовой продукции k -го вида, включая ее перевалку, в пункт P_n ;

c_{3knm} – стоимость перевозки (включая погрузку на транспортное средство) единицы готовой продукции k -го вида из пункта P_n в пункт назначения D_m .

Ограничения, накладываемые на параметры управления, будут иметь следующий вид:

1) ограничения на производственные ресурсы предприятий-поставщиков

$$\sum_{l=1}^{L_s} a_{slr}^{(1)} x_{sl} \leq b_{sr}, \quad r=1,2,\dots,R_s, s=1,2,\dots,S; \quad (2)$$

2) ограничения на комплектующие на предприятии-изготовителе

$$\sum_{k=1}^K a_{slk}^{(2)} y_k \leq x_{sl}, \quad l=1,2,\dots,L_s, s=1,2,\dots,S; \quad (3)$$

3) вся произведенная продукция должна быть вывезена со склада предприятия-изготовителя

$$\sum_{n=1}^N z_{kn} = y_k, \quad k=1,2,\dots,K; \quad (4)$$

4) потребности всех пунктов назначения должны быть удовлетворены

$$\sum_{n=1}^N z_{knm} = d_{km}, \quad m \in B_k, k=1,2,\dots,K; \quad (5)$$

5) вся продукция должна быть вывезена из пунктов перевалки

$$\sum_{m \in B_k} z_{knm} = z_{kn}, \quad k=1,2,\dots,K, n=1,2,\dots,N; \quad (6)$$

6) через пункт перевалки P_n не может быть перегружено больше груза, чем его пропускная способность

$$\sum_{n=1}^N z_{kn} \leq w_n, \quad n=1,2,\dots,N; \quad (7)$$

7) условия неотрицательности параметров управления

$$x_{sl}, y_k, z_{kn}, z_{knm} \geq 0, \quad \forall s, l, k, n, m. \quad (8)$$

Таким образом, мы пришли к следующей модели производственно-транспортной задачи: найти производственные планы предприятий-поставщиков $\{x_{sl}\}$ и предприятия-изготовителя $\{y_k\}$, а также план перевозок для транспортных предприятий $\{z_{kn}\}$ и $\{z_{knm}\}$, минимизирующие функцию (1) при ограничениях (2)-(8).

Отметим, что из (5)-(7) вытекает следующее необходимое условие допустимости сформулированной задачи оптимизации

$$\sum_{k=1}^K \sum_{m \in B_k} d_{km} \leq \sum_{n=1}^N w_n,$$

Кроме того, считая, что $a_{slr}^{(1)}, a_{slk}^{(2)} > 0, \forall s, l, k, r$ из (3)-(7) вытекает еще одно необходимое условие допустимости задачи

$$\sum_{k=1}^k \sum_{m \in B_k} d_{km} \leq \min_r A_r, \quad (9)$$

где $A_r = \left(\sum_{s=1}^S b_{sr} \right) \left[\sum_{s=1}^S \sum_{l=1}^{L_s} a_{slr}^{(1)} \min_k a_{slk}^{(2)} \right]^{-1}, r = 1, 2, \dots, R$. В самом деле, умножив обе части ограничений (3) на $a_{slr}^{(1)}$, просуммировав их по s, l и воспользовавшись ограничениями (2), получим

$$\sum_{s=1}^S \sum_{l=1}^{L_s} a_{slr}^{(1)} \min_j a_{slj}^{(2)} \sum_{k=1}^K y_k \leq \sum_{s=1}^S \sum_{l=1}^{L_s} \sum_{k=1}^K a_{slr}^{(1)} a_{slk}^{(2)} y_k \leq \sum_{s=1}^S b_{sr}.$$

Теперь, используя условия (4)-(7), приходим к неравенству (9).

Дадим численную иллюстрацию построенной модели оптимизации для случая $S = 2, N = 2, M = 2, R_1 = R_2 = 2$. В табл. 1 указаны исходные данные для нескольких вариантов расчетов. Вариант 1 соответствует случаю выпуска 5-ти видов продукции с использованием 2-х видов комплектующих ($L_1 = L_2 = 1, K = 5$), вариант 2 – случаю $L_1 = 2, L_2 = 1, K = 5$, вариант 3 – случаю $L_1 = 2, L_2 = 1, K = 6$. В табл. 2 приведены результаты расчетов, выполненных с помощью пакета Excel.

Таблица 1

Исходные данные для расчета

Условные обозначения	Варианты			Условные обозначения	Варианты		
	1	2	3		1	2	3
b_{11}	600	1100	1300	c_{03}	-	2,0	2,0
b_{12}	900	1100	1300	c_{11}	2,5	3,2	1,5
b_{21}	1200	1150	1000	c_{12}	2,0	3,1	3,2
b_{22}	800	1000	1500	c_{13}	3,2	3,3	3,0
$a_{111}^{(1)}$	0,5	0,5	0,8	c_{14}	3,1	3,7	3,5
$a_{121}^{(1)}$	-	0,9	0,7	c_{15}	4,6	4,2	3,9
$a_{112}^{(1)}$	1,0	1,0	1,1	c_{16}	-	-	4,0
$a_{122}^{(1)}$	-	0,6	0,5	c_{211}	2,0	4,8	5,0
$a_{211}^{(1)}$	0,7	0,7	0,6	c_{212}	3,1	3,1	3,5
$a_{212}^{(1)}$	0,9	0,9	0,8	c_{221}	3,3	3,5	3,9
$a_{111}^{(2)}$	0,4	0,4	0,6	c_{222}	2,0	3,6	3,3
$a_{121}^{(2)}$	-	0,6	0,7	c_{231}	3,2	4,5	4,4
$a_{211}^{(2)}$	0,8	0,8	0,7	c_{232}	4,6	3,2	3,5
$a_{112}^{(2)}$	0,8	0,5	0,8	c_{241}	2	7,7	6,8
$a_{122}^{(2)}$	-	0,9	0,7	c_{242}	4,9	4,2	4,0
$a_{212}^{(2)}$	1,1	1,0	1,1	c_{251}	5,7	6,3	5,9
$a_{113}^{(2)}$	0,5	0,6	0,5	c_{252}	6,5	5,8	6,0
$a_{123}^{(2)}$	-	0,7	0,6	c_{261}	-	-	7,2
$a_{213}^{(2)}$	0,8	0,9	0,8	c_{262}	-	-	5,1
$a_{114}^{(2)}$	0,6	0,4	0,6	c_{3111}	2,5	5,1	5,1
$a_{124}^{(2)}$	-	0,6	0,7	c_{3112}	3,5	6,9	6,6
$a_{214}^{(2)}$	0,7	0,8	0,7	c_{3121}	5,2	4,9	5,0
$a_{115}^{(2)}$	0,5	0,8	0,5	c_{3122}	3,3	3,7	3,5
$a_{125}^{(2)}$	-	0,7	0,9	c_{3211}	3,0	4,3	4,1
$a_{215}^{(2)}$	1,0	1,1	1,0	c_{3212}	4,8	5,2	4,8
$a_{116}^{(2)}$	-	-	0,6	c_{3221}	7,0	7,1	6,8
$a_{126}^{(2)}$	-	-	0,7	c_{3222}	7,3	7,9	7,5
$a_{216}^{(2)}$	-	-	0,9	c_{3311}	4,1	4,1	4,3

Продолжение таблицы 1

w_1	500	600	500	c_{3312}	4,3	4,3	4,5
w_2	700	800	900	c_{3321}	5,4	5,4	5,1
d_{11}	100	100	90	c_{3322}	5,7	5,7	5,5
d_{12}	90	105	95	c_{3411}	2,0	6,8	6,4
d_{21}	100	140	100	c_{3412}	4,1	4,3	3,5
d_{22}	80	95	80	c_{3421}	4,8	5,2	6,8
d_{31}	90	150	90	c_{3422}	6,8	7,1	4,8
d_{32}	110	120	125	c_{3511}	7,5	7,9	4,5
d_{41}	105	95	105	c_{3512}	4,3	4,1	4,3
d_{42}	100	100	100	c_{3521}	7,2	7,5	5,0
d_{51}	110	105	110	c_{3522}	5,1	4,7	7,1
d_{52}	100	100	100	c_{3611}	-	-	7,2
d_{61}	-	-	102	c_{3612}	-	-	5,0
d_{62}	-	-	150	c_{3621}	-	-	6,6
c_{01}	1,5	1,5	1,4	c_{3622}	-	-	4,1
c_{02}	2,0	2,0	1,9				

Таблица 2

Результаты расчета по оптимизационной модели

Условные обозначения	Варианты			Условные обозначения	Варианты		
	1	2	3		1	2	3
x_{11}	548	603,5	741,7	z_{121}	0	100	90
x_{12}	-	784	893,4	z_{122}	90	105	95
x_{21}	863,5	1023,5	1079,8	z_{211}	0	140	100
y_1	190	205	185	z_{212}	0	95	80
y_2	180	235	180	z_{221}	100	0	0
y_3	200	270	215	z_{222}	80	0	0
y_4	205	195	205	z_{311}	85	0	0

Продолжение таблицы 2

y_5	210	205	210	z_{312}	110	120	110
y_6	-	-	252	z_{321}	5	150	90
z_{11}	100	0	0	z_{322}	0	0	15
z_{12}	90	205	185	z_{411}	105	0	0
z_{21}	0	235	180	z_{412}	100	0	0
z_{22}	180	0	0	z_{421}	0	95	105
z_{31}	195	120	110	z_{422}	0	100	100
z_{32}	5	150	105	z_{511}	0	0	110
z_{41}	205	0	0	z_{512}	0	100	100
z_{42}	0	195	205	z_{521}	110	105	0
z_{51}	0	100	210	z_{522}	100	0	0
z_{52}	210	105	0	z_{611}	-	-	0
z_{61}	-	-	0	z_{612}	-	-	0
z_{62}	-	-	252	z_{621}	-	-	102
z_{111}	100	0	0	z_{622}	-	-	150
z_{112}	0	0	0	min C	11761,0	18616,3	20503,8

Выводы. Из вышеизложенного следует, что для моделирования и исследования цепей поставок различной конфигурации может быть эффективно использована теория многоиндексных задач линейного программирования. Аналогичным образом можно исследовать цепи поставок типа А или Т, а также более сложные структуры. Представляет интерес анализ возможностей применения методов декомпозиции таких больших, структурно-сложных систем в терминах линейного программирования (например, алгоритм разложения Данцига-Вулфа и др.).

Отметим также, что приведенную выше модель оптимизации плана работы цепи поставок можно обобщить на случай, когда параметры d_{km} являются взаимно независимыми случайными величинами с заданными плотностями вероятности. Для этого можно воспользоваться известным приемом, впервые предложенным Вильямсом [9] для анализа транспортной задачи в стохастической постановке (см. также монографию [10]).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Чухрай Н.І. Формування ланцюга поставок: питання теорії і практики / Н.І.Чухрай, О.Б. Гірна. – Львів: Вид-во Інтеллект-Захід, 2007. – 232 с.
2. Сергеев В.И. Логистика в бизнесе: Учебник / В.И. Сергеев. – М.: Изд-во ИНФРА-М, 2001. – 608 с.
3. Brandimarte P. Introduction to Distribution Logistics / P. Brandimarte, G. Zotteri. – NY: J. Wiley&Sons, Inc., 2007. – 579 p.
4. Кігель В.Р. Оптимізація логістичних рішень: Навч. посібник / В.Р. Кігель. – К.: Вид-во університету економіки та права «КРОК», 2007. – 136 с.
5. Постан М.Я. Модель оптимального планування виробництва і доставки продукції підприємства по распределительным каналам / М.Я. Постан, Д.А. Малиновский // Методи та засоби управління розвитком транспортних систем: Зб. наук. праць. – Одеса: Вид-во ОНМУ. – 2009. – Вип.15. – С. 19-28.
6. Постан М.Я. Динамическая модель оптимального управления запасами товаров и их доставкой в деятельности логистической фирмы / М.Я. Постан // Логистика: проблемы и решения. – 2009. – №2. – С. 54-58.
7. Гутаревич В.О. Математичні моделі просування вантажопотоків декількома видами транспорту / В.О. Гутаревич // Тезиси докладов Третьей международной научно-практической конференции «Проблемы развития транспортной логистики». – Одеса-Несебр. – 25-30 сентября 2011 г. – Одесса: Изд-во ОНМУ. – 2011. – С. 182-184.

8. Morozova I. Dynamic Optimization Model for Planning of Integrated Logistical System Functioning / M. Postan, I. Morozova, S. Dashkovski // In: H.-J. Kreowski, B. Scholz-Reiter, K.-D. Thoben (eds.). Dynamics in Logistics, Proc. of 3d International Conference, LDIC 2012. Bremen, Germany, 27 February-1 March 2012. – Berlin: Springer. – 2013. – P. 291-300.
9. Williams A.C. A Stochastic Transportation Problem / F.C. Williams // Opns. Res.- 1963. – V. 11, # 5. – P. 759-770.
10. Постан М.Я. Экономико-математические модели смешанных перевозок / М.Я. Постан. – Одесса: Астропринт. – 2006. – 376 с.

Стаття надійшла до редакції 08.09.2013

Рецензенти:

доктор економічних наук, професор, завідувач кафедри «Менеджмент і маркетинг на морському транспорті» Одеського національного морського університету **М.Я. Постан**

доктор економічних наук, професор, завідувач кафедри «Морські перевезення» Одеської національної морської академії **Л.Л. Ніколаєва**