

УДК 519.216

М.И. Медведева

Донецкий национальный технический университет

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИБКОЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ
С ПЕРЕНАЛАДКОЙ, НЕНАДЕЖНЫМ ОБОРУДОВАНИЕМ,
ПОТЕРЕЙ ЗАКАЗА И ПРОФИЛАКТИКОЙ**

M.I. Medvedeva

Donetsk national technical university

**MODELING THE FLEXIBLE PRODUCTION SYSTEM
WITH READJUSTMENT, UNRELIABLE EQUIPMENT,
LOSS OF ORDERS AND PRECAUTIONS**

Гибкая производственная система моделируется системой массового обслуживания, в которой обрабатывающее устройство может выходить из строя, как в рабочем, так и в свободном состоянии, проводит переналадку оборудования после поступления заказа в свободную систему, причем предполагается, что при выходе прибора из строя в рабочем состоянии, требование, находящееся на обслуживании теряется. Считается, что если в системе находился один заказ и прибор вышел из строя, то гибкая производственная система переходит в состояние восстановления. Предполагается, что имеется только одна бригада, выполняющая как переналадку, так и ремонт вышедшего из строя оборудования. Предполагается, что после окончания обработки всех заказов, бригада проводит профилактические работы. Поток заказов, поступающих в гибкую производственную систему, является пуассоновским потоком, время обработки заказов, время переналадки и время восстановления прибора и время проведения профилактики также имеют показательные законы распределения.

© Медведева М.И., 2016

Найденные характеристики системы используются при решении вопроса аутсорсинга как наладки, так и ремонта оборудования и профилактики.

Ключевые слова: *гибкая производственная система, переналадка, ремонт, случайный поток заказов, система массового обслуживания, аутсорсинг, профилактика.*

Гнучка виробнича система моделюється системою масового обслуговування, в якій обробляє пристрій може виходити з ладу, як в робочому, так і у вільному стані, проводить переналагодження обладнання після надходження замовлення в вільну систему, причому передбачається, що при виході приладу з ладу в робочому стані, вимога, яка була на обслуговуванні втрачається. Вважається, що якщо в системі знаходилося одне замовлення і прилад вийшов з ладу, то гнучка виробнича система переходить в стан відновлення. Передбачається, що є тільки одна бригада, яка виконує як переналагодження, так і ремонт обладнання, що вийшло з ладу. Передбачається, що після закінчення обробки всіх замовлень, бригада проводить профілактичні роботи. Потік замовлень, що надходять в гнучку виробничу систему, є пуассоновским потоком, час обробки замовлень, час переналагодження і час відновлення приладу і час проведення профілактики також мають показові закони розподілу. Знайдені характеристики системи використовуються при вирішенні питання аутсорсингу як налагодження, так і ремонту устаткування і профілактики.

Ключові слова: *гнучка виробнича система, переналагодження, ремонт, випадковий потік замовлень, система масового обслуговування, аутсорсинг, профілактика.*

The article is devoted to determination of the main indices of service performance of flexible, unreliable and renewable production system with readjustment in the start of production cycle functioning under uncertainty are found. The flexible production system is described as a single-server queueing system in which a server (equipment) may be failed and renewed in busy or idle state,

may be subjected to readjustment of equipment after an order arrival in empty system. It is assumed, that: a) at moment of busy server's failure appearance an order is loss; b) if there is an order in the queuing system and server is failed then flexible system transits in the state «repair»; c) there exists only one team of workers for repair and readjustment of server; d) after finishing of busy period of queuing system the team of workers fulfills the preventive operations. The input flow of orders coming in the flexible queuing system is the Poisson, times of orders processing, readjustment, and repair of server are mutually independent and exponentially distributed random variables. For determination of the state-probabilities (in steady-state regime) the corresponding system of algebraic equations is derived and solved. Through these state-probabilities the main indices of service performance are expressed and they are used for decision making concerning outsourcing or insourcing of server's precautions and repairs.

Keywords: flexible production system, readjustment, repair, random flow of orders, queuing system, outsourcing, insourcing, precautions.

Постановка проблемы. Для повышения конкурентоспособности любого предприятия необходимо в качестве основного оборудования использовать гибкие производственные системы, которые позволяют, после небольшой переналадки оборудования, быстро перестраиваться на выпуск новой продукции. Это позволяет предприятию поддерживать на определенном уровне технологическую гибкость, которая в свою очередь, обеспечивает и ассортиментную гибкость [1; 2], которая позволяет оценить способность производственно-экономической системы к обновлению ассортимента выпускаемой продукции. Основными характеристиками ассортиментной гибкости являются сроки и стоимость подготовки (переналадки) оборудования к выпуску нового вида продукции. Гибкость производственно-экономических систем является одним из эффективных методов обеспечения устойчивости производственных процессов.

Однако, наряду с гибкостью производственно-экономических систем при оценке конкурентоспособности предприятия немаловажную роль играют характеристики надежности оборудования, схемы организации ремонтных и профилактических работ [3]. Такие факторы, как устойчивость, гибкость, маневренность, чувствительность, живучесть, надежность и эффективность работы предприятия определяют потенциал предприятия к активному противостоянию возмущающим факторам. Оптимизация этих показателей может существенно повысить конкурентоспособность продукции предприятия. Поэтому при анализе эффективности функционирования гибких производственных систем (ГПС) необходимо иметь количественные характеристики их функционирования. Кроме того, следует отметить тот факт, что функционирование любого предприятия в рыночных условиях происходит под воздействием случайных факторов, которые усложняют анализ процессов, происходящих на этих предприятиях. Решение этой проблемы и рассматривается в данной работе.

Обзор последних исследований и публикаций. Отметим, что анализу гибких производственных систем (ГПС) посвящено много работ [4-8], в которых рассмотрены различные варианты поведения надежного прибора обслуживания с переналадкой. В работе [9; 10] ставится задача определения характеристик системы с ненадежным оборудованием, выходящим из строя в любом состоянии, после окончания обработки всех заказов. В работах автора [11-13] решаются вопросы анализа ГПС с ненадежным оборудованием и переналадкой. Эта проблема достаточно актуальна в связи с тем, что она тесно связана с вопросами аутсорсинга [14-18].

Целью работы является определение числовых характеристик гибкой производственной системы с переналадкой в начале производственного цикла и ненадежным оборудованием, выходящим из строя в любом состоянии, при условии стохастичности всех параметров ее функционирования.

Основной материал исследования. Предположим, что ГПС представляется в виде одноканальной системы массового обслуживания с одним прибором, с простейшим входным потоком заказов интенсивности $\lambda > 0$. Длительность производственного цикла на изготовление каждой единицы изделий имеет показательный закон распределения с параметром $\mu > 0$. Обрабатывающее устройство обладает особенностью, состоящей в том, что в как только оно переходит в свободное, нерабочее состояние, т.е. когда на предприятии нет заказов, оборудование немедленно отключается. При поступлении новых заказов оно вначале производит переналадку на выпуск новой партии изделий, длительность которой будем также считать показательно распределенной случайной величиной с параметром $\nu > 0$, а затем начинает обработку поступивших в систему заказов.

Кроме того, предположим, что оборудование может выходить из строя и восстанавливаться, причем выход из строя возможен как во время обработки деталей, так и во время простоя оборудования. Если прибор выходит из строя во время работы, то заказ, находящийся на обработке, теряется. Будем считать, что поток отказов обрабатывающего устройства – пуассоновский, с параметром $\chi > 0$, а время ремонта или время восстановления обрабатывающего устройства имеет показательный закон распределения с параметром $\psi > 0$. Ремонт, восстановление и профилактику оборудования выполняет одна бригада.

Отличительной особенностью данной стратегии является тот факт, что после окончания восстановления оборудования, оно переходит в рабочее состояние. Данная схема организации ремонтных работ применяется в случае большой интенсивности заказов, поступающих на предприятие.

Функционирование рассматриваемой системы осуществляется следующим образом:

- если оборудование, находясь в рабочем состоянии, вышло из строя, то заявка (если такая есть), теряется, оборудование

восстанавливается и затем продолжает обслуживание поступающих заявок;

- если оборудование закончило обслуживание последней заявки и в системе нет очереди, то оно переходит в состояние «свободен-не готов». Если после этого в систему поступает заявка, то перед ее обслуживанием требуется переналадка оборудования;

- если оборудование переходит на профилактику, находясь в состоянии «свободен-не готов», длительность которой имеет показательный закон распределения, с параметром ψ_1 , то после ее окончания так же требуется переналадка;

На рисунке предоставлен граф состояний и переходов рассматриваемой системы, причем возможные состояния системы таковы:

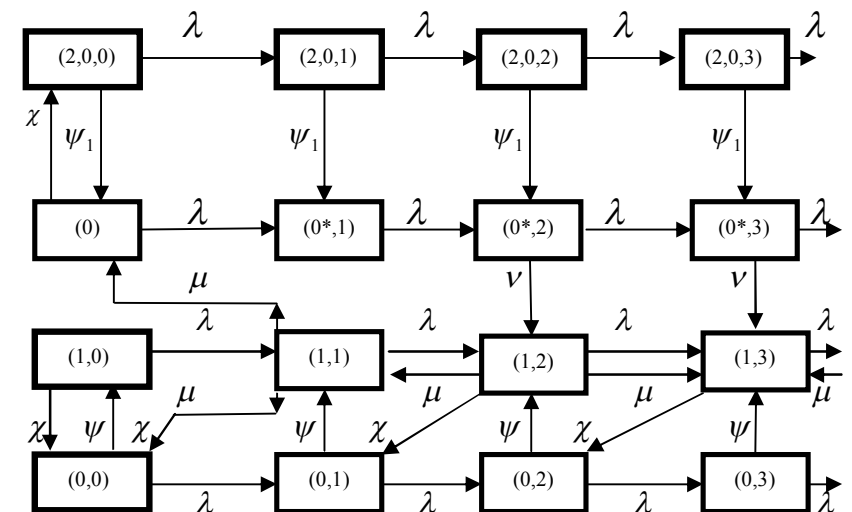


Рис. Граф состояний системы
с переналадкой и профилактикой

- 0 – прибор свободен, но не готов к обслуживанию заказов, требуется его переналадка;
- (1,0) – прибор свободен и готов к обслуживанию;
- (0,k) – прибор вышел из строя и находится на ремонте, в системе k, (k ≥ 0) требований;
- (1,k) – прибор работает и в системе k, (k ≥ 1) требований;
- (0*,k) – прибор на переналадке, в системе k, (k ≥ 1) требований;
- (2,0,k) – прибор вышел из строя в нерабочем состоянии и после восстановления находится на переналадке, в системе k, (k ≥ 0) требований.

Согласно графу состояний (рис. 1) стационарные вероятности анализируемой системы удовлетворяют следующим бесконечным системам однородных линейных уравнений

$$\begin{cases} -(\lambda + \psi_1)P_{200} + \chi P_0 = 0, \\ -(\lambda + \psi_1)P_{201} + \lambda P_{200} = 0, \\ -(\lambda + \psi_1)P_{20k} + \lambda P_{20k-1} = 0, \quad k \geq 2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(\lambda + \nu)P_{0^*1} + \lambda P_0 + \psi_1 P_{201} = 0, \\ -(\lambda + \nu)P_{0^*2} + \lambda P_{0^*1} + \psi_1 P_{202} = 0, \\ -(\lambda + \nu)P_{0^*k} + \lambda P_{0^*,k-1} + \psi_1 P_{20k} = 0, \quad k > 2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(\lambda + \chi)P_{10} + P_{00} = 0, \\ -(\lambda + \chi + \mu)P_{11} + \lambda P_{10} + \nu P_{0^*1} + \psi P_{01} + \mu P_{12} = 0, \\ -(\lambda + \chi + \mu)P_{1k} + \lambda P_{1,k-1} + \nu P_{0^*k} + \psi P_{0k} + \mu P_{1,k+1} = 0, \quad k \geq 2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(\lambda + \psi)P_{00} + \chi P_{10} + \chi P_{11} = 0, \\ -(\lambda + \psi)P_{01} + \lambda P_{00} + \chi P_{12} = 0, \\ -(\lambda + \psi)P_{0k} + \lambda P_{0,k+1} + \lambda P_{0,k+1} + \chi P_{1,k+1} = 0, \quad k \geq 2. \end{cases}$$

Если в приведенных выше системах разделить обе части уравнения на μ , то получим

$$\begin{cases} -(\rho + \beta_1)P_{200} + \gamma P_0 = 0, \\ -(\rho + \beta_1)P_{201} + \rho P_{200} = 0, \\ -(\rho + \beta_1)P_{20k} + \rho P_{2,0,k-1} = 0, \quad k \geq 2. \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} -(\rho + \delta)P_{0^*1} + \rho P_0 + \beta_1 P_{201} = 0, \\ -(\rho + \delta)P_{0^*2} + \rho P_{0^*1} + \beta_1 P_{202} = 0, \\ -(\rho + \delta)P_{0^*k} + \rho P_{0^*,k-1} + \beta_1 P_{20k} = 0, \quad k \geq 2. \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} -(\rho + \gamma)P_{10} + \beta P_{00} = 0, \\ -(1 + \rho + \gamma)P_{11} + \rho P_{10} + \delta P_{0^*1} + \beta P_{01} + P_{12} = 0, \\ -(1 + \rho + \gamma)P_{1k} + \rho P_{1,k-1} + \delta P_{0^*k} + \beta P_{0k} + P_{1,k+1} = 0, \quad k \geq 2. \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} -(\rho + \beta)P_{100} + \gamma P_{10} + \gamma P_{11} = 0, \\ -(\rho + \beta)P_{01} + \rho P_{00} + \gamma P_{12} = 0, \\ -(\rho + \beta)P_{0k} + \rho P_{0,k+1} + \gamma P_{1,k+1} = 0, \quad k \geq 2, \end{cases} \quad (4)$$

$$-(\rho + \beta)P_0 + \beta_1 P_{200} + P_{11} = 0, \quad (5)$$

где

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}, \quad \delta = \frac{\nu}{\mu}, \quad \beta_1 = \frac{\psi_1}{\mu}, \quad \beta = \frac{\psi}{\mu}, \quad \gamma = \frac{\chi}{\mu}.$$

Для решения систем (1)-(4) используем следующие производные функции:

$$\begin{aligned} a_0^*(z) &= \sum_{k \geq 1} P_{0^*k} z^k, \\ a_0(z) &= \sum_{k \geq 0} P_{0k} z^k, \\ a_1(z) &= \sum_{k \geq 0} P_{1k} z^k, \\ a_{20}(z) &= \sum_{k \geq 0} P_{20k} z^k. \end{aligned}$$

Помножив уравнения системы на $z(|z| \leq 1)$ в соответствующих степенях, после суммирования и элементарных преобразований получим, что

$$a_{20}(z) = \frac{\gamma}{\rho + \beta_1 - \rho z} P_0. \quad (6)$$

Аналогично из систем (2)-(4) соответственно получим выражения

$$a_0^*(z) = \frac{\rho z P_0 - \beta_1 P_{200} + \beta_1 a_{20}(z)}{\rho + \delta - \rho z}, \quad (7)$$

$$(\rho z^2 - z(1 + \rho + \gamma) + 1)a_1(z) + \delta z a_0^*(z) + \beta z a_0(z) = (1 - z)P_{10} + zP_{11}, \quad (8)$$

и

$$z(\rho + \beta - \rho z)a_0(z) - \gamma a_1(z) = \gamma(z - 1)P_{10}. \quad (9)$$

Теперь для вычисления стационарных вероятностей P_0 , P_{10} , P_{11} , P_{200} и P_{00} составим систему, состоящую из первых уравнений системы (1) и (3)-(5)

$$\begin{cases} -(\rho + \beta_1)P_{200} + \gamma P_0 = 0, \\ -(\rho + \gamma)P_0 + \beta_1 P_{200} + P_{11} = 0, \\ -(\rho + \gamma)P_{10} + \beta P_{00} = 0, \\ -(\rho + \beta)P_{00} + \gamma P_{10} + \gamma P_{11} = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Решая систему (10) относительно вероятностей P_{10} , P_{11} , P_{200} и P_{00} , получим

$$P_{00} = \frac{(\rho + \gamma)(\rho + \beta_1 + \gamma)}{(\rho + \beta_1)(\rho + \beta + \gamma)} P_0, \quad (11)$$

$$P_{10} = \frac{\beta \gamma (\rho + \beta + \gamma)}{(\rho + \beta_1)(\rho + \beta + \gamma)} P_0, \quad (12)$$

$$P_{11} = \frac{\rho(\rho + \beta_1 + \gamma)}{\rho + \beta_1} P_0, \quad (13)$$

$$P_{200} = \frac{\gamma}{\rho + \beta_1} P_0. \quad (14)$$

Таким образом, для вычисления всех стационарных вероятностей анализируемой системы достаточно найти значение P_0 .

Для упрощения дальнейшего изложения, введем обозначения

$$d_1(z) = z(\rho + \beta - \rho z), \quad d_2(z) = \rho z^2 - z(1 + \rho + \gamma) + 1,$$

$$d_3(z) = \gamma(z - 1)P_{10}, \quad d_4(z) = (1 - z)P_{10} + zP_{11} - \delta z a_0^*(z).$$

Из равенств (8) и (9) составим новую систему уравнений, которая, с учетом введенных обозначений, будет иметь вид

$$\begin{cases} d_1(z)a_0(z) - \gamma a_1(z) = d_3(z), \\ \beta z a_0(z) + d_2(z)a_1(z) = d_4(z). \end{cases} \quad (15)$$

Несложно показать, что система (15) имеет решение вида

$$a_0(z) = \frac{d_2(z)d_3(z) + \gamma d_4(z)}{d_1(z)d_2(z) + \gamma\beta z} \quad (16)$$

и

$$a_1(z) = \frac{d_1(z)d_4(z) + \beta z d_3(z)}{d_1(z)d_2(z) + \gamma\beta z} \quad (17)$$

Теперь, для вычисления стационарной вероятности P_0 воспользуемся условием нормировки

$$P_0 + a_0(1) + a_0^*(1) + a_{20}(1) = 1.$$

Заметим, что из первого уравнения системы (11) вытекает, что $a_1(1) = \frac{\beta}{\gamma} a_0(1)$. Из равенства (6) следует, что $a_{20}(1) = \frac{\gamma}{\beta_1} P_0$.

Тогда условие нормировки принимает вид

$$\left(1 + \frac{\gamma}{\beta_1}\right) P_0 + \left(1 + \frac{\beta}{\gamma}\right) a_0(1) = 1.$$

Следовательно, задача вычисления P_0 сводится к вычислению $a_0(1)$. Для того, чтобы найти $a_0(1)$, в равенстве (16) переходим к пределу при $z \rightarrow 1$. Тогда

$$a_0(1) = \left[\frac{\beta\gamma(1+\gamma)(\rho + \beta_1 + \gamma)}{\nu + \beta + \gamma} + \frac{\rho(\beta_1 + \gamma)(\rho + \beta_1)}{\beta_1} + \rho(\rho + \beta_1 + \gamma) \right] \times \frac{\gamma P_0}{\delta(\rho + \beta_1)(\beta\gamma - \rho(\gamma + \beta))}.$$

После подстановки $a_0(1)$ в условие нормировки и элементарных преобразований, получим

$$P_0 = \frac{\beta_1 \delta (\rho + \beta_1) (\rho + \beta + \gamma) (\beta\gamma - \rho(\gamma + \beta))}{(\delta\beta\gamma(\beta_1 + \gamma)(\rho + \delta_1) + \rho^2(\rho + \beta_1 + \gamma))(\rho + \beta + \gamma) + \delta\beta\gamma^2(1 + \gamma)(\beta + \gamma(\rho + \beta_1 + \gamma))}. \quad (18)$$

Из последнего равенства следует, что условием существования стационарных вероятностей в рассматриваемой системе, является выполнение неравенства $\rho < \frac{\beta\gamma}{\beta + \gamma}$.

Подстановка значения P_0 , задаваемого равенством (18), в выражения (11)-(14) дают значения стационарных вероятностей P_{10} , P_{11} , P_{200} и P_{00} . Это позволяет найти основные характеристики системы, которые могут быть использованы для управления гибкой производственно-экономической системы. В частности, найденные значения стационарных вероятностей позволяют определить вероятность простоя оборудования вследствие его выхода из строя и затраты, связанные не только с его восстановлением и переналадкой, но и затраты в связи с потерей недообслуженной заявки. Кроме того, можно определить среднее время занятости обслуживающей бригады, что в свою очередь дает возможность решать вопрос о целесообразности передачи ее функций на аутсорсинг (или инсорсинг).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Белый А.П. Комплексные оценки в системе рейтингового управления предприятием / Ю.Г. Лысенко, А.А. Мадых, К.Г. Макаров / Под общ. ред. Ю.Г. Лысенко. – Донецк: ООО «Юго-Восток, Лтд», 2003. – 120 с.

2. Николайчук В.Е. Теория и практика управления материальными потоками (логистическая концепция): Монография / В.Е. Николайчук, В.Г. Кузнецов. – Донецк: ДонГУ, «КИТИС», 1999. – 413 с.
3. Лысенко Ю.Г. Повышение экономических показателей предприятия за счет оптимизации логистических процессов // Міжнародний науковий журнал «Економічна кібернетика» / Ю.Г. Лысенко, Н.В. Румянцев. – 2004. – 1-2 (25-26). – С 14-20.
4. Matendo Sadrac K. Some performance measures for vacation models with a batch Markovian arrival process // J. Appl. Math. And Stochast. Anal. – 1994. – 7. – № 2. – P. 111-124.
5. Choi Bong Dae. $G/M^{a,b}/1$ queues with server vacations / Choi Bong Dae, Han Dong Hwan // J. Oper. Res. Soc. Jap. – 1994. – 37. – № 3. – P. 171-181.
6. Chaudhury Gautam. On a Poisson queue with general setup time and vacation period // Indian J. Pure and Appl. Math. – 1996. – 27. – № 12. – P. 1199-1211.
7. Tian Naishuo. Conditional Stochastic decompositions in the M/M/C queue with server vacations / Tian Naishuo, Li Quan-Lim, Cao Jinhua // Commun. Statist. Stoch. Models. – 1999. – 15. – № 2. – P. 367-377.
8. Reddy G.V. R. Analysis of a bulk queue with N – policy multiple vacations and setup times / Reddy G.V., Krishna R. Nadarajan, R. Arumyanathan // Comput. and Operat. Res. – 1998. – 25. – № 11. – P. 957-967.
9. Гнеденко Б.В. Введение в теорию массового обслуживания / Б.В. Гнеденко, И.Н. Коваленко. – М.: Наука, 1987. – 336 с.
10. Jain Madhu. M/M/R machine repairmen problem with spares and additional repairmen // Indian J. Pure and Appl. Math. – 1998. – 29. – № 5. – P. 517-524.

11. Медведева М.И. Об одном подходе к определению оптимальной партии товара с учетом ненадежности оборудования / Н.В. Румянцев, М.И. Медведева // Вісн. Донец. ун-ту. Сер. В. Економіка і право. Спецвип. – Донецьк, 2006. – Т. 2. – С. 24-31.
12. Медведева М.И. Об одном подходе к определению оптимальной партии товара с учетом ненадежности оборудования / Н.В.Румянцев, М.И.Медведева // Вісник Хмельницького національного університету: Економічні науки. – Хмельницький, 2007. – № 3. – Т. 1 (92). – С. 27-32.
13. Медведева М.И. Анализ одной модели системы с надежным прибором и переналадкой в конце периода занятости // Міжнародний науковий журнал «Економічна кібернетика». – Донецьк: ДонГУ, 2009. – № 1-2 (55-56). – С. 73-79.
14. Bertolini M. An analytical method for maintenance outsourcing service selection / M. Bertolini, M. Bevilacqua, M. Braglia, M. Frosolini // International Journal of Quality & Reliability Management. – Vol. 21. – 7. – 2004.
15. Płaczek E. Analiza outsourcingu w praktyce funkcjonowania MSP produkcyjnych. – Logistyka. – 6/2008.
16. Мухина И.С. К вопросу о целесообразности использования аутсорсинга организацией // Корпоративный менеджмент. – 2010. – № 3. – С. 143-148.
17. Медведева М.И. Оценка стратегий организации ремонтных работ для промышленного аутсорсинга оборудования: Коллективная монография «Модели оценки и анализа сложных социально-экономических систем» / Под ред. В.С. Пономаренко, Т.С. Клебановой, Н.А. Кизима / Н.В. Румянцев, М.И. Медведева – Харьков: ФЛП Александрова К.М.; ИД «ИНЖЭК»,

2013. – 659 с. (С.537-554).

18. Поповиченко І.В. Аутсорсинг як інструмент підвищення конкурентоспроможності підприємства в сучасних економічних умовах / І.В. Поповиченко, Є.Г. Дубинська // Науковий вісник Ужгородського університету. – Ужгород, 2010. – Вип. 31. – С. 177-181.

Стаття надійшла до редакції 24.10.2016

Рецензенти:

доктор економічних наук, професор, завідувач кафедри «Морські перевезення» Національного університету «Одеська морська академія» **Л.Л. Николаєва**

доктор економічних наук, професор, академік ТAU і Міжнародної академії наук екології, безпеки людини та природи, член Американського математичного суспільства, завідувач кафедри «Менеджмент, маркетинг і логістика» Одеського національного морського університету **М.Я. Постан**