

**УДК 624.012.25**

**РОЗРАХУНОК НОРМАЛЬНИХ ПЕРЕРІЗІВ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОК З ОДИНИЧНИМ АРМУВАННЯМ**

**РАСЧЕТ НОРМАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК С ОДИНОЧНЫМ АРМИРОВАНИЕМ**

**THE CALCULATION OF NORMAL CROSS SECTION REINFORCED CONCRETE BEAMS WITH SINGLE REINFORCEMENT**

**Бабич Є.М., д.т.н., проф., Бабич В.Є., к.т.н., доц., Савицький В.В., к.т.н., Гомон П.С., асистент** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

**Бабич Е.М., д.т.н., проф., Бабич В.Е., к.т.н., доц., Савицкий В.В., к.т.н., Гомон П.С., ассистент** (Национальный университет водного хозяйства и природоиспользования, г. Ривне)

**Babich Y.M., doctor of technical sciences, Babich V.Y., candidate of technical sciences, Savitskiy V.V., Gomon P.S.** (National university of water management and nature resources us, Rivne)

**Наведені методика та приклади розрахунку арматури та перевірки несучої здатності нормальних перерізів залізобетонних балок прямокутного перерізу з одиночним армуванням.**

**Приведены методика и примеры расчета арматуры и проверки несущей способности нормальных сечений железобетонных балок с одмночным армированием.**

**Calculation examples of rectangular normal cross section reinforced concrete beams and reinforcement of rectangular cross section reinforced concrete beams with a single reinforcement has been determined.**

**Ключові слова:**

Залізобетон, прямокутний переріз, розрахунок армування, несуча здатність. Железобетон, прямоугольное сечение, расчет армирования, несущая способность.

Reinforced concrete, rectangular section, the calculation of reinforcement, bearing capacity.

**Стан питання.** Надання чинності сучасним нормам проектування залізобетонних конструкцій [1, 2] спричинило виникнення різноманітних методів їх реалізації щодо розрахунків несучої здатності елементів. Для визначення несучої здатності залізобетонних елементів запропоновано використання декількох діаграм деформування бетону  $\sigma - \varepsilon$  [1]. Проте, основним недоліком використання діаграм деформування є складність обчислення тих чи інших параметрів. Тому була поставлена задача спростити розрахунок згинальних залізобетонних елементів прямокутного перерізу з одиничним армуванням та навести приклади їх розрахунку без застосування комп'ютерної техніки.

**Напружено – деформований стан прямокутного перерізу та умови рівноваги.** В основу розрахунку прийнята залежність між напруженнями в бетоні  $\sigma_c$  і його деформаціями  $\varepsilon_c$ , яка описується рівнянням типу [1]

$$\sigma_c = f_{cd} \sum_{k=1}^5 a_k \eta^k, \quad (1)$$

де  $f_{cd}$  - розрахункове значення міцності бетону на стиск;

$a_k$  - коефіцієнти полінома;

$\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$  ;

$\varepsilon_{c1}$  - відносна деформація бетону при максимальних напруженнях.

Розглядається згинальний елемент, у якого в нормальному перерізу робота бетону в розтягнутій зоні не враховується (рис. 1).

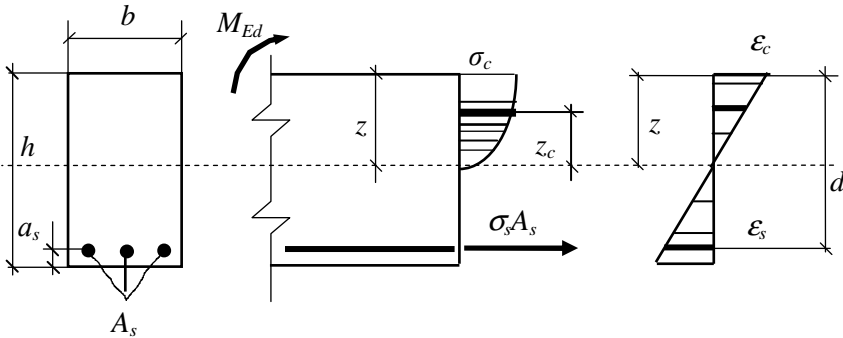


Рис 1. Напружено – деформований стан прямокутного перерізу з подвійною арматурою

Для такого перерізу умови рівноваги мають вигляд:

$$M_{Ed} = \sum M_{н.л.} = M_c + M_s ; \quad (2)$$

$$S_c = S_s . \quad (3)$$

де  $M_{Ed}$ ,  $M_c$ ,  $M_s$  - розрахункові значення відповідно зовнішнього згинального моменту, зусиль у стиснутому бетоні та арматурі відносно нейтральної лінії;

$S_c$ ,  $S_s$  - внутрішні зусилля відповідно у стиснутому бетоні та в арматурі.

Моменти відносно нейтральної лінії, які сприймають відповідно бетон та арматура, визначаються за формулами [3, 4, 6]:

$$M_c = f_{cd} b z^2 \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+2} \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^k ; \quad (4)$$

$$M_s = A_s f_{yd} (d - z) . \quad (5)$$

Внутрішні зусилля, які виникають відповідно в бетоні та арматурі:

$$S_c = f_{cd} b z \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+1} \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^k ; \quad (6)$$

$$S_s = A_s f_{yd} . \quad (7)$$

Для спрощення наступних розрахунків складові рівнянь (4) та (6) у вигляді сум позначимо такими коефіцієнтами:

$$\omega = \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+1} \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^k ; \quad (8)$$

$$\beta = \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+2} \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^k . \quad (9)$$

**Передумови визначення одиничного армування в залізобетонному елементі прямокутного перерізу.** Задамо умову, за якої граничний стан буде наставати при досягненні напруженнями в арматурі розрахункових значень міцності на границі текучості  $\sigma_s = f_{yd}$ . Запишемо рівняння рівноваги перерізу згинального елемента, підставивши в рівняння (3) формули (6) та (7), у вигляді

$$A_s f_{yd} = f_{cd} b z \omega . \quad (10)$$

Площу перерізу арматури  $A_s$  можна визначити, склавши рівняння суми моментів відносно точки прикладання рівнодіючого зусилля в стиснутій зоні бетону, при цьому момент від цього зусилля буде дорівнювати нулю

$$f_{yd} A_s (d - z + z_c) = M_{Ed} . \quad (11)$$

З рівняння (11) можна визначити значення  $A_s$

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{f_{yd}(d - z + z_c)}. \quad (12)$$

Рівняння (10) після підстановки (12) та деяких перетворень набуде наступного вигляду:

$$\frac{M_{Ed}}{f_{cd}b} = (d - z + z_c)z\omega, \quad (13)$$

де

$$z = \frac{d \cdot \varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} = d\alpha; \quad (14)$$

$$\alpha = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s}; \quad (14a)$$

$z_c$  - віддаль від нейтральної лінії до точки прикладання зусилля в бетоні

$S_c$ , яка визначається за формулою

$$z_c = \frac{M_c}{S_c} = \frac{f_{cd}bz^2\beta}{f_{cd}bz\omega} = z\frac{\beta}{\omega} = d\alpha\frac{\beta}{\omega}. \quad (15)$$

З врахуванням (14) та (15) рівняння (13) набуває вигляду:

$$\frac{M_{Ed}}{f_{cd}b} = \left( d - d\alpha + d\alpha\frac{\beta}{\omega} \right) d\alpha\omega. \quad (16)$$

Введемо в розрахунки коефіцієнт  $k_1$ , який рівний

$$\frac{M_{Ed}}{f_{cd}bd^2} = k_1, \quad (17)$$

або

$$k_1 = \left( 1 - \alpha + \alpha\frac{\beta}{\omega} \right) \alpha\omega \quad (18)$$

Формула (12) з урахуванням (14) та (15) набуде такий вигляд:

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{f_{yd}d(k_1/k_2)}, \quad (19)$$

де

$$\frac{k_1}{k_2} = 1 - \alpha + \alpha\frac{\beta}{\omega}; \quad (20)$$

$$k_2 = \alpha\omega. \quad (21)$$

**Передумови визначення несучої здатності поперечних перерізів згинальних залізобетонних елементів з одиничним армуванням.** Запишемо рівняння рівноваги перерізу згинального елемента, підставивши в рівняння (10) формулу (14),

$$A_s f_{yd} = f_{cd} b d \alpha \omega. \quad (22)$$

З рівняння (22) випливає, що коефіцієнт  $k_2$  може бути визначений за формулою

$$k_2 = \frac{A_s f_{yd}}{f_{cd} b d}. \quad (23)$$

Розрахунковий граничний момент, який може сприймати нормальний переріз буде рівним

$$M_{ud} = f_{yd} A_s d (k_1 / k_2). \quad (24)$$

В усіх рівняння, як зазначено вище, приймається граничне значення відносних деформацій в арматурі  $\varepsilon_{c0} = f_{yd} / E_s$ . Коефіцієнти  $k_1$  і  $k_2$  залежать від деформаційних характеристик бетону та арматури, тобто від класу бетону та класу арматури і є інваріантними по відношенню до інших характеристик поперечного перерізу. Це є підставою для їх можливого табулювання для кожного класу бетону і класу арматури (табл. 1).

Таблиця 1

Значення коефіцієнтів  $k_1$  та  $k_2$  для залізобетонних елементів з бетону класу C20/25

Відношення $\varepsilon_c / \varepsilon_{c1,cd}$	Клас арматури					
	A240C		A400C		A500C	
	$k_1$	$k_2$	$k_1$	$k_2$	$k_1$	$k_2$
0,1	0,0162	0,0169	0,0104	0,0107	0,0081	0,0083
0,2	0,0515	0,0558	0,0349	0,0368	0,0279	0,0290
0,3	0,0940	0,1052	0,0666	0,0718	0,0542	0,0575
0,4	0,1376	0,1584	0,1011	0,1113	0,0836	0,0903
0,5	0,1793	0,2116	0,1357	0,1525	0,1139	0,1252
0,6	0,2175	0,2627	0,1690	0,1935	0,1436	0,1605
0,7	0,2516	0,3104	0,2000	0,2331	0,1719	0,1952
0,8	0,2816	0,3543	0,2282	0,2706	0,1982	0,2284
0,9	0,3074	0,3941	0,2534	0,3055	0,2222	0,2599
1	0,3294	0,4298	0,2757	0,3377	0,2438	0,2893
1,1	0,3478	0,4616	0,2951	0,3670	0,2630	0,3164
1,2	0,3630	0,4895	0,3117	0,3935	0,2797	0,3412
1,3	0,3751	0,5138	0,3257	0,4172	0,2942	0,3637
1,4	0,3845	0,5348	0,3373	0,4381	0,3065	0,3839
1,5	0,3914	0,5525	0,3465	0,4564	0,3166	0,4018
1,6	0,3960	0,5672	0,3535	0,4721	0,3247	0,4174
1,7	0,3983	0,5790	0,3584	0,4853	0,3308	0,4308
1,8	0,3985	0,5879	0,3612	0,4960	0,3350	0,4421
1,9	0,3967	0,5942	0,3621	0,5044	0,3373	0,4511
2	0,3930	0,5978	0,3611	0,5103	0,3378	0,4579

**Приклад розрахунку одиничного армування залізобетонної балки прямокутного перерізу.** Вихідні дані: в нормальному перерізі балки від зовнішнього навантаження діє розрахунковий момент  $M_{Ed} = 120 \text{кНм} = 1,2 \cdot 10^4 \text{кНсм}$ ; балка виготовлена з бетону класу C20/25 ( $f_{cd} = 14,5 \text{ МПа} = 1,45 \text{кН/см}$ ); робоча арматура класу А-400С ( $f_{yd} = 385 \text{ МПа} = 38,5 \text{кН/см}$ ); висота балки  $h = 60 \text{ см}$ ; ширина  $b = 20 \text{ см}$ ; віддаль від центра ваги арматури до нижньої грані балки  $a_s = 3 \text{ см}$ . Необхідно знайти площу розтягнутої арматури  $A_s$ .

1. Визначаємо робочу висоту перерізу

$$d = h - a_s = 60 - 3 = 57 \text{ см}.$$

2. З рівняння (15) визначаємо коефіцієнт  $k_1$

$$k_1 = \frac{M_{Ed}}{f_{cd} b d^2} = \frac{1,2 \cdot 10^4}{1,45 \cdot 20 \cdot 57^2} = 0,1274.$$

3. З таблиці 1 методом інтерполяції визначаємо коефіцієнт  $k_2 = 0,1426$  в залежності від  $k_1 = 0,1274$ . Значення  $k_1$  не виходить за межі таблиці, тому немає потреби змінювати висоту балки  $h$ .

4. Визначаємо необхідну площу арматури за формулою (19)

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{f_{yd} d (k_1 / k_2)} = \frac{1,2 \cdot 10^4}{38,5 \cdot 57 \cdot (0,1274 / 0,1426)} = 6,12 \text{ см}^2.$$

Приймаємо 2Ø20 класу А400С з  $A_s = 6,28 \text{ см}^2$ .

**Визначення несучої здатності нормального перерізу балки.** Для вище розрахованої балки виконаємо перевірку несучої здатності.

1. Визначаємо коефіцієнт  $k_2$ , використовуючи формулу (23)

$$k_2 = \frac{A_s f_{yd}}{f_{cd} b d} = \frac{6,28 \cdot 38,5}{1,45 \cdot 20 \cdot 57} = 0,1463.$$

2. За табл. 1 визначаємо коефіцієнт  $k_1 = 0,1305$  в залежності від  $k_2 = 0,1463$ .

3. За формулою (24) визначаємо несучу здатність нормального перерізу балки

$$M_{ud} = f_{yd} A_s d (k_1 / k_2) = 38,5 \cdot 6,28 \cdot 57 \cdot (0,1305 / 0,1463) = 12293 \text{ êĤî}$$

Оскільки  $M_{ud} = 122,9 \text{ êĤî} > M_{Ed} = 120 \text{ êĤî}$ , підбір поздовжньої робочої арматури в попередньому прикладі виконано вірно.

**Висновки.** Запропонована методика розрахунку нормальних перерізів згинальних залізобетонних елементів з одиничним армуванням дозволяє без використання комп'ютерної техніки визначити необхідну площу арматури та здійснити перевірку несучої здатності нормального перерізу, враховуючи нелінійність деформування бетону та відповідає сучасній нормативній базі.

1. ДБН В.2.6-98:2009. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. – Київ: Мінрегіонбуд України, 2011. – 71 с. 2. ДСТУ Б В.2.6-156:2010. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. – Київ: Міністерство регіонального розвитку та будівництва України, 2010.– 166 с. 3. Бабич Є.М Розрахунок нерозрізних залізобетонних балок із використанням деформаційної моделі: Рекомендації /Є.М. Бабич, В.Є. Бабич, В.В. Савицький – Рівне: НУВГП, 2005. – 38 с. 4. Бабич Є.М Розрахунок несучої здатності поперечних перерізів згинальних залізобетонних елементів // Є.М. Бабич, В.Є. Бабич, В.В. Савицький / Ресурсоекономі матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Збірник наукових праць. – Рівне: НУВГП, 2012. – Випуск 23. - С.94 - 103. 5. Бабич Є.М. Визначення напружено-деформованого стану та розрахунок згинальних залізобетонних елементів таврового перерізу // Є.М. Бабич, П.С. Гомон / Ресурсоекономі матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Збірник наукових праць. – Рівне: НУВГП, 2011. – Випуск 21. - С.109-114. 6. Гомон П.С. Рівняння рівноваги та визначення внутрішніх зусиль в згинальних залізобетонних елементах таврового перерізу// П.С. Гомон / Матеріали студентської наукової конференції: Зб. наук. праць. – Рівне: НУВГП, 2007.- Випуск 2.- С.115-116.