

УДК 624.012.45.001

ДИАГРАММА СОСТОЯНИЙ ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В СИСТЕМЕ СИЛОВЫХ КООРДИНАТ M-N НА ОСНОВЕ ЭКСТРЕМАЛЬНОГО КРИТЕРИЯ ПРОЧНОСТИ

ДІАГРАМА СТАНІВ ПОЗАЦЕНТРОВО СТИСНУТИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ В СИСТЕМІ СИЛОВИХ КООРДИНАТ M-N НА ОСНОВІ ЕКСТРЕМАЛЬНОГО КРИТЕРІЮ МІЦНОСТІ

THE STATE DIAGRAM OF ECCENTRICALLY COMPRESSED REINFORCED CONCRETE ELEMENTS IN THE POWER COORDINATES M-N ON BASE OF THE EXTREME STRENGTH CRITERION

Митрофанов В.П., к.т.н., доцент (Центр передовых методов расчета железобетонных конструкций), **Митрофанов П.Б., ассистент** (Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка)

Митрофанов В.П., к.т.н., доцент (Центр передових методів розрахунку залізобетонних конструкцій), **Митрофанов П.Б., асистент** (Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка)

Mitrofanov V.P., Ph.D., Associate Professor (Center for advanced design methods of concrete structures), **Mitrofanov P.B., Assistant** (Poltava National Technical University named after Yuri Kondratyuk)

Раньше полученная диаграмма состояний нормальных сечений внецентренно сжатых железобетонных элементов, использующая деформационно-геометрические параметры состояния, сводится к более удобной для применения в практике диаграмме состояний с силовыми параметрами.

Раніше одержана діаграма станів нормальних перерізів позацентрово стиснутих залізобетонних елементів, яка використовує деформаційно-геометричні параметри стану, зводиться до більш зручної для використання в практиці діаграми станів з силовими параметрами.

Earlier obtained the cross sections states diagram of the eccentrically compressed reinforced concrete elements, which uses the strain-geometrical state parameters, is reduced to more convenient at practical application the states diagram with the force parameters.

Ключові слова: бетон, арматура, міцність, напружено-деформований стан, залізобетонний елемент, гранична деформація, деформаційна модель, екстремальний критерій.

Ключевые слова: бетон, арматура, прочность, напряженно-деформированное состояние, железобетонный элемент, предельная деформация, деформационная модель, экстремальный критерий.

Keywords: concrete, reinforcement, durability, strain-stress behavior, reinforced concrete element, ultimate deformation, deformation model, extreme criterion.

Постановка проблеми и анализ существующих решений. Деформационная модель с экстремальным критерием прочности (ЭКП) железобетонных элементов (ЖБЭ) отличается от других рядом существенных достоинств [1 – 3], которые обусловили введение ЭКП в нормы [4]. Однако для достаточно широкого внедрения в практику расчетов на основе ЭКП необходима помощь проектировщикам и студентам в их освоении, разработка инженерных методов расчета и других средств, упрощающих и облегчающих эти расчеты [3]. При этом существенное значение имеет диаграмма состояний ЖБЭ [3], использующая деформационно-геометрические параметры напряженно-деформированного состояния (НДС) нормального сечения, которые необходимы в теоретическом анализе, но менее удобны при практическом применении диаграммы состояния.

Цель работы. Диаграмму состояний нормальных сечений внецентренно сжатых ЖБЭ прямоугольного профиля [3] привести к диаграмме с более удобными для решения практических задач силовыми параметрами состояния.

Содержание статьи. Диаграмма состояний [3] получена в системе координат $\alpha - y$, где α и y являются важнейшими параметрами состояния нормального сечения ЖБЭ: $\alpha = \varepsilon_{cm} / \varepsilon_{c1}$, есть отношение деформации сжатых крайних фибр бетона ε_{cm} в опасном сечении к деформации бетона ε_{c1} при пиковом напряжении f_c в условиях осевого сжатия, y – высота сжатой зоны бетона. Диаграмма состояний [3] представляет собой (рис. 1) плоскость $\alpha - y$, разделенную на участки 1...5 состояния ЖБЭ, отличающиеся величиной эксцентриситета $e_0 = M/N$ продольной силы N , количеством арматуры A_s и A'_s и соответствующей полнотой использования их прочности, а также характером разрушения ЖБЭ. При этом участки 1 и 2 образуют область *больших эксцентриситетов* (БЭ), в которой прочность арматуры A_s как растянутой используется полностью. На участке 2, в отличие от участка 1, прочность сжатой арматуры A'_s также используется полностью. Участки 3 и 4 образуют область *достаточно малых*

эксцентриситетов (ДМЭ), на которой арматура A_s либо слабо растянута, либо сжата и не достигает предельного состояния.

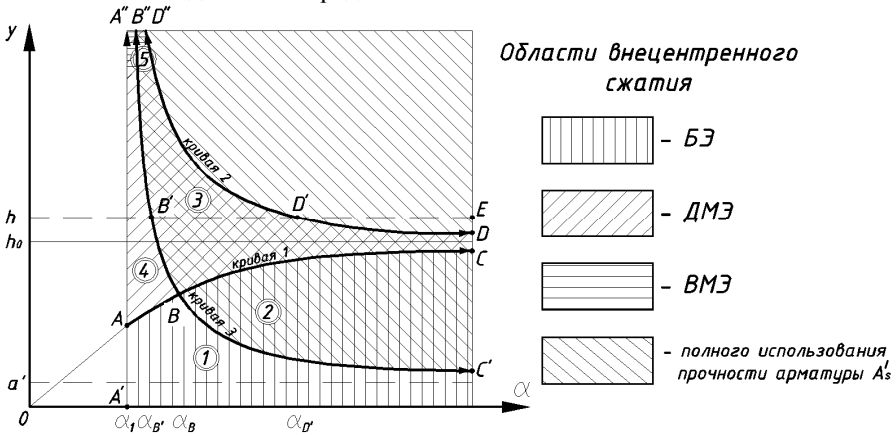


Рис. 1. Диаграмма состояний сечений внецентренно сжатых ЖБЭ в системе координат $\alpha - y$

Зато на участке 3 сопротивление сжатой арматуры A'_s используется полностью, чего нет на участке 4, где теоретически можно не ставить ни A_s , ни A'_s . Участок 5 представляет область *весьма малых эксцентриситетов* (ВМЭ), на которой сопротивление арматуры A_s как сжатой используется полностью, подобно арматуре A'_s , что возможно при осевом сжатии. Незаштрихованная вертикальная полоса вблизи оси OY на рис. 1 отображает состояния сечения без разрушения бетона. Правая сторона $A'A''$ этой полосы соответствует одноосному сжатию ЖБЭ, когда $y \rightarrow \infty$, $\alpha = \alpha_1$. Указанные области 1...5 разделяются тремя *границными* кривыми-гиперболами 1 – 3 (рис. 1), описывающими границу полного использования прочности определенной арматуры посредством следующих ограничений [3]:

1) *кривая 1* – арматуры A_s как растянутой при изгибе и внецентренном сжатии с БЭ

$$y = h_0 \cdot \alpha / (\alpha + \epsilon_{sd} / \epsilon_{c1}), \quad \sigma_s = f_{sd}; \quad (1)$$

2) *кривая 2* – арматуры A_s как сжатой при внецентренном сжатии с ВМЭ

$$y = h_0 \cdot \alpha / (\alpha - \epsilon'_{sd} / \epsilon_{c1}), \quad \sigma_s = f'_{sd}; \quad (2)$$

3) *кривая 3* – арматуры A'_s как сжатой при изгибе и более сжатой при внецентренном сжатии с ДМЭ и ВМЭ

$$y = a' \cdot \alpha / (\alpha - \varepsilon'_{sd} / \varepsilon_{c1}), \quad \sigma'_s = f'_{sd}, \quad (22)$$

где $\varepsilon_{sd}, \varepsilon'_{sd}$ - деформации растянутой и сжатой арматуры, соответствующие ее расчетному предельному сопротивлению f_{sd}, f'_{sd} на диаграммах $\sigma_s(\varepsilon_s), \sigma'_s(\varepsilon'_s)$ арматуры, h_0, a' - размеры сечения, показанные на рис. 2.

Как известно, расчетное предельное сопротивление арматуры принимается в зависимости от характера ее диаграммы $\sigma_s(\varepsilon_s)$. Так, для арматуры с площадкой текучести расчетное сопротивление принимается в начале площадки текучести, то есть

$$f_{sd} = f_{yd}, \quad \varepsilon_{sd} = f_{yd} / E_s, \quad (4)$$

где f_{yd} - физический предел текучести, E_s - модуль упругости арматуры.

Для арматуры без площадки текучести принимается

$$f_{sd} = f_{0,2}, \quad \varepsilon_{sd} = \varepsilon_{0,2} = 0,002 + f_{0,2} / E_s, \quad (5)$$

где $f_{0,2}$ - условный предел текучести.

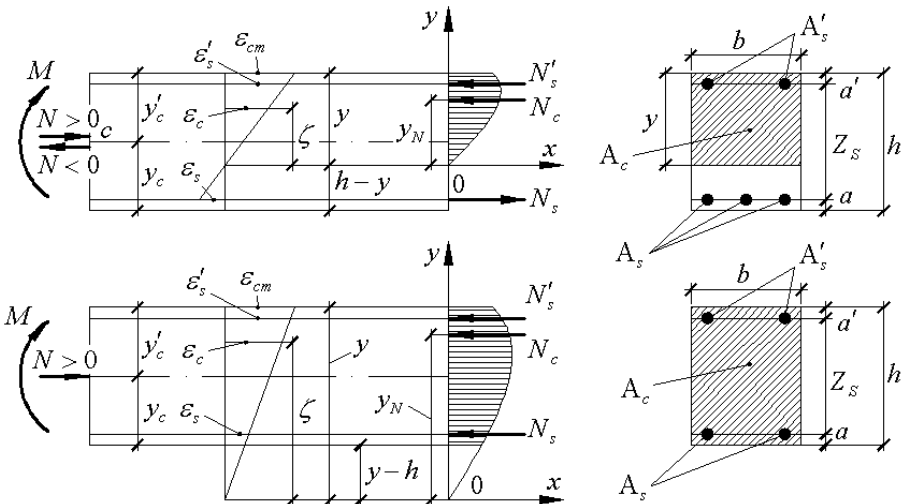


Рис. 2. Два случая расчета прочности нормальных сечений ЖБЭ:
 $y \leq h$ (а), $y \geq h$ (б).

Для упрощения расчетов прочности внецентренно сжатых ЖБЭ нередко используются графики несущей способности в координатах $N - M$ [5]. Такие графики в переменных N, M , по сравнению с переменными α, y , практически более удобны и в расчетах прочности нормальных сечений на основе ЭКП.

Для достижения возможности выяснять случаи полноты использования прочности арматур A_s , и A'_s в координатах $N - M$ необходимо от переменных α , u кривых (1) – (3) перейти к переменным N, M и получить эти кривые на плоскости $N - M$. Такой переход связан с решением специфической задачи о напряженно-деформированном состоянии нормального сечения ЖБЭ, постановку которой следует уточнить. Очевидно, если количество растянутой арматуры не меньше известного минимума, расчетное предельное состояние арматуры A_s (или A'_s) не является обязательно состоянием разрушения сечения ЖБЭ. Поэтому для решения данной задачи не нужно условие прочности сечения ЖБЭ, такое как ЭКП. Зато в этой задаче отсутствие ЭКП компенсируется какой-либо из (1) – (3) зависимостью между переменными $\alpha - u$, характерной для каждой кривой 1 – 3. Используя зависимости (1) – (3), следует учитывать интервалы их существования. Так, кривая 1 соответствует только случаю расчета сечения $u \leq h$. Кривая 3 существует как при $u \leq h$, $\alpha \geq \alpha_{B'}$, так и при $u \geq h$, $\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_{B'}$, где $\alpha_{B'} = (\varepsilon'_{sd} / \varepsilon_{c1}) / (1 - a'/h)$ (см. рис. 1).

После того, как отмечены подлежащие учету условия, можно сформулировать задачу представления кривых (1) – (3) в системе координат $N - M$: для заданного прямоугольного сечения ЖБЭ найти усилия N и M при состоянии одной из арматур (A_s или A'_s), определенном одним из условий (1) – (3). Неизвестными данной задачи являются 6 величин: $N, M, \alpha, u, \varepsilon'_s$ (или ε_s), σ'_s (или σ_s). Для определения этих неизвестных служит система уравнений, включающая 2 уравнения равновесия внешних и внутренних усилий сечения ЖБЭ, уравнение одной из кривых (1) – (3), выбранной для представления на плоскости $N - M$, 1 геометрическое соотношение и 1 физическое уравнение [3] для арматуры, которой не касается выбранное из (1) – (3) условие, и связь между усилиями сечения

$$M = N \cdot e_0. \quad (6)$$

Для большей универсальности диаграммы состояния целесообразно получить ее на плоскости безразмерных величин

$$n = N / f_c \cdot b \cdot h_0, \quad m = M / f_c \cdot b \cdot h_0^2 = n \cdot e_0 / h_0. \quad (7)$$

Поэтому используются уравнения равновесия, также выраженные через безразмерные величины

при $u \leq h$

$$n = \left\{ \frac{\sigma'_s}{f_c} \cdot \mu'_s \cdot \frac{z_s}{h_0} + \xi \cdot \varphi(\alpha) \cdot \left[1 - \xi \cdot \left(1 - \frac{\psi(\alpha)}{\varphi(\alpha)} \right) \right] \right\} / \left(\frac{e_0}{h_0} + \frac{y_c - a}{h_0} \right); \quad (8)$$

$$\left[\xi \cdot \varphi(\alpha) - \frac{\sigma_s}{f_c} \cdot \mu_s + \frac{\sigma'_s}{f_c} \cdot \mu'_s \right] \cdot \left(\frac{e_0}{h_0} + \frac{y_c - a}{h_0} \right) -$$

$$- \left\{ \frac{\sigma'_s}{f_c} \cdot \mu'_s \cdot \frac{z_s}{h_0} + \xi \cdot \varphi(\alpha) \cdot \left[1 - \xi \cdot \left(1 - \frac{\psi(\alpha)}{\varphi(\alpha)} \right) \right] \right\}$$
(9)

где $\mu_s = A_s/b \cdot h_0$, $\mu'_s = A'_s/b \cdot h_0$, $\xi = y/h_0$; φ, ψ - функции от α ;
при $y \geq h$

$$\bar{n} = \left\{ \frac{\sigma'_s}{f_c} \cdot \bar{\mu}'_s \cdot \frac{z_s}{h} + \left[\bar{\psi}(\alpha, \bar{\xi}) - \left(\xi - \frac{h_0}{h} \right) \cdot \bar{\varphi}(\alpha, \bar{\xi}) \right] \right\} / \left(\frac{e_0}{h} + \frac{y_c - a}{h} \right); \quad (10)$$

$$\left[\bar{\varphi}(\alpha, \bar{\xi}) + \frac{\sigma_s}{f_c} \cdot \bar{\mu}_s + \frac{\sigma'_s}{f_c} \cdot \bar{\mu}'_s \right] \cdot \left(\frac{e_0}{h} + \frac{y_c - a}{h} \right) -$$

$$- \left\{ \frac{\sigma'_s}{f_c} \cdot \bar{\mu}'_s \cdot \frac{z_s}{h} + \left[\bar{\psi}(\alpha, \bar{\xi}) - \left(\xi - \frac{h_0}{h} \right) \cdot \bar{\varphi}(\alpha, \bar{\xi}) \right] \right\}$$
(11)

где $\bar{n} = N/f_c \cdot b \cdot h$, $\bar{\mu}_s = A_s/b \cdot h$, $\bar{\mu}'_s = A'_s/b \cdot h$, $\bar{\xi} = y/h$;
 $\bar{\varphi}, \bar{\psi}$ - функции от α и $\bar{\xi}$.

Смысл используемых в (8) – (11) величин b, h, z_s, y_c, a, h_0 виден на рис. 2. Формулы функций $\varphi, \psi, \bar{\varphi}, \bar{\psi}$ приведены в [3]. Найденный при $y \geq h$ параметр \bar{n} приводится к параметру $n = \bar{n} \cdot h/h_0$, чтобы граничные кривые для обоих случаев расчета сечения были показаны в единой системе координат n и m .

Для получения решения рассматриваемой задачи была использована программа проверки прочности нормального сечения [3], по которой для заданного эксцентриситета e_0 численным пошаговым методом строилась кривая $N - \mathcal{E}_{cm}$ с контролем на каждом уровне деформаций \mathcal{E}_{cm} всех параметров НДС сечения, включая деформации $\mathcal{E}_s, \mathcal{E}'_s$ и напряжений σ_s, σ'_s соответственно арматуры A_s и A'_s , а также силовые параметры n и m (7), отвечающие данному уровню \mathcal{E}_{cm} . При этом контролировалось соблюдение условий (1) – (3) и находилось состояние сечения на границе

полного использования сопротивления соответствующей арматуры. В результате определялись граничные кривые (1) – (3) в системе координат n , m (7), в которой по полученным кривым находились области 1...5, отвечающие таким же областям на рис. 1. Эксцентриситет задавался на интервале $e_0/h = 0...5$, а случай чистого изгиба при $e_0 \rightarrow \infty$ с точкой на оси m рассматривался отдельно.

На рис. 3 показаны кривые, полученные для ЖБЭ прямоугольного сечения из бетона прочностью $f_{cm} = 70 \text{ МПа}$ при двойной симметричной арматуре с физическим пределом текучести $\sigma_{sy} = 450 \text{ МПа}$, модулем упругости $E_s = 200 \text{ ГПа}$, деформацией в конце площадки текучести $\varepsilon_y = 1,2 \%$, пределом прочности $\sigma_{su} = 650 \text{ МПа}$ и предельной деформацией $\varepsilon_{su} = 5 \%$. Две группы кривых на рис. 3 соответствуют армированию 1 % и 2 %.

Граничные кривые арматуры A_s имеют в квадранте $m-n$ точку прекращения, отвечающую границе переармирования. Радиус-вектор, проведенный из начала координат O в точку прекращения граничной кривой A_s разделяет квадрат $m-n$ на треугольные области непереармированных (БЭ) и переармированных (МЭ) арматурой A_s сечений. (см. рис. 3).

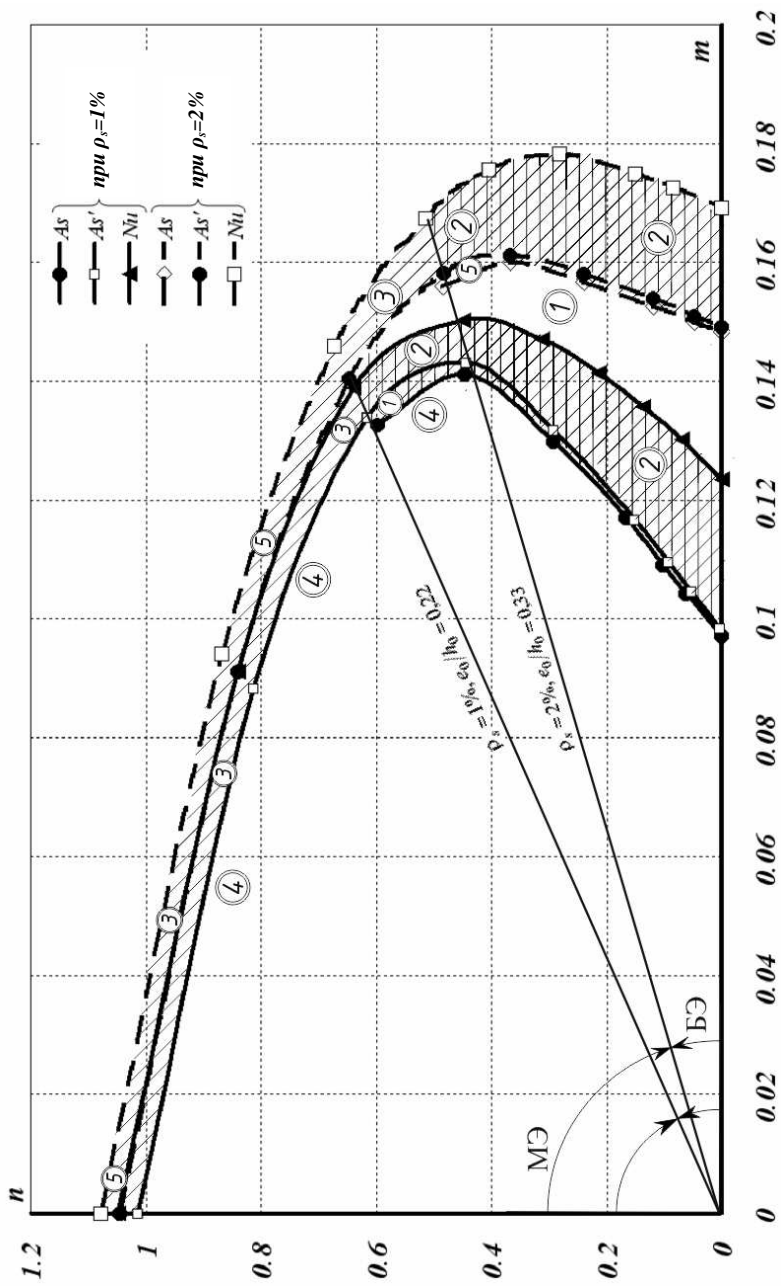


Рис. 3. Граничные кривые полного использования сопротивления арматуры A_s и A'_s и кривые предельного усилия N_i сечения в силовых координатах $m-n$

С увеличением процента армирования ρ_s протяженность граничной кривой A_s сокращается и она стягивается в точку на оси m , когда сечение ЖБЭ при чистом изгибе оказывается на границе переармирования. Но при $\rho_s = 1\%$ и $\rho_s = 2\%$ сечения непереармированы при чистом изгибе и граничные кривые арматуры A_s имеют конечную длину.

Граничные кривые арматуры A'_s проходят через весь квадрант $m - n$ и при БЭ занимают промежуточное положение между граничными кривыми арматуры A_s и предельными кривыми всего состояния. Это означает, что арматура A'_s достигает предельное состояние при различных эксцентриситетах e_0 , а при БЭ ее текучесть наступает несколько позже, чем арматуры A_s . Цифры в кружочках на рис. 3 означают области сочетания полного и неполного использования сопротивления арматур A_s и A'_s , соответствующие областям на рис. 1, обозначенным теми же цифрами. При этом область 5 оказалась стянутой в точку, соответствующую осевому сжатию.

При наличии кривых, показанных на рис. 3 и соответствующих достаточно широкому интервалу процента армирования и классов прочности бетона, можно по заданным m и n выяснять случай внецентренного сжатия и затем проводить расчет прочности нормальных сечений ЖБЭ по методике [3].

Выводы. Получена диаграмма состояний нормальных сечений внецентренно сжатых ЖБЭ прямоугольного профиля в системе силовых параметров $m - n$, упрощающая выяснение случая внецентренного сжатия.

1. Митрофанов, В.П. Практическое применение деформационной модели с экстремальным критерием прочности железобетонных элементов / В.П. Митрофанов // Коммунальное хозяйство городов. Серия: архитектура и технические науки. Вып. 60. – К.: Техника, 2004. – С.29-48.
2. Mitrofanov, V.P. Extreme strength criterion and design of RC elements / V.P. Mitrofanov // Structural Concrete, Journal of the fib. – London: Thomas Telford and fib. – 2009. – 10. - №4. – pp. 163 – 172.
3. Митрофанов, В.П. Алгоритмы решения задач прочности нормальных сечений железобетонных элементов на основе экстремальных критериев / В.П. Митрофанов, П.Б. Митрофанов // Науковий вісник будівництва. – Вип. 69.– Харків: ХДТУБА ХОТВА АБУ, 2012. – С. 137 – 149.
4. ДБН В.2.6-98:2009. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. – К.: Мікрореґіонбуд України, 2011. – 71 с.
5. Руководство по проектированию бетонных и железобетонных конструкций из тяжелого бетона [без предварительного напряжения]. – М.: Стройиздат, 1977. – 328 с.