

УДК 539.4:624.011

МЕТОДИКА ПОБУДОВА ДІАГРАМИ ДЕФОРМУВАННЯ « $\sigma - \varepsilon$ » НА СТИСК ДЛЯ ДЕРЕВИНИ НА ОСНОВІ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ЗГІНАЛЬНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЕ ДИАГРАММЫ ДЕФОРМИРОВАНИЯ « $\sigma - \varepsilon$ » НА СЖАТИЕ ДЛЯ ДРЕВЕСИНЫ НА ОСНОВЕ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

COMPRESSION DIAGRAM (STRESS-STRAIN) OF WOOD BASED ON EXPERIMENTAL RESEARCH OF BENDING ELEMENT

Гомон П.С., к.т.н. (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

Gomon P.S., k.t.n. (Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно)

Gomon P.S., candidate of technical sciences
(National university of water managements and natural recourses used, Rivne)

Наведений метод побудови діаграм деформування деревини « $\sigma - \varepsilon$ » на стиск на основі експериментальних досліджень згинальних елементів прямокутного перерізу.

Приведенный метод построения диаграмм деформирования древесины « $\sigma - \varepsilon$ » на сжатие на основе экспериментальных исследований изгибаемых элементов прямоугольного сечения.

The examples of drawing wood compression diagram ($\sigma - \varepsilon$) based on experimental research of rectangular bending element.

Ключові слова:

Діаграма деформування, балка, деревина.
Диаграмма деформирования, балка, древесина.
Strain diagram, beams, wood.

Стан питання. Велику частину нашої крани займають ліси, саме це обумовлює використання деревини, як конструкційного матеріалу. Ресурси деревини досить швидко відновлюються і є екологічно чистим матеріалом. Основними лісоутворюючими породами в Україні є хвойні породи, які

складають більше 52%. Саме хвойні породи (сосна, ялина, модрина) найчастіше використовуються в будівництві, як несучі конструкції, це можуть бути: колони, балки, дощатоклеїні колони, балки та арки. Для забезпечення необхідної міцності та довговічності несучих конструкцій слід найточніше визначити основні фізико-механічних властивості. Сучасні норми проектування [1, 2, 3] описують основні властивості. Одною з найважливіших властивостей деревини є міцність деревини на стиск, яку можна встановити при випробуванні дерев'яних зразків на стиск. Після цього діаграму можна використати для розрахунку стиснутих, згинальних елементів. Проте слід зауважити, що доцільність використання діаграм деформування на стиск для згинальних елементів не є доведеною. Тому, було поставлено задачу отримати рівня для побудови діаграми деформування деревини шляхом аналітичного аналізу з використанням результатів випробування згинальних елементів прямокутного перерізу, що дозволить співставити її з діаграмою отриманою при випробуванні дерев'яних зразків на стиск.

Теоретичний аналіз. В роботі [4] було описані діаграми деформування деревини, було встановлено, що діаграма деформування на розтяг має прямолінійну залежність майже до її руйнування. Діаграма деформування деревини на стиск має нелінійний характер, що свідчить про присутність пластичних та можливість еластичних деформацій в деревині.

Для побудови діаграми деформування деревини використаємо дані отримані при випробуванні дерев'яної балки на згин, а саме відносних деформацій в крайніх стиснутих та розтягнутих волокнах, прикладеного згинального моменту, а також діаграми деформування деревини на розтяг.

Використавши досвід з попередньої роботи [5], приймемо основні передумови для побудови діаграми деформування деревини:

- 1) Для побудови діаграми деформування деревини використовується гіпотеза плоских перерізів.
- 2) Волокна в згинальному елементі мають однокові властивості по висоті балки, що зазвичай приймають в згинальних елементах.
- 3) Епюра розтягнутої зони згинального елемента має трикутну форму (тобто діаграма деформування деревини елемента має лінійний характер).

З експериментальних досліджень були отримано значення згинального моменту M_n , при n -ому рівні завантаження та відносні деформації $\mathcal{E}_{t,n}$ та $\mathcal{E}_{c,n}$ відповідно найбільш розтягнутих та стиснутих волокон (Рис.1. Показано для другого рівня завантаження) .

Рішення задачі. Розглянемо систему рівноваги при n -ому рівні завантаження. Значення згинальних моментів $M_1 \dots M_n$, відносних деформацій арматури $\mathcal{E}_{s,1} \dots \mathcal{E}_{s,n}$, бетону $\mathcal{E}_{c,1} \dots \mathcal{E}_{c,n}$ нам відомо з експерименту,

а значення $\sigma_{c,1} \dots \sigma_{c,n-1}$ відомі з попередніх розрахунків. Нам необхідно визначити напруження $\sigma_{c,n}$ в найбільш стиснутому волокні деревини (Рис.1).

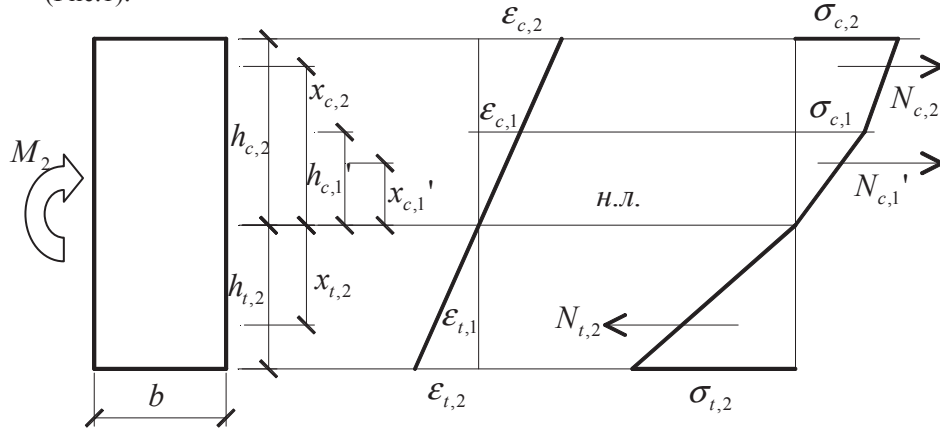


Рис. 1 Епюра напружень при другому завантаженні балки

Можна записати систему рівноваги для всіх рівнів завантаження, яка включає в себе суму моментів відносно нейтральної лінії, а також суму всіх зусиль спроектовану на поперечну вісь балки

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n-1} N_{c,i} + N_{c,n} = N_{t,n} \\ M_n = \sum_{i=1}^{n-1} N_{c,i} \cdot x_{c,i} + N_{c,n} \cdot x_{c,n} + N_{t,n} \cdot x_{t,n} \end{cases} ; \quad (1)$$

де зусилля, які виникають в розтягнутій і стиснутій деревині будуть дорівнювати

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n-1} N_{c,i} &= \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2} (\sigma_{c,i-1} + \sigma_{c,i}) h_{c,i} b = \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2} (\sigma_{c,i-1} + \sigma_{c,i}) (\epsilon_{c,i} \rho_n - \epsilon_{c,i-1} \rho_n) b \end{aligned} ; \quad (2)$$

$$\begin{aligned} N_{c,n} &= \frac{1}{2} (\sigma_{c,n-1} + \sigma_{c,n}) (h_{c,n} - h_{c,n-1}) b = \\ &= \frac{1}{2} b (\epsilon_{c,n} \rho_n - \epsilon_{c,n-1} \rho_n) (\sigma_{c,n-1} + \sigma_{c,n}) \end{aligned} ; \quad (3)$$

$$N_{t,n} = \frac{1}{2} \sigma_{t,n} h_{t,n} b = \frac{1}{2} \sigma_{c,i} \varepsilon_{t,n} \rho_n b; \quad (4)$$

$$\text{де } \rho_n = \frac{H}{\varepsilon_{c,n} + \varepsilon_{c,n}} - \text{кривина при } n\text{-ому рівні завантаження.} \quad (5)$$

Запишемо суму моментів відносно нейтральної лінії підставивши зусилля розтягу як суму зусиль стиску

$$M_n - \sum_{i=1}^{n-1} N_{c,i} \cdot x_{c,i} - \sum_{i=1}^{n-1} N_{c,i} \cdot x_{t,n} = N_{c,n} \cdot x_{c,n} + N_{c,n} x_{t,n} \quad (6)$$

$$\text{де } x_{c,i} = (h_{c,i} - h_{c,i-1}) \varphi_i + h_{c,i-1} = (\varepsilon_{c,i} \rho_n - \varepsilon_{c,i-1} \rho_n) \varphi_i + \varepsilon_{c,i-1} \rho_n; \quad (7)$$

$$x_{t,n} = \frac{2}{3} h_{t,n} = \frac{2}{3} \varepsilon_{t,n} \rho_n \quad (8)$$

Враховуючи, що отримані зусилля дорівнюють зусиллям, обчисленим за формулами (2), (3) та (4), рівняння (1) прийме вигляд

$$\begin{aligned} & \sigma_{c,n} x_{c,n} + \sigma_{c,n} \frac{2}{3} \varepsilon_{t,n} \rho_n + \sigma_{c,n-1} x_{c,n} - \\ & \frac{M_n - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2} b (\sigma_{c,i-1} + \sigma_{c,i}) (\varepsilon_{c,i} \rho_n - \varepsilon_{c,i-1} \rho_n) (x_{c,i} + x_{t,n})}{0,5 (\varepsilon_{c,n} \rho_n - \varepsilon_{c,n-1} \rho_n) b} + \\ & + \frac{2}{3} \sigma_{c,n-1} \varepsilon_{t,n} \rho_n = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

де φ_i - коефіцієнт, який враховує центр ваги ділянки (за першого завантаження необхідно прийняти 2/3);

Рівняння (9) можна записати, як рівняння з двома невідомими $\sigma_{c,n}$ та $x_{c,n}$

$$x_1 x_2 + a_1 x_1 + a_2 x_2 - a_3 = 0, \quad (10)$$

Де $x_1 = \sigma_{c,n}$ напруження в стиснутій зоні при n - завантаженні;

$x_2 = x_{c,n}$ відстань від нейтральної лінії до центру ваги трапеції останньої стиснутої зони;

$a_1 = \frac{2}{3} \varepsilon_{t,n} \rho_n$, $a_2 = \sigma_{c,n-1}$ - константи рівняння;

$$a_3 = \frac{M_n - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2} b (\sigma_{c,i-1} + \sigma_{c,i}) (\varepsilon_{c,i} \rho_n - \varepsilon_{c,i-1} \rho_n) (x_{c,i} + x_{t,n})}{0,5 (\varepsilon_{c,n} \rho_n - \varepsilon_{c,n-1} \rho_n) b} + \frac{2}{3} \sigma_{c,n-1} \varepsilon_{t,n} \rho_n = 0 \quad (11)$$

Визначимо відстань до центру ваги n -ої трапеції обмеженої зусиллями $\sigma_{c,n}, \sigma_{c,n-1}$.

$$x_{c,n} - h_{c,n-1} = \frac{\frac{1}{2}(h_{c,n} - h_{c,n-1})(h_{c,n} - h_{c,n-1})\sigma_{c,n-2} + \frac{2}{3}(h_{c,n} - h_{c,n-1})\frac{1}{2}(h_{c,n} - h_{c,n-1})(\sigma_{c,n} - \sigma_{c,n-1})}{(h_{c,n} - h_{c,n-1})\sigma_{c,n-1} + \frac{1}{2}(h_{c,n} - h_{c,n-1})(\sigma_{c,n} - \sigma_{c,n-1})} \quad (12)$$

Де $h_{c,n}$ та $h_{c,n-1}$ дорівнюють відповідно $\varepsilon_n \rho_n$ та $\varepsilon_{c,n-1} \rho_n$.

Спростивши (12) ми отримаємо рівняння

$$\begin{aligned} & \sigma_{c,n} x_{c,n} - \sigma_{c,n} \left(h_{c,n-1} + \frac{2}{3}(h_{c,n-1} - h_{c,n-1}) \right) + \sigma_{c,n-1} x_{c,n} - \\ & - \left(\sigma_{c,n-1} h_{c,n-1} + \frac{1}{3} \sigma_{c,n-1} (h_{c,n} - h_{c,n-1}) \right) = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

Запишемо попередній вираз (13), як рівняння з двома невідомими

$$x_1 x_2 + k_1 x_1 + k_2 x_2 - k_3 = 0 \quad (14)$$

де $x_1 = \sigma_{c,n}$ та $x_2 = x_{c,n}$, як зазначено вище

$$k_1 = -\frac{1}{3} \varepsilon_{c,n-1} \rho_n - \frac{2}{3} \varepsilon_{c,n} \rho_n, \quad k_2 = \sigma_{c,n-1} \quad (15)$$

$$k_3 = \frac{2}{3} \sigma_{c,n-1} \varepsilon_{c,n-1} \rho_n + \frac{1}{3} \sigma_{c,n-1} \varepsilon_{c,n} \rho_n \quad (16)$$

Обидва рівняння мають спільні невідомі $x_1 = \sigma_{c,n}$ та $x_2 = x_{c,n}$, тому можна скласти з них систему рівнянь

$$\begin{cases} x_1 x_2 + a_1 x_1 + a_2 x_2 - a_3 = 0 \\ x_1 x_2 + k_1 x_1 + k_2 x_2 - k_3 = 0 \end{cases} \quad (17)$$

Враховуючи, що $a_2 = k_2 = \sigma_{c,n-1}$, та віднявши від рівняння (10) рівняння (14) ми отримуємо

$$a_1 x_1 - a_3 = k_1 x_1 - k_3 \quad (18)$$

Рішенням попереднього рівняння (18) є

$$x_1 = \sigma_{c,n} = \frac{a_3 - k_3}{a_1 - k_1} \quad (19)$$

Визначивши $\sigma_{c,n}$ можна отримати центр ваги трапеції, і записати його, як відношення до висоти трапеції

$$\varphi_i = \frac{1/3\sigma_{c,n-1} + 2/3\sigma_{c,n}}{\sigma_{c,n-1} + \sigma_{c,n}} . \quad (20)$$

Враховуючи отримані рівняння аналіз згинального елемента можна проводити в такій послідовності:

1. Встановлюємо значення напруження в найбільш стиснутому волокні при першому завантаженні $\sigma_{c,1}$, для цього завантаження центр ваги буде знаходитися в залежності від коефіцієнта $\varphi_1 = 2/3$.

2. Знаходимо значення напруження в найбільш стиснутому волокні $\sigma_{c,n}$.

3. Обчислюємо центр ваги ділянки φ_n для всіх інших завантажень, враховуючи попередні значення.

Пункт 2 та 3 потворюємо n кількість разів при цьому встановлюємо повну епюру деформування.

Висновки: 1. Отримано рівняння для побудови діаграми деформування деревини шляхом аналітичного аналізу з використання результатів випробування згинальних елементів прямокутного перерізу. 2. Встановлено, що при відомих значеннях згинального моменту, відносних деформацій стиснутої зони та розтягнутої зони за допомогою отриманих рівнянь можна визначити значення напружень в дерев'яному згинальному прямокутному елементі за різних рівнів завантаження та побудувати епюри напружень стиснутої та розтягнутої зони та їх діаграми деформування. 3. Методика дозволяє встановити неруйнівним методом характеристики деревини існуючої конструкції, а також визначити на якій стадії напружено-деформованого стану перебуває елемент, що в свою чергу дозволить спрогнозувати подальшу роботу цього елемента.

1. ДБН В.2.6-161:2010. Конструкції будинків і споруд. Дерев'яні конструкції. Основні положення. – Київ: Укрархбудінформ, 2011.- 102с. 2. СНиП II-25-80. - Деревянные конструкции. Нормы проектирования. –М.: Стройиздат, 1982. – 65с. 3. Eurocode 5. Design of timber structures. Part 1.1. General rules and rules for buildings. – 1995. - 124p. 4. Гомон С.С. Діаграми механічного стану деревини сосни за одноразового короткочасного деформування до повної втрати міцності матеріалу/С.С. Гомон, С.С. Гомон, Т.А. Сасовський//Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць.- Рівне: Вид-во НУВГП, 2012. – Вип 23. – с. 166-171. 5. Гомон П.С. Методика побудови діаграми деформування « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » для бетону на основі експериментальних досліджень згинальних залізобетонних елементів/ П.С. Гомон //Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць.- Рівне: Вид-во НУВГП, 2014. – Вип 28. – с. 168-174.