

УДК 624.012.45: 620.042.8

**МЕХАНИЗМ ТРЕЩИНООБРАЗОВАНИЯ, ДЕФОРМИРОВАНИЯ И
РАЗРУШЕНИЯ НЕРАЗРЕЗНЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК**

**МЕХАНИЗМ ТРІЩИНОУТВОРЕННЯ, ДЕФОРМУВАННЯ ТА
РУЙНУВАННЯ НЕРОЗРІЗНИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОК**

**MECHANISM OF FRACTURE, DEFORMATION AND FAILURE OF
CONTINUOUS REINFORCED CONCRETE BEAMS**

Крантовская Е. Н., к.т.н., доцент (Одесская государственная академия
строительства и архитектуры, г.Одесса)

Крантовська О. М., к.т.н., доцент (Одеська державна академія будівництва
та архітектури, м. Одеса)

Krantovska O. M, Ph.D., Associate Professor (Odessa State Academy of Civil
Engineering and Architecture, Odessa)

На основании проведенных системных экспериментально-теоретических исследований напряженно-деформированного состояния нормальных опорных и пролетных, а также наклонных сечений 54 неразрезных железобетонных балок, характера трещинообразования и разрушения с перераспределением внутренних усилий в них вследствие образования условных пластических шарниров разработана инженерная методика расчета прочности наклонных сечений указанных элементов, определения необходимой площади и шага поперечной арматуры.

На підставі проведених системних експериментально-теоретичних досліджень напружено-деформованого стану нормальних опорних і пролітних, а також похилих перерізів 54 нерозрізних залізобетонних балок, характеру тріщиноутворення і руйнування з перерозподілом внутрішніх зусиль у них внаслідок утворення умовних пластичних шарнірів розроблена інженерна методика розрахунку міцності похилих перерізів вказаних елементів, визначення необхідної площі і кроку поперечної арматури.

On the basis of systematic experimental and theoretical studies of the stress-strain state and support normal transit, as well as oblique sections of 54 continuous reinforced concrete beams and the nature of cracking and fracture of the redistribution of internal forces in them due to the formation of plastic hinges is developed conventional engineering method of calculating the

strength of inclined sections of these elements and determine the necessary size and pitch of the transverse reinforcement.

Ключевые слова:

Неразрезная железобетонная балка, трещинообразование, разрушение, перераспределение усилий.

Постановка проблемы. Сопротивление железобетонных элементов совместному действию нескольких силовых факторов является одной из наиболее важных и не до конца решенной проблемой, как в теории железобетона, так и в реальном проектировании эффективных железобетонных конструкций. И если расчету прочности нормальных сечений железобетонных элементов в отечественной и зарубежной литературе уделено достаточно много внимания и публикаций, то расчету прочности наклонных сечений обычных и, особенно, неразрезных железобетонных конструкций посвящено крайне мало публикаций и он остается до сегодняшнего дня далеким от совершенства.

Анализ последних исследований и публикаций. Отказ от, так называемых, методов аналогий при расчете прочности наклонных сечений, в том числе ферменной, основным недостатком которой является отличие принятых расчетных моделей от реальных условий работы и которая, кстати, входит в ныне действующий европейский стандарт СВРОКОД-2 [1] вывела во второй половине XX столетия отечественные нормы на передовые рубежи науки по этому вопросу. Вместе с тем, во время просмотра ныне действующих еще в Украине норм [2] авторы (А.С. Залесов, А.И. Звездов, Т.А. Мухамедиев, Е.А. Чистяков и др.) введенных в России с 2003 [3] и 2004 [4] года новых российских норм утверждают, что существующие методы расчета прочности наклонных сечений железобетонных элементов при действии поперечных и продольных сил, изгибающего и крутящего моментов вследствие отсутствия системного подхода и достоверного учета влияния целого ряда факторов, в том числе сложного напряженно-деформированного состояния элементов, еще не достигли такого уровня, чтобы их можно было бы принять в качестве нормативных методов. Поэтому, в только что введенных в действие российских нормах [3,4] с целью создания дополнительного запаса прочности было принято упрощенную расчетную схему приопорного участка пролетного железобетонного элемента, а также недостаточно обосновано, на наш взгляд, изъяты из расчетной формулы для Q_b коэффициенты φ_n и φ_f , уменьшено значения дифференцированного коэффициента φ_{b2} с 1,5...2,0 для разных бетонов до 1,5 для всех бетонов. Выгодно в этом плане отличаются работы А.Н. Бамбуры, А.Б. Голышева, А.И. Давиденка и др. [5,6,7,8,9], которые с помощью деформационного метода способны через прочность нормальных сечений удовлетворительно определять прочность наклонных сечений обычных и предварительно

напряженных стержневых элементов при наличии изгибающих моментов, поперечных и продольных сил.

Нашел широкое внедрение в практике проектирования также метод Л.О. Дорошкевича, Б.Г. Демчины, С.Б. Максимович, Б.Ю. Максимовича [10,11], который также связывает расчеты прочности наклонных и нормальных сечений. При этом, расчет поперечной арматуры, как считают авторы, является одинаковым для балок, коротких консолей и плит, который выполняется на, так называемое, "продавливание". Он учитывает в явной форме влияние продольной арматуры, относительный пролет среза a/h_0 или l/h_0 в балках, соответственно, с сосредоточенной или равномерно распределенной нагрузкой. Вместе с тем, характер напряженно-деформированного состояния, работа и разрушение неразрезных железобетонных элементов существенно отличаются от таковых, описанный в работах [1...11].

Цели и задач исследований. Целью данной работы являлось развитие научных основ и положений по определению напряженно-деформированного состояния неразрезных железобетонных балок и разработка экспериментально проверенной, удобной для практического использования методики расчета прочности их приопорных участков. Для достижения поставленной цели с помощью детального изучения напряженно-деформированного состояния полунатурных неразрезных железобетонных балок с учетом различных соотношений 5-ти наиболее значимых факторов, применения усовершенствованной деформационной модели расчета несущей способности их нормальных надпорных и пролетных сечений поставлены задачи выявить особенности механизма деформирования и разрушения приопорных участков исследуемых железобетонных элементов, разработать инженерную методику расчета прочности их наклонных сечений в местах действия максимальных поперечных сил, используя дифференциальную зависимость между ними и изгибающими моментами. Исходя из этого, усовершенствование существующих и разработка новых расчетных моделей приопорных участков стержневых железобетонных элементов являются важными и актуальными задачами.

Методика исследований. Для решения поставленной задачи на кафедре сопротивления материалов ОГАСА была выполнена V серия опытов по госбюджетной теме (№0108U000559) с использованием теории математического планирования эксперимента, позволяющая теоретически обосновано установить минимально необходимое число и состав опытов для получения исчерпывающей информации о качественном и количественном влиянии исследуемых факторов на выходные параметры как в отдельности, так и во взаимодействии, чего нельзя добиться при использовании традиционной методики. На основании анализа априорной информации из литературных источников с учетом реальной возможности осуществления в качестве исследуемых выбраны факторы X_1 - относительный пролет среза,

a/h_0 , который пропорционально изменялся от 1 до 3; X_2 - класс бетона: В15, В25, В35; X_3 - коэффициент поперечного армирования: $\mu_{sw}=0,0018$ (2Ø3 ВрI); 0,0032(2Ø4 ВрI); 0,0050(2Ø5 ВрI); X_4 - коэффициент нижнего продольного армирования: $\mu_{sn}=0,0101$ (2Ø10А500С); 0,0146(2Ø12А500С); 0,0199(2Ø14А500С); X_5 - аналогичный коэффициент верхнего продольного армирования. Практика показала, что каждый из выбранных факторов может влиять на функцию выхода нелинейно. Поэтому ее целесообразно аппроксимировать полиномом, например, второй степени. В связи с этим был принят пятифакторный трехуровневый план, близкий по свойствам к Д-оптимальному, типа На 5, обеспечивающий одинаковую точность прогнозирования выходного параметра в области, описываемой радиусом, равным 1 относительно «нулевой» точки. Опыты в V серии дублируются двумя образцами-балками, имеющими вертикальные оси симметрии. Исходя из этого, каждый опыт, фактически, обеспечен четырьмя приопорными участками с обязательным разрушением двух из них. Системность подхода к экспериментальным исследованиям заключается в том, что их результаты являются сопоставимыми по сериям и дополняющими друг друга, поскольку опытные образцы балки идентичны или сопоставимы по конструкции. Опытные образцы V серии представляют собой двухпролетные неразрезные балки с размерами 2840x180x100мм. Длина пролетов балки составляет $8h_0+8h_0=2480$ мм, где h_0 - рабочая высота сечения, равная 155мм как в пролетах, так и над средней опорой.

Опытные образцы-балки были изготовлены из обычного тяжелого бетона заранее подобранных и апробированных составов указанных классов на гранитном щебне фракций 5...10мм, кварцевом песке с модулем крупности 1,5. В качестве вяжущего использовали обычный портландцемент марки 400 без добавок. Перед изготовлением опытных балок на продольную сжатую и растянутую арматуру одного из плоских каркасов были наклеены цепочки тензорезисторов КФ5П1-5-200 (с базой 5мм), с соблюдением рекомендуемой заводом-изготовителем (ООО «Веда», г. Киев) технологии. Деформации бетона опытных образцов измеряли с помощью проволочных тензорезисторов с базой 50 мм, наклеенных по общепринятой методике на одну боковую отшлифованную поверхность балки, открытые поры которой до испытания были заделаны раствором, обладающим близким к основному составу бетона модулем упругости. Контроль деформаций бетона сжатой зоны и растянутой арматуры посередине пролета, под сосредоточенными силами и у опор осуществляли также с помощью индикаторов часового типа И-1...8 с ценой деления $1 \cdot 10^{-3}$ мм, установленных с базой 100, 150 и 200мм. Переход от измеренных в опыте деформаций к напряжениям в арматуре и бетона осуществляли с помощью полных диаграмм состояния бетона и арматуры.

Результаты исследований. Механизм деформирования, трещинообразования и разрушения неразрезных железобетонных балок

существенно отличается от работы однопролетных железобетонных элементов. В процессе нагружения опытных балок первыми появляются нормальные трещины над средней опорой в зоне действия максимального изгибающего момента, затем (или одновременно) - под сосредоточенными грузами и в пролетах среза растянутой зоны. Такая особенность характера трещинообразования обусловлена работой опытных балок как один раз статически неопределимых элементов, у которых изгибающий момент над средней опорой в несколько раз превышает такие же моменты под сосредоточенными силами, а поперечные силы на прилегающих к средней опоре участках являются существенно меньшими от прилагаемых сосредоточенных сил.

В процессе и после образования условного пластического шарнира над средней опорой, который характеризуется текучестью верхней продольной арматуры балки и (или) раздроблением бетона сжатой зоны имеет место перераспределение внутренних усилий с резким увеличением изгибающего момента под сосредоточенными силами и удержанием стабильно максимального его значения над указанной опорой, что подтверждается исследованиями В.Е. Бабича [12,13], А.Н. Бамбуры [14] и др.

О влиянии исследуемых факторов на перераспределение усилий в нормальных сечениях неразрезной балки, т.е. на относительное приращение изгибающих моментов под сосредоточенными грузами в пролетах после образования условного пластического шарнира над средней опорой, можно судить по адекватной математической модели

$$\hat{Y} \frac{\Delta M_{np}}{M_{np}} = 0,35 + 0,023X_1 - 0,071X_2 + 0,152X_3 + 0,198X_4 - 0,101X_5 - 0,113X_1^2 + 0,047X_2^2 - 0,168X_3^2 + 0,202X_5^2 - 0,114X_1X_2 - 0,036X_2X_3 - 0,108X_3X_4 - 0,082X_3X_5 - 0,094X_4X_5, \\ \sum_{i=1}^{27} (\hat{Y}_i - \bar{Y}_i)^2 = 0,0083; \sigma = 0,018; v = 5,1\%, \quad (1)$$

которую путем замены кодированных переменных на натуральные значения можно представить в виде

$$\frac{\Delta M_{np}}{M_{np}} = -0,578 + 0,760a/h_0 - 0,001B - 522,83\mu_{sw} + 53,48\mu_{sh} - 175,65\mu_{sb} - 0,113(a/h_0)^2 - 65625,0\mu_{sw}^2 + 8413,16\mu_{sb}^2 - 0,011(a/h_0)B - 2,25B\mu_{sw} + 13775,51\mu_{sw}\mu_{sh} - 10459,18\mu_{sw}\mu_{sb} - 3915,04\mu_{sh}\mu_{sb}, \quad (2)$$

геометрическая интерпретация, которой показана на рис. 2.

$\Delta M_{np} / M_{np}$ увеличивается (рис. 2) по сравнению со своим средним значениям 0,35 при увеличении относительного пролета среза a/h_0 от 1 до 3 - на 13%; при уменьшении класса бетона от В35 до В15 - на 40%, при увеличении поперечного армирования μ_{sw} от 0,0018 до 0,0050 - 86,9%, при увеличении нижнего продольного армирования μ_{sh} от 0,0101 до 0,0199 - на

113%; при уменьшении верхнего продольного армирования μ_{SB} от 0,0199 до 0,0101 - на 57,7%.

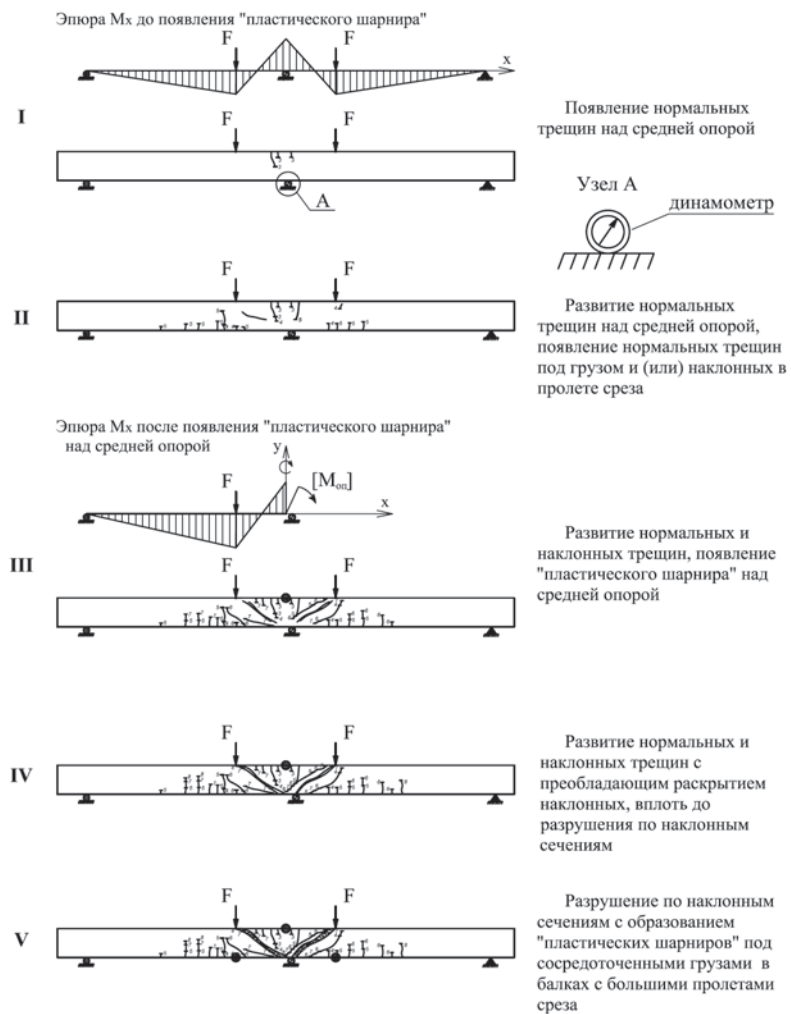


Рис. 1. Механизм трещинообразования, деформирования и разрушения неразрезной двухпролетной балки.

Влияние исследуемых факторов на несущую способность приопорных участков двухпролетных неразрезных железобетонных балок может быть охарактеризовано с помощью следующих математических моделей:

$$\bar{Y}F_u = 90 - 23,4X_1 + 13,4X_2 + 0,89X_3 + 12,9X_4 + 15,9X_5 + 16,5X_1^2 - 6,3X_1X_2 - 8,0X_1X_5 + 2,4X_2X_4 + 4,5X_2X_5, \text{ кН}, \quad (\nu = 5,7\%) \quad (3)$$

$$\bar{Y}Q_u = 79,1 - 30,7X_1 + 12,1X_2 + 1,0X_3 + 9,7X_4 + 15,7X_5 + 15,5X_1^2 - 6,5X_1X_2 - 8,0X_1X_5 + 1,8X_2X_4 + 4,8X_2X_5, \text{ кН}, \quad (\nu = 6,0\%) \quad (4)$$

$$\bar{Y}M_{\text{разр}}^{\text{оп}} = 14,5 + 1,5X_2 + 3,8X_5 + 1,1X_2X_5, \text{ кНм} \quad (\nu = 5,3\%) \quad (5)$$

$$\bar{Y}M_{\text{разр}}^{\text{гр}} = 10,0 + 5,1X_1 + 1,4X_2 + 2,8X_4 + 1,5X_1X_4 + 0,5X_2X_4, \text{ кНм}, \quad (\nu = 5,1\%) \quad (6)$$

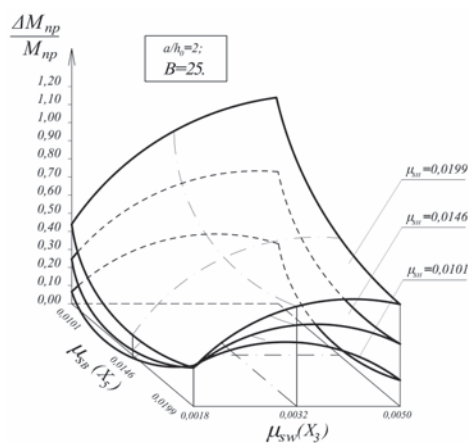


Рис. 2. Зависимость относительного приращения момента под сосредоточенным грузом после образования «пластического шарнира» над опорой от исследуемых факторов

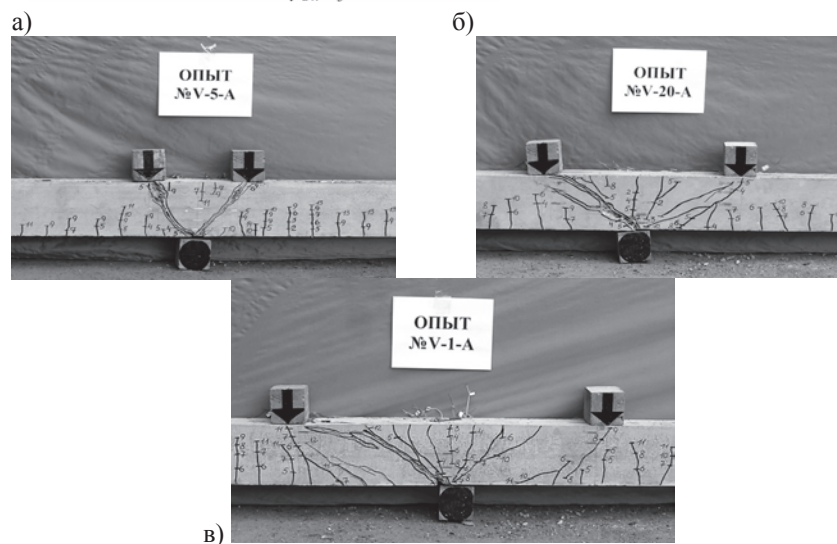


Рис.3. Характер трещинообразования и разрушения опытных образцов-балок с малым(а), средним (б) и большим (в) пролетами среза

Так как достоверное определение длины опасной наклонной трещины c_0 является одним из проблемных мест в теории железобетона, то относительная длина проекции опасной наклонной трещины c_0/h_0 , по которой происходило разрушение, может быть представлена следующей математической моделью:

$$\sqrt{c_0/h_0} = 1,37 + 0,56X_1 - 0,06X_2 + 0,07X_3 - 0,21X_4 + 0,17X_5 - 0,05X_5^2 - 0,05X_1X_2 + 0,07X_1X_3 - 0,15X_1X_4 + 0,12X_1X_5 - 0,05X_3X_4 + 0,05X_3X_5 - 0,03X_4X_5, \quad (\nu = 5,8\%) \quad (7)$$

С целью практического применения модель (7) целесообразно представить в виде обычного полинома путем замены кодированных переменных на натуральные:

$$c_0/h_0 = -0,479 + 0,635a/h_0 + 0,004B - 43,75\mu_{sw} + 56,81\mu_{sh} + 44,56\mu_{sb} - 2082,84\mu_{sb}^2 - 0,005a/h_0B + 43,75a/h_0\mu_{sw} - 30,61a/h_0\mu_{sh} + 24,49a/h_0\mu_{sb} - 6377,55\mu_{sw}\mu_{sh} + 6377,55\mu_{sw}\mu_{sb} - 1249,5\mu_{sh}\mu_{sb} \quad (8)$$

Измеренные относительные величины «нагельного эффекта», воспринимаемые продольной арматурой:

- нижней

$$\sqrt{Q_{sh}/Q_u} = 0,03 - 0,005X_1 - 0,003X_2 + 0,01X_4 - 0,004X_5 - 0,006X_1^2 + 0,008X_1X_2 + 0,003X_1X_3 - 0,006X_1X_4 - 0,005X_3X_4, \quad (9)$$

- верхней

$$\sqrt{Q_{sb}/Q_u} = 0,018 - 0,002X_1 - 0,002X_2 + 0,007X_5 - 0,003X_1^2 - 0,002X_2X_4 - 0,003X_2X_5 + 0,004X_1X_3 - 0,004X_3X_5 - 0,003X_1X_5, \quad (10)$$

подтверждают гипотезу о том, что при разрушении железобетонного элемента по наклонной трещине от преобладающего действия изгибающего момента, величина поперечной силы Q_s , воспринимаемая продольной сжатой и растянутой арматурой, весьма незначительна (меньше 5%) и ею в практических расчетах можно пренебречь.

Тогда прочность неразрезной железобетонной балки по наклонному сечению (опасной наклонной трещине) на действие изгибающего момента следует проверять по условию:

$$M \leq M_{sb} + M_{sw}, \quad (11)$$

где M – момент в наклонном сечении с длиной проекции c_0 на продольную ось элемента, определяемый от всех внешних сил, расположенных по одну сторону от рассматриваемого наклонного сечения, относительно нижнего его конца (точки приложения равнодействующих сжимающих усилий в бетоне и нижней арматуре), $M = Q_b \times c_0 = (F - V_A) c_0$;

M_s – момент, воспринимаемый верхней продольной арматурой, пересекающей наклонное сечение (опасную наклонную трещину),

относительно центра тяжести (т. О, рис. 4) нижней продольной арматуры над средней опорой, практически, совпадающего с точкой приложения равнодействующей сжимающих усилий в указанной арматуре и окружающем ее бетоне:

$$M_{sb} = R_{sb} \times A_{sb} \times (h_0 - a_n), \quad (12)$$

M_{sw} – момент, воспринимаемый поперечной арматурой, пересекающей наклонное сечение (опасную наклонную трещину), относительно точки О:

$$M_{sw} = 0,5Q_{sw} \times c_0 = j_{sw} R_{sw} A_{sw} c_0^2 / 2S, \quad (13)$$

где φ_{sw} – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения усилий в поперечных стержнях по длине опасной наклонной трещины и зависящий от соотношения исследуемых конструктивных факторов:

$$\hat{Y}j_{sw} = 0,591 + 0,121X_2 - 0,134X_3 + 0,044X_4 + 0,018X_5 - 0,146X_1X_2 + 0,025X_2X_4 \quad (14)$$

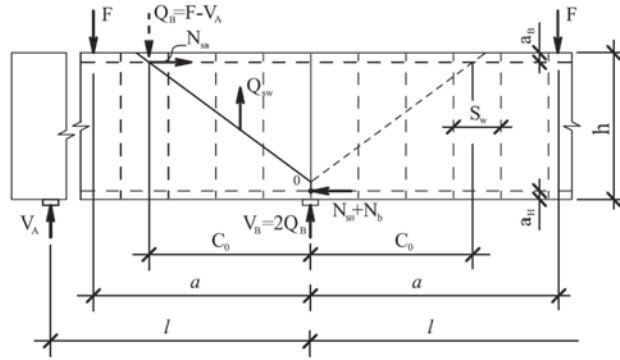


Рис.4. Расчетная схема усилий в наклонном сечении приопорного участка неразрезной железобетонной балки

Этот коэффициент получен экспериментально при известных значениях Q_u , M_s , c_0 , φ_{sw} .

Как видно из рис. 5, в отличие от российских норм [3], в которых $\varphi_{sw} = 0,75$, этот коэффициент является переменной величиной и в наибольшей степени зависит от количества поперечной арматуры (с его увеличением от $\mu_{sw} = 0,0018$ до $\mu_{sw} = 0,0050$ значение φ_{sw} снижается на 45%), а также прочности используемого бетона (с увеличением класса бетона от В15 до В35 значение φ_{sw} увеличивается на 41% по отношению к среднему значению $\varphi_{sw} = 0,591$).

Для возможности переноса полученных результатов на неразрезные балки других размеров математическую модель (14) целесообразно привести к простому полиному путем замены кодированных переменных на натуральные:

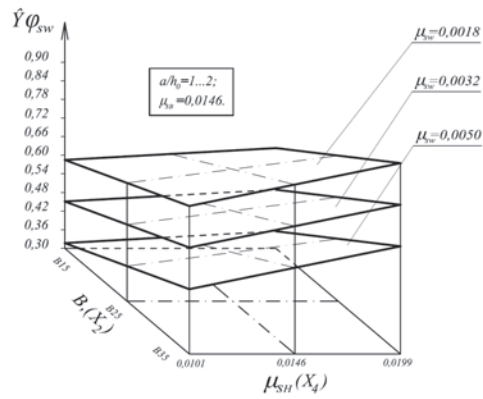


Рис. 5. Зависимость коэффициента φ_{sw} от количества поперечной и нижней продольной арматуры

$$\varphi_{sw} = -0,172 + 0,37a/h_0 + 0,034B - 83,75\mu_{sw} - 3,78\mu_{sh} + 3,67\mu_{sb} - 0,015(a/h_0)B + 0,51B\mu_{sh} \quad (15)$$

Значение разрушающей переменной силы на участке, примыкающем к средней опоре, определяем из условия (11):

$$Q_u = \frac{M}{c_0} = \frac{\gamma R_{sb} \times A_{sb} (h_0 - a_n)}{c_0} \frac{\gamma R_{sw} A_{sw} c_0}{2s} \frac{\pi}{B} \quad (16)$$

Определенные расчетом с использованием зависимости (16) значения разрушающей поперечной силы в экспериментальных балках показали хорошую сходимость с опытными данными (рис.6).

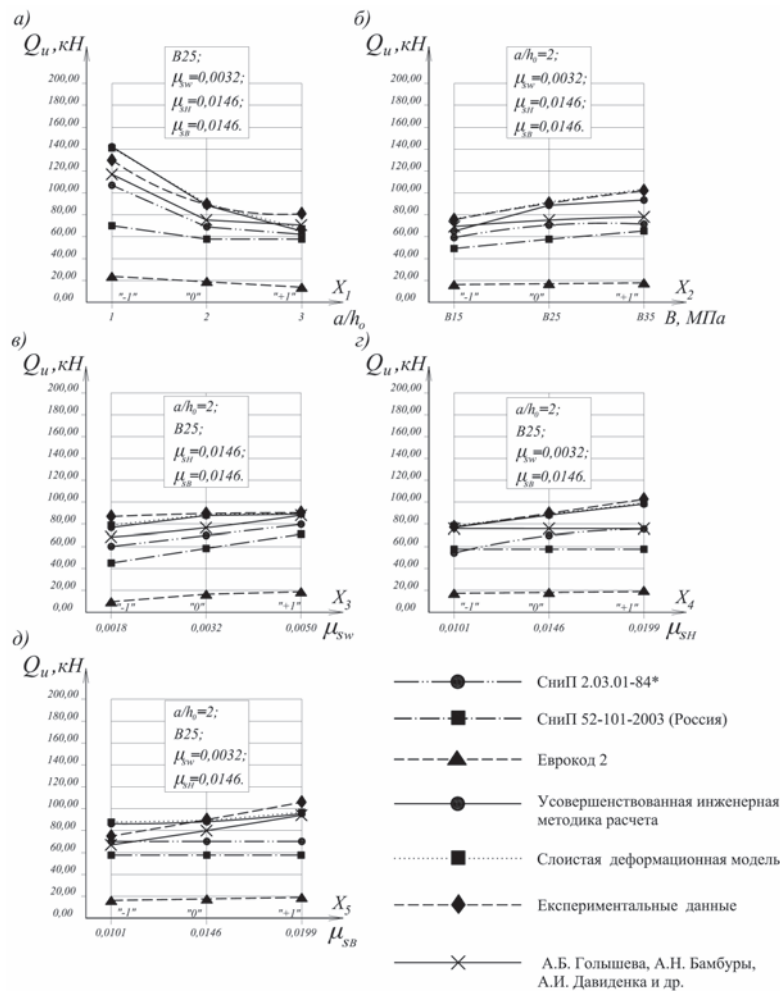


Рис. 6. Сравнительные графики влияния относительного пролета среза (а), класса бетона (б), количества поперечного (в), нижнего (г) и верхнего (д) продольного армирования на определенную по различным методикам расчетную величину разрушающей поперечной силы с полученными экспериментальными данными

Достоверность полученных результатов по определению разрушающей поперечной силы косвенно подтверждаются исследованиями Дорошкевича Л.О., Демчины Б.Г., Максимович С.Б. [10,11] и соблюдением известной дифференциальной зависимости:

$$\frac{dM(x)}{dx} = \frac{M_{он} - M_{пр}}{a} = Q_x = Q_b, \quad (17)$$

где $M_{оп}$, $M_{пр}$ – измеренные по деформациям бетона и арматуры перед разрушением балки значения изгибающих моментов, соответственно, над средней опорой и в пролете под сосредоточенным грузом по деформационной модели или за действующим нормам с учетом перераспределения усилий.

Учитывая то, что знак момента $M_{оп}$ отрицательный для достижения оптимальной, т. е. одинаковой несущей способности нормального и наклонного сечений при опорного участка неперееармированной неразрезной железобетонной балки необходимо найти с помощью известной дифференциальной зависимости максимально возможное значение поперечной силы $[Q_b]$ при условии одновременного образования «пластических шарниров» над средней опорой и в пролете. Тогда из (17)

$$[Q_b] = \frac{[M_{оп}] + \frac{M_{пр}}{2}}{a} \quad (18)$$

Необходимую площадь поперечной арматуры при заданном ее шаге s и продольном армировании находим из (16):

$$A_{sw} \leq \frac{[Q_b] R_{sb} A_{sb} (h_0 - a_n) \frac{\sigma_{св}}{E_s}}{k_L c_0 j_{sw} R_{sw} c_0} \quad (19)$$

Требуемый шаг поперечной арматуры при заданной ее площади и известном продольном армировании определяем по зависимости:

$$s \leq \frac{j_{sw} R_{sw} A_{sw} c_0}{[Q_b] R_{sb} A_{sb} (h_0 - a_n) \frac{\sigma_{св}}{E_s}} \quad (20)$$

Результаты сравнения экспериментальных данных с результатами расчета, определенными по методикам [1], [3], [4], предложенной усовершенствованной инженерной методике и деформационной модели представлены на рис.6.

Выводы: 1. Сравнение результатов расчетов несущей способности наклонных сечений по нормативным методикам с экспериментальными данными показало неудовлетворительную их сходимость. 2. Для случаев сложного нагружения балок желательнее развивать деформационную модель их работы, используя современные методы механики железобетона с учетом его упругопластических и пластических свойств. 3. Предложенная инженерная методика позволяет на данном этапе развития науки о железобетоне удовлетворительно определять разрушающую поперечную силу в неразрезных балках, необходимое количество и шаг их поперечного армирования.

1. EN 1992-1:2001 (Final Draft, April, 2002) Eurocode-2: Desing of Concrete Structures – Part 1: General Rules and Rules for Building. – Brussels-2002, Oktober-230p. 2. СНиП 2.03.01-84*. Бетонные и железобетонные конструкции. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 80с. 3. СП 52-101-2003 «Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры». – М.: ГУП «НИИЖБ» Госстроя России,

2004. -55с. 4. СП 52-102-2004 «Предварительно напряжённые железобетонные конструкции». – М.: ГУП «НИИЖБ» Гостроя России, 2004. -49с. 5. Гольшев А.Б. Железобетонные конструкции /А.Б. Гольшев, В.П. Полищук, В.Я. Бачинский: Под ред. А.Б. Голишева. – К.: Логос. 2001.-420с. 6. Голишев О.Б. Курс лекцій з основ розрахунку будівельних конструкцій і з опору залізобетону / О.Б. Голишев, А.М. Бамбура. - К.: Логос, 2004.-340с. 7. Давиденко А.И. К расчету прочности сечений, наклонных к продольной оси элемента с использованием полной диаграммы деформирования бетона / А.И. Давиденко, А.Н. Бамбура, С.Ю. Беляева, Н.Н. Присяжнюк // Зб. наук. праць Фіз.-мех. ін-ту ім. Г.В. Карпенка НАН України «Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій».- Львів: Каменяр, 2007. – Вип. 7. – С.209-216. 8. Дорофеев В.С. Вдосконалений деформацийний метод розрахунку міцності припорних ділянок неперearмованих прогінних залізобетонних конструкцій /В.С. Дорофеев, В.М. Карпюк, Ф.Р. Карп'юк, О.М. Крантовська, Н.М. Ярошевич // Міжвідомчий науково-техн. зб. наук. праць (будівництво) Держ. наук. досл. інст-т буд. к-цій Мін-ва регіон. розв. та буд.-ва України, Вип. 70.- Київ, НДІБК, 2008, -С.103-116. 9. Дорофеев В.С. Деформацийний метод розрахунку міцності припорних ділянок залізобетонних конструкцій / В.С. Дорофеев, В.М. Карпюк, Ф.Р. Карп'юк, Н.М. Ярошевич // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. Вип. №31. –Одеса, Тов. «Зовнішрекламсервіс», 2008.-С.141-150. 10. Дорошкевич Л.О., Пропозиції до розрахунку міцності похилих перерізів згинальних залізобетонних елементів (до розділу 4.11.2.ДБН В.2.6.) / Л.О. Дорошкевич, Б.Г. Демчина, С.Б. Максимович., Б.Ю. Максимович // Міжвідомчий науково-техн. зб. наук. праць Держ. Наук. Досл. Інст-т Буд. К-цій, Вип. 67.- Київ, НДІБК, 2007, -С.601-612. 11. Дорошкевич Л.А., Нестандартний метод расчета поперечной арматуры железобетонных изгибаемых элементов / Л.А. Дорошкевич, Б.Г. Демчина, С.Б. Максимович., Б.Ю. Максимович // Проблемы современного бетона и железобетона. Сб. науч. Трудов. – Минск.: Изд-во НП ООО «Стрикон», 2007.- С.164-177. 12.Бабич В.Є. Напружено–деформований стан нерозрізних залізобетонних балок з урахуванням повної діаграми деформування бетону /В.Є.Бабич// Науковий вісник будівництва. – Харків: ХТУБА, 1999.-Вип.7.-С.101-107. 13. Бабич В.Є. Про граничні умови перерозподілу зусиль в нерозрізних залізобетонних балках /В.Є.Бабич// Вісник Українського державного університету водного господарства та природокористування: Збірник наукових праць.-Рівне: УДУВГП,2003.-Вип.6(19).- С.196-201. 14. Бамбура А.М. Основні положення розрахунку бетонних та залізобетонних конструкцій по національному документу, що розробляється /А.М. Бамбура, А.Я. Барашиков, О.Б. Гурківський// Будівельні конструкції. Зб. Наук. праць у 2-ох томах. - Київ.: НДІБК,2005.-Том1.-С.36-43. 15. Крылов С.М. Пересределение усилий в статически неопределимых железобетонных конструкциях /С.М. Крылов.-М: Гостройиздат, 1964.-121с. 16. Маилян Л.Р. Приближенный метод расчета неразрезных балок с учетом перераспределения усилий /Л.Р.Маилян// Бетон и железобетон. – 1983. №8.- С.35-36. 17. Масюк Г.Х. Експериментальні дослідження перерозподілу зусиль у двохпролітних нерозрізних залізобетонних балках при повторних навантаженнях /Г.Х. Масюк, В.Є. Бабич// Вісник Українського державного університету водного господарства та природокористування: Збірник наукових праць.-Рівне: УДУВГП, 2002.- Вип4(17).-С.165-173.