

УДК 624.012.35:620.173

**ВИЗНАЧЕННЯ ШИРИНИ РОЗКРИТТЯ ТРІЩИН У ЦЕНТРАЛЬНО-РОЗТЯГНУТИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТАХ ЗА БАГАТОРІВНЕВОГО ПРОЦЕСУ УТВОРЕННЯ ТРІЩИН**

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ШИРИНЫ РАСКРЫТИЯ ТРЕЩИН В ЦЕНТРАЛЬНО-РАСТЯНУТЫХ ЭЛЕМЕНТАХ ПРИ МНОГОУРОВНЕВОМ ТРЕЩИНООБРАЗОВАНИИ**

**THE TECHNIQUE OF DETERMINING THE WIDTH OF THE CRACKS IN THE CENTRAL-STRETCHED CONCRETE ELEMENTS**

**Кочкарёв Д.В., к.т.н., доц.** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

**Кочкарёв Д.В., к.т.н., доц.** (Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно)

**Kochkarev D.V., candidate of technical sciences, associate professor** (National university of water management and nature resources use, Rivne)

Приведено методику визначення ширини розкриття тріщин у центральньо-розтягнутих залізобетонних елементів за багаторівневого процесу утворення тріщин. Наведено порівняння з експериментальними даними та приклад розрахунку.

Приводится методика определения ширины раскрытия трещин в центральньо-растянутых железобетонных элементах при многоуровневом трещинообразовании. Приводится сравнение с экспериментальными данными и пример расчета.

The technique of determining the width of the cracks in the central-stretched concrete elements. The comparison with experimental data and calculation example.

**Ключові слова:**

Ширина розкриття тріщин, відстань між тріщинами, рівні тріщиноутворення. Ширина раскрытия трещин, расстояния между трещинами, уровни трещинообразования.

Crack opening width, the distance between the cracks, cracking levels.

**Стан питання та задачі дослідження.** Центральні-розтягнуті елементи в будівельній практиці зустрічаються доволі рідко. В даному випадку їх напружено-деформований стан нас цікавить не стільки з практичних питань їх розрахунку, як з питань розгляду їх процесу тріщиноутворення та роботи. Розглянемо лінійний залізобетонний елемент з симетричним армуванням під дією центрально-прикладеної розтягуючої сили.

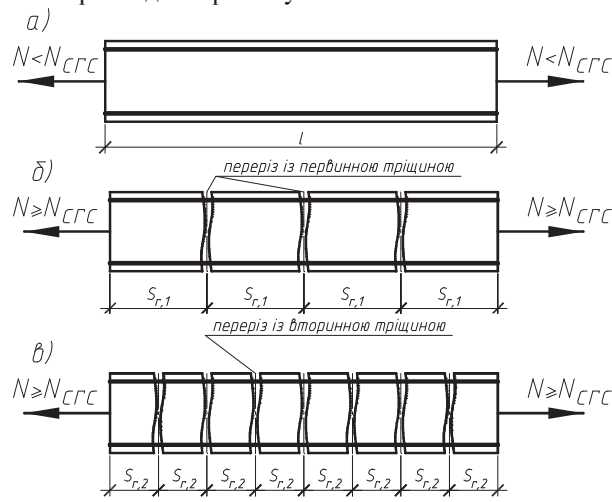


Рис. 1. Робота залізобетонних елементів за центрального розтягу:  
 а) елемент працює без тріщин; б) в елементі утворились первинні тріщини; в) в елементі утворились вторинні тріщини.

Умовно роботу центрально-розтягнутого елемента можна представити наступними етапами – елемент працює без тріщин (рис.1, а), утворення первинних тріщин (рис.1, б), подальший процес утворення тріщин аж до руйнування (рис.1, в). Після утворення первинних тріщин із збільшенням навантаження утворюються нові вторинні, третинні і т.д. У результаті в момент руйнування центрально-розтягнутого елемента відстань між тріщинами може суттєво відрізнятись від її первинного значення. Про що наголошується в роботах багатьох вчених [3, 4, 5, 6, 7, 8].

Визначення ширини розкриття тріщин може відбуватися за певними методиками. Існує велика кількість різних підходів щодо визначення ширини розкриття тріщин. Варто зазначити, що різниця полягає не тільки у методології їх розрахунку, а навіть у місці знаходження ширини тріщин по висоті перерізу залізобетонного елемента. Так, цілком логічно, класична теорія залізобетону у викладах В.І. Мурашева та інших [5, 6], визначає ширину розкриття тріщин на рівні розтягнутої арматури. Норми Єврокод-2 [1] пропонують визначити ширину розкриття тріщин на рівні розтягнутої

грані бетону. В.М. Бондаренко та В.І. Колчунов [3, 4] визначають максимальну ширину розкриття тріщин, яка знаходиться між нейтральною лінією та розтягнутою арматурою. Нормами проектування обмежується ширина розкриття тріщин із умови забезпечення відповідної корозійної стійкості арматури, а тому цілком логічно визначати ширину розкриття на рівні розтягнутої арматури. Якщо ж мова іде про естетичні вимоги, то логічним буде дійсно обмежувати максимальну ширину розкриття тріщин. Хоча в більшості випадків конструктивні вимоги (максимальний захисний шар, конструктивне армування і т.д.) забезпечать обмеження максимальної ширини розкриття тріщин, як це було відображено у нормах [9].

**Методика досліджень.** Утворення тріщин, це процес руйнування розтягнутої зони бетону. В першу чергу, це не зворотній процес. Порядок та схема утворення тріщин в подальшому впливає на весь напружено-деформований стан елемента. Первинні тріщини, утворюючись, зразу набувають певного значення. При подальшому навантаженні вони починають розкриватися і рости по висоті перерізу. За певного навантаження первинні тріщини починають ділитися на вторинні. Вторинні тріщини, аналогічно первинним, також утворюються з певним значенням. Таким чином, графік зміни ширини розкриття тріщин відносно зовнішнього навантаження повинен містити відповідні скачки при утворенні всіх тріщин, як первинних так і вторинних. А тому в більшості випадків спроби скорегувати відстань між тріщинами без врахування цього, призводять до суттєвих розбіжностей з експериментальними даними. Варто зазначити, що обробляючи експериментальні дані інколи буває доволі складно на графіку встановити, описаний вище, процес утворення тріщин. В першу чергу, це відбувається тому, що утворення вторинних тріщин відбувається під час навантаження елемента, а тому горизонтальна ділянка на експериментальній кривій буде відсутня. Однак ознакою, утворення вторинних тріщин може слугувати значний приріст ширини розкриття тріщин (рис.2).

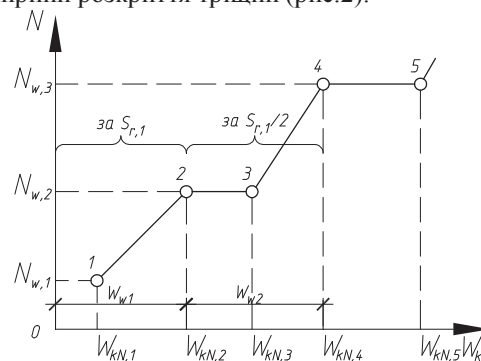


Рис. 2. Зміна ширини розкриття тріщин в центрально-розтягнутому елементі, у залежності від зовнішнього навантаження

Таким чином, точка 1, на рис.2, відповідає утворенню первинних тріщин. Наступні рівні тріщиноутворення характеризуються горизонтальними ділянками: вторинний рівень - ділянка 2-3, третинний рівень ділянка 4-5. Відстань між тріщинами на ділянці 1-2 дорівнює  $S_r$ , на ділянці 3-4 –  $S_r/2$ . Характерною особливістю процесу утворення тріщин є те що, з кожним новим рівнем тріщиноутворення, відповідний приріст ширини розкриття тріщин збільшується. Тобто збільшуються горизонтальні ділянки під час поділу тріщин, натомість кут нахилу залежності ширини розкриття тріщин від навантаження збільшується. Описаний багаторівневий процес утворення тріщин пояснює добру збіжність різних методик визначення ширини розкриття тріщин, із експериментальними даними за невисоких рівнів навантаження, та невідповідність при більш високих.

В загальному ширину розкриття тріщин  $W_k$  будемо визначати, як різницю видовження арматури та бетону на ділянці між суміжними тріщинами  $S_r$ .

$$W_k = \int_0^{S_r} \varepsilon_s(x) dx - \int_0^{S_r} \varepsilon_c(x) dx. \quad (1)$$

Замінімо інтегральні залежності формули (1) формулою Симпсона, умовно прийнявши зміну криволінійного закону розподілу деформацій на ділянці між тріщинами квадратною параболою (рис.3), в результаті отримаємо

$$W_k = \frac{\varepsilon_{s3} + 4\varepsilon_{s4} + \varepsilon_{s3}}{6} S_r - \frac{2\varepsilon_{c4}}{3} S_r = \left( \frac{\varepsilon_{s3} + 4\varepsilon_{s4} + \varepsilon_{s3}}{6} - \frac{2\varepsilon_{c4}}{3} \right) S_r. \quad (2)$$

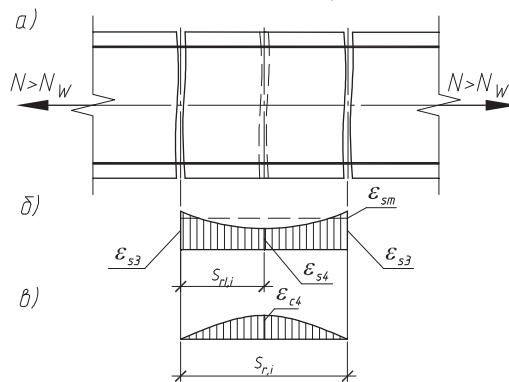


Рис. 3 - До визначення ширини розкриття тріщин: а) схема елемента; б) еюра деформацій арматури в блоці між тріщинами; в) еюра деформацій бетону в блоці між тріщинами

Деформації в перерізі з тріщиною  $\varepsilon_{s3}$  визначаються за виразом

$$\sigma_{s3} = \frac{N}{A_s}. \quad (3)$$

Деформації в місці імовірної появи нової тріщини  $\varepsilon_{s4}$ , визначаються за умови сприйняття напругами щеплення відповідних напруг в робочій арматурі в блоці між тріщинами. У випадку постійної епюри поздовжніх розтягуючих зусиль за центрального розтягу набуде такого вигляду

$$\begin{cases} S_{r,i} = 2 \times S_{rl,i}; \\ S_{rl,i} = \frac{(\sigma_{s3} - \sigma_{s4})A_s}{u_s \tau_m}. \end{cases} \quad (4)$$

Провівши нескладні перетворення системи (4) та скориставшись виразом для середніх напруг зчеплення отримаємо

$$\sigma_{s4} = \sigma_{s3} - f_{ctm} \frac{u_s}{A_s} \frac{S_{r,i}}{2} \left( (\eta_1 \eta_2 - \alpha_0) \frac{\sigma_{s3}}{f_{yd}} + \alpha_0 \right). \quad (5)$$

Напруги в бетоні розтягнутої зони у перерізі імовірної появи тріщин визначаються із умов статичної рівноваги

$$\sigma_{ct}(\varepsilon_{c4}) = \frac{N}{A_b} - \frac{\sigma_{s4} A_s}{A_b}. \quad (6)$$

Деформації розтягнутої зони визначаються у залежності від прийнятої функції напруг у бетоні.

Остаточо, сформулюємо порядок визначення ширини розкриття тріщин, для центрально-розтягнутих елементів за навантаження  $N > N_{w,l}$ :

1. Встановлюємо несучу здатність та кількість рівнів тріщиноутворення (в даній статті не розглядається).
2. Визначаємо на кожному рівні тріщиноутворення відстань між тріщинами.
3. Якщо має місце декілька рівнів утворення тріщин, визначаємо ширину розкриття тріщин  $W_{wl}$ ,  $W_{wi}$  (рис.2), на кожному з них за формулою (2), при цьому деформації розтягнутого бетону приймаємо рівними  $\varepsilon_{c4} = \varepsilon_{ct1}$ . Напруги в арматурі в місці імовірної появи тріщин  $\sigma_{s4}$  визначаємо за виразом

$$\sigma_{s4} = \frac{N}{A_s} - \frac{f_{ctm} A_b}{A_s}. \quad (7)$$

Напруги в арматурі в перерізі з тріщиною  $\sigma_{s3}$  визначаємо за формулою (3) при відповідному рівні тріщиноутворення. Деформації арматури визначають шляхом ділення відповідних напруг на модуль пружності арматури  $E_s$ .

4. Визначаємо за виразом (2) ширину розкриття тріщин  $W_{k,n}$  на відповідному рівні тріщиноутворення. Для цього попередньо визначаємо напруги в

арматурі в перерізі з тріщиною  $\sigma_{s3}$  за формулою (3) при відповідному навантаженні, а також напруги в арматурі в місці імовірної появи тріщин  $\sigma_{s4}$  за виразом (7). Далі встановлюють напруги в бетоні розтягнутої зони (6), після чого визначають відповідні деформації.

5. Визначаємо повну ширину розкриття тріщин  $W_{kN}$ , за відповідного навантаження за виразом

$$W_{kN} = \sum_{i=1}^{n-1} W_{wi} + W_{kn}, \quad (8)$$

де  $n$  – рівень тріщиноутворення, на якому визначають ширину розкриття тріщин;  $W_{wi}$  – ширина розкриття тріщин на відповідному рівні тріщиноутворення;  $W_{kn}$  – ширина розкриття тріщин за відповідного навантаження, на відповідному рівні тріщиноутворення;  $W_{kN}$  – повна ширина розкриття тріщин за відповідного навантаження.

Якщо ширину розкриття тріщин знаходять на першому рівні тріщиноутворення, необхідність у використанні формули (8) відпадає.

В окремих випадках, в якості спрощення розрахункового апарату допускається визначати ширину розкриття тріщин за відстані між тріщинами, яка відповідає першому рівню тріщиноутворення, як це пропонує більшість методик, в тому числі і норми проектування [1]. При цьому залежність "навантаження – ширина розкриття тріщин" буде мати лінійний характер.

Експериментальна перевірка запропонованої методики розрахунку підтвердила можливість її застосування. Загалом були перевірені експериментальні дані [6, 2], які представлені у табл.1. Результати вказують на задовільну збіжність з експериментальними даними, коефіцієнти варіації в середньому близькі до 10 %, що вказує на прийнятність та достовірність запропонованих формул. Найменші похибки теоретичних із експериментальними даними отримані по визначенню навантаження при утворенні тріщин, та по визначенню ширини розкриття тріщин при високих рівнях навантаження.

Експериментальні дослідження параметрів напружено-деформованого стану центрально-розтягнутих елементів передбачають детерміновану перевірку впливу основних фізико-геометричних характеристик досліджуваних елементів, а тому поряд із загальноприйнятими дослідженнями виконують дослідження із штучно створеними тріщинами. За таких умов дещо нівелюється вплив, нерівномірності утворення тріщин, випадкові фактори, а також вплив усадки бетону. Результати перевірки наведеної методики з експериментальними даними по випробуванню центрально-розтягнутих елементів із штучно створеними тріщинами також вказують на задовільну збіжність теоретичних та експериментальних даних та в даній статті не приводяться.

Таблиця 1

- Перевірка запропонованої методики розрахунку на центрально-розтягнутих елементах [6, 2]

№ n/n	Автор дослідю	№ зразка	$f_{ctm}$ МПа	$\rho_s$ %	Відношення експериментальних даних до теоретичних			
					$\frac{N_{w,l}^E}{N_{w,l}^T}$	$\frac{S_{r,l}^E}{S_{r,l}^T}$	$\frac{W_{kN}^E}{W_{kN}^T}$	
							за $\sigma_s=125$ МПа	за $\sigma_s=17$ МПа
1	В.І. Муришев [6]	1-3	1.09	1.28	0.92	0.95	0.88	1.09
2		4-6	1.25	1.28	0.95	0.89	0.97	1.15
3		7-9	1.39	1.28	0.97	0.88	0.89	1.13
4		10-12	1.57	1.40	1.02	1.19	0.88	1.16
5	О.Я. Берг [2]	3-4	1.48	7.00	0.87	0.99	1.03	-
6		5-6	1.48	5.25	0.92	0.91	0.99	-
7		9-10	1.60	4.69	0.94	0.90	0.70	-
8		1-2	1.48	3.59	0.95	0.79	0.88	-
9		7-8	1.15	2.09	0.96	0.92	0.80	-
10		11-12	1.77	3.63	0.95	0.94	1.03	-
Середнє значення $x_{ср}$					0.94	0.94	0.90	1.13
Середнє квадратичне значення $\sigma$ , %					1.366	9.484	9.540	0.276
Коефіцієнт варіацій $v$ , %					1.45	10.14	10.55	0.24

**Результати досліджень.** Покажемо приклад визначення параметрів напружено-деформованого стану центрально-розтягнутого елемента, випробуваного О.Я. Бергом [2], за наступних даних.

Поперечний переріз – 180×180 мм, характеристики армування: тип – гладка ( $\eta_1=1.5$ ),  $\varnothing_s=19$  мм ( $\kappa$ -ть 8,  $\eta_2=1.0$ ),  $A_s=22,6$  см<sup>2</sup>;  $\rho_s=7\%$ ,  $f_{yd}=225$  МПа,  $E_s=1.9 \times 10^5$  МПа, Характеристики бетону:  $f_{cm}=16$  МПа,  $f_{ctm}=1,479$  МПа,  $E_{cm}=3.25 \times 10^4$ ,  $\varepsilon_{ct1}=1.0 \times 10^{-4}$ ,  $\varepsilon_{ctu}=1.5 \times 10^{-4}$ . Необхідно визначити міцність, рівні тріщиноутворення та ширину розкриття тріщин за навантаження  $N=283,6$  кН. В якості діаграми деформування прийняти залежність Єврокод-2 [1].

Розв'язок.

1. Визначаємо міцність центрально-розтягнутого елемента

$$N_{Edt} = A_s f_{yd} = 22.6 \times 225 / 10 = 510.35 \text{ кН};$$

2. Визначаємо деформації  $\varepsilon_{ctu} \leq \varepsilon_{ctu,max}$ , які відповідають максимуму поздовжньої сили, при утворенні тріщин, застосувавши екстремальний критерій. В даному випадку  $\varepsilon_{ctu} = \varepsilon_{ctu,max} = 1.5 \times 10^{-4}$ , внаслідок, великого проценту армування. Тоді

$$\sigma_{ct,1}(\varepsilon_{ctu,max}) = 1.194 \text{ МПа};$$

$$N_{W,1} = \sigma_{ct,1}(\varepsilon_{ctu,max})A_b + \varepsilon_{ctu,max}E_sA_s = 103.33 \text{ кН};$$

3. Визначаємо поздовжнє зусилля, яке відповідає 2-му рівню тріщиноутворення

$$N_{W,2} = 2 \frac{f_{ctm}}{\sigma_{ct,1}(\varepsilon_{ctu,max})} N_{W,1} + \left( 2 \frac{f_{ctm}}{\sigma_{ct,1}(\varepsilon_{ctu,max})} - 1 \right) \frac{\alpha_0 N_{Edt}}{\eta_1 \eta_2 - \alpha_0} = 530.45 \text{ кН} > 510.35 \text{ кН};$$

Як бачимо, другого рівня тріщиноутворення не відбувається, що підтверджують експериментальні дані.

4. Визначаємо відстань між первинними тріщинами

$$S_{r,1} = \frac{\sigma_{ct,1}(\varepsilon_{ctu})A_b}{u_s f_{ctm} \left( \frac{\eta_1 \eta_2 - \alpha_0}{N_{Edt}} N_{W,1} + \alpha_0 \right)} = 8.79 \text{ см};$$

5. Визначаємо напруги та відповідні деформації в перерізі з тріщиною за навантаження  $N=283.6 \text{ кН}$

$$\sigma_{s3} = \frac{N}{A_s} = \frac{283.6}{22.6} \times 10 = 125 \text{ МПа}; \quad \varepsilon_{s3} = \frac{\sigma_{s3}}{E_s} = 6.58 \times 10^{-4};$$

6. Визначаємо напруги та відповідні деформації в перерізі імовірної появи тріщини за навантаження  $N=283.6 \text{ кН}$

$$\sigma_{s4} = \sigma_{s3} - f_{ctm} \frac{u_s}{A_s} \frac{S_{r,1}}{2} \left( (\eta_1 \eta_2 - \alpha_0) \frac{\sigma_{s3}}{f_{yd}} + \alpha_0 \right) = 111.2 \text{ МПа};$$

$$\varepsilon_{s4} = \frac{\sigma_{s4}}{E_s} = 5.85 \times 10^{-4};$$

7. Визначаємо напруги в бетоні в перерізі імовірної появи тріщини за навантаження  $N=283.6 \text{ кН}$

$$\sigma_{ct}(\varepsilon_{c4}) = \frac{N}{A_b} - \frac{\sigma_{s4} A_s}{A_b} = 0.969 \text{ МПа};$$

8. Визначаємо деформації в бетоні в перерізі імовірної появи тріщин за навантаження  $N=283.6 \text{ кН}$ , шляхом розв'язку квадратного рівняння



$$\left(\frac{\varepsilon_{c4}}{\varepsilon_{ct1}}\right)^2 + \left(\left(\frac{E_{c0}\varepsilon_{ct1}}{f_{ctm}} - 2\right) \frac{\sigma_{ct}(\varepsilon_{c4})}{f_{ctm}} - \frac{E_{c0}\varepsilon_{ct1}}{f_{ctm}}\right) \times \frac{\varepsilon_{c4}}{\varepsilon_{ct1}} + \frac{\sigma_{ct}(\varepsilon_{c4})}{f_{ctm}} = 0; \Rightarrow \varepsilon_{c4} = 1.68 \times 10^{-4};$$

9. Визначаємо ширину розкриття тріщин за навантаження  $N=283.6 \text{ кН}$

$$W_k = \left(\frac{\varepsilon_{s3} + 4\varepsilon_{s4} + \varepsilon_{s3} - \frac{2\varepsilon_{c4}}{3}}{6}\right) S_r = 0.0438 \text{ мм.}$$

Дані отримані експериментальним шляхом вказують на задовільну збіжність із наведеною методикою:

$$N_{w,1}^E = 90.7 \text{ кН} (\Delta = 12.2\%),$$

$$S_{r,1}^E = 8.5 \text{ см} (\Delta = 3.3\%),$$

$$W_k^E = 0.051 \text{ мм} (\Delta = 16.5\%).$$

**Висновки.** 1. Наведено методику розрахунку ширини розкриття тріщин з урахуванням багаторівневого процесу утворення тріщин.

2. Експериментальна перевірка запропонованої методики показала її надійність та можливість застосування для визначення ширини розкриття тріщин у центрально-розтягнутих елементах.

3. Запропонована методика поширена на згинальні та позацентрово-стиснуті елементи.

1. EN 1992-1-1:2004 (E). Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings. – Brussels: GEN, 2004. – 226 p. 2. Берг О.Я. Физические основы теории прочности бетона и железобетона. – М.: Госстройиздат, 1961. – 96 с. 3. Бондаренко В.М., Колчунов В.И. Расчётные модели силового сопротивления железобетона. – М.: Издательство «АСВ», 2004. – 472 с. 4. Колчунов В.И, Масуд Нур Эддин. Анализ деформаций бетона на пути движения трещины и на ее берегах вдоль оси растянутой арматуры железобетонных элементов// Будівництво України №3.– 2006.–С.36– 38. 5. Молодченко Г.А. Исследование процесса трещинообразования в железобетоне при растяжении// Строительные конструкции, вып. XIX. – Киев, Будівельник, 1972. – С. 80– 84. 6. Мурашев В.И. Трещиностойкость, жесткость и прочность железобетона. – М.: Машстройиздат, 1958. – 268 с. 7. Павліков А.М. Застосування діаграми стану бетону в розрахунках моменту утворення тріщин / А.М. Павліков, Д.Ф. Федоров // Ресурсоєкономні матеріали, конструкції будівлі та споруди: Зб. наук. праць НУВГП. – Рівне: НУВГП. – 2010. – №20. – С. 271– 276. 8. Цыба О.О. Трещиностойкость и деформативность растянутого железобетона с ненапрягаемой и напрягаемой арматурой, имеющей различную относительную площадь смятия поперечных ребер :Автореф. дис. к-та техн. наук. – Москва, 2011. – 25 с. 9. СНиП 2.03.01-84\*. Бетонные и железобетонные конструкции. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 80 с.