

УДК 624.012.45

**К РАСЧЕТУ ИЗГИБАЕМЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ  
ПОЛОГО ТРЕУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ**

**ДО РОЗРАХУНКУ ЗГІНАЛЬНИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ  
ПОРОЖНИСТОГО ТРИКУТНОГО ПЕРЕРІЗУ**

**CALCULATION OF FLEXURAL REINFORCED CONCRETE  
ELEMENTS OF A HOLLOW TRIANGULAR SECTION**

**Азизов Т.Н., д.т.н., проф., Эль Гадбан Сакр** (Одесская государственная академия строительства и архитектуры)

**Азізов Т.Н., д.т.н., проф., Ель Гадбан Сакр** (Одеська державна академія будівництва та архітектури)

**Azizov T.N., Doctor of Engineering, Profesor, El Gadban Sakr.** (Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture)

Предложена методика расчета при изгибе сборно-монолитных балок полого треугольного сечения, позволяющая учитывать нелинейные свойства бетона моноличивания. Показаны преимущества таких балок, а также преимущества предложенной методики расчета.

Запропонована методика розрахунку при згинанні збірно-монолітних балок порожнистого трикутного перерізу, яка дозволяє враховувати нелінійні властивості монолітного бетону. Показані переваги таких балок, а також переваги запропонованої методики розрахунку.

The method of calculating the flexural prefabricated beams monolithic hollow triangular section. The method allows to take into account the nonlinear properties of monolithic concrete. The advantages of such beams. The advantages of the method of calculation.

**Постановка и задачи исследований.**

Известно [1], что учет пространственной работы железобетонных перекрытий обеспечивает существенную экономию материалов и значительно повышает точность определения усилий, действующих в элементах перекрытия. Известно также, что эффект пространственной работы увеличивается при увеличении крутильной жесткости его элементов. Один из способов увеличения крутильной жесткости балок приведен в работах [2, 3], где предложены балки полого треугольного сечения, изгибаемая

жесткость которых примерно равна жесткости тавровых балок с равной шириной сжатой полки, а крутильная – в десятки раз больше жесткости тавровых. В [3] предложена также сборно-монолитная конструкция балки полого треугольного сечения, изготавливаемая на строительной площадке. Работа таких балок на кручение изучена в [4], однако их работа при изгибе не изучена. Особенность расчета таких сборно-монолитных балок заключается в том, что их нельзя рассчитывать как элементы сплошного сечения ввиду наличия монолитного шва.

В связи с этим **целью настоящей статьи** является разработка методики расчета сборно-монолитных железобетонных балок полого треугольного сечения при действии изгибающих моментов

#### Изложение основного материала.

Сечение сборно-монолитной балки [2] показано на рис. 1, где обозначено: 5 и 7 – боковые ребра балки; 6 – верхняя полка; 9 – монолитный участок, соединяющий сборные элементы между собой.

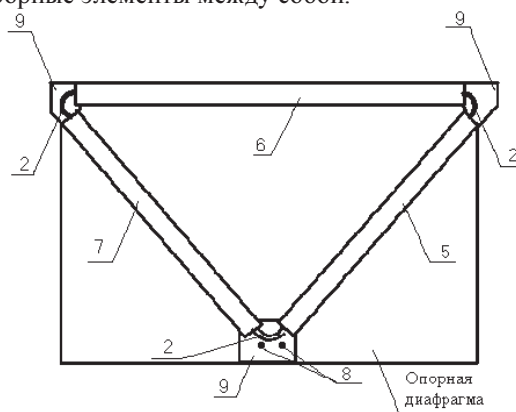


Рис. 1. Сечение полой треугольной балки в рабочем положении

Наличие монолитного шва между полкой и ребром (двумя наклонными элементами, представляющими собой ребро балки) превращает такую балку в составную с податливыми связями сдвига. Ее расчет можно в первом приближении проводить по теории составных стержней А.Р. Ржаницына. Однако при расчете с учетом нелинейных свойств бетона монолитного шва расчет по теории составных стержней [5] затруднен, т.к. в теории составных стержней пластические свойства связей сдвига учитываются только при подчинении диаграмме Прандтля.

Указанного недостатка можно избежать, если рассчитывать балку в виде стержневой системы, показанной на рис. 2. На этом рисунке обозначено: 1 – верхняя полка; 3 – ребро (боковые полки балки); 2 – связи, имитирующие работу монолитного шва между полкой и ребром. Количество и шаг

стержней 2, имитирующих работу монолитного шва можно подобрать предварительным расчетом.

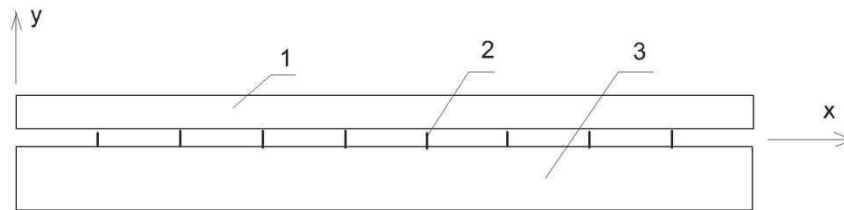


Рис. 2. Схема сборно-монолитной двухслойной балки

Известно [5], что в двухслойных составных балках податливостью поперечных связей можно пренебречь и рассматривать их как абсолютно жесткие. Т.е. если предположить, что в вертикальном направлении стержни 1 и 3 имеют одинаковые перемещения, то точность расчета не пострадает. Учтем этот фактор при разработке методики расчета рассматриваемых балок. Если связи 2 на рис. 2 в поперечном направлении не деформируются, то стержни 1 и 3 будут изгибаться по одинаковой кривой. Основную систему можно получить, рассекая поперечные связи и рассматривая совместность горизонтальных перемещений стержней 1 и 3. Т.е. перемещения по оси X нижней грани верхнего стержня равны перемещениям верхней грани нижнего стержня с поправкой на сдвиг поперечных связей.

Пусть имеется  $2n$  связей между двумя стержнями. Разделим пролет балки на участки  $a_t = l/2n$ . Причем расположение связей будет симметричным как показано на рис. 3. Если учитывать только условие совместности горизонтальных перемещений, то после мысленного рассечения связей основная система и неизвестные силы будут иметь вид, показанный на рис. 3. Пусть на балку действует равномерно распределенная нагрузка  $q$ . Тогда в силу симметрии вместо  $2n$  будем иметь  $n$  неизвестных (рис. 3).

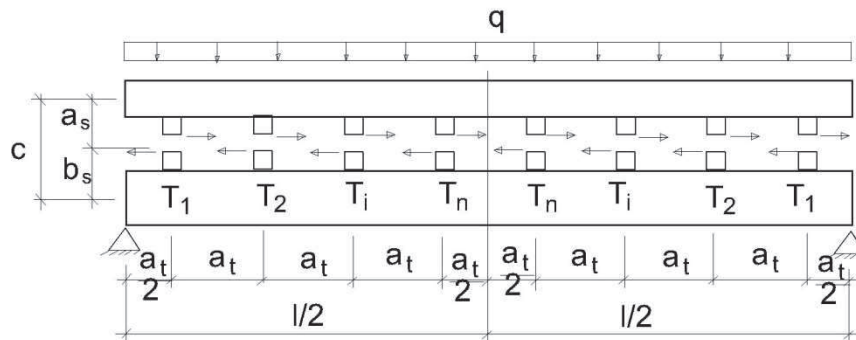


Рис. 3. Неизвестные силы после рассечения балки на два стержня

Перейдем теперь непосредственно к выводу системы уравнений для определения неизвестных сил  $T_i$ . Для определения перемещений по оси X сначала определяются углы поворота стержней.

1. Углы поворота балки в  $i$ -той точке:

$$\varphi_i = \frac{a_i^3}{24EJ_{tot}} \alpha_i, \quad (1)$$

где индекс  $i$  означает номер точки расположения связи ( $i=1, 2, 3, \dots, n$ );

$$\alpha_i = 1 - 6\left(\frac{a_i}{l}\right)^2 + 4\left(\frac{a_i}{l}\right)^3, \quad (2)$$

$a_i$  – расстояние от начала координат (левой опоры балки) до  $i$ -той точки:

$$a_i = \frac{a_1}{2} + (i-1)a_2, \quad (3)$$

$EJ_{tot}$  – сумма изгибных жесткостей верхнего и нижнего стержней.

Перемещения нижней грани верхнего стержня:

$$\Delta_i^V = -\varphi_i a_2, \quad (4)$$

Перемещения верхней грани нижнего стержня:

$$\Delta_i^V = \varphi_i b_2, \quad (5)$$

где  $a_2, b_2$  – расстояние от шва между балками соответственно до верхнего и нижнего стержней (см. рис. 3). Угол поворота по (1) и (2) определен по известной формуле сопротивления материалов [6].

2. Углы поворота от действия моментов, создаваемых неизвестными силами  $T_i$ :

$$\varphi_i = \frac{c}{EJ_{tot}} (a_{i1}^M T_1 + a_{i2}^M T_2 + \dots + a_{in}^M T_n - a_{i1}^R T_1 - a_{i2}^R T_2 - \dots - a_{in}^R T_n), \quad (6)$$

где  $a_{ij}^M$  – коэффициент для определения угла поворота балки в точке  $i$  от силы, приложенной в точке  $j$  и находящейся слева от середины пролета балки;

$a_{ij}^R$  – коэффициент для определения угла поворота балки в точке  $i$  от силы, приложенной в точке  $j$  и находящейся справа от середины пролета балки.

Коэффициенты  $a_{ij}^M$  определяются по формулам:

$$a_{ij}^M = \frac{a_i^2}{2l} + \frac{a_j^2}{2l} + \frac{1}{3} - a_j \quad \text{при } i \leq j \quad (7)$$

$$a_{ij}^M = \frac{a_i^2}{2l} + \frac{a_j^2}{2l} + \frac{1}{3} - a_i \quad \text{при } i > j \quad (8)$$

Разница в определении  $a_{ij}^M$  от  $i \leq j$  состоит в том, что при действии сосредоточенного момента в балке по схеме на рис. 4 определяется по формулам [6]: на участке  $0 \leq x \leq a$ :

$$y^I = \varphi = \frac{M}{EJ} \left( \frac{x^2}{2l} + \frac{a^2}{2l} + \frac{1}{3} - a \right) \quad (9)$$

на участке  $a \leq x \leq l$ :

$$y^I = \varphi = \frac{M}{EJ} \left( \frac{x^2}{2l} + \frac{a^2}{2l} + \frac{1}{3} - x \right) \quad (10)$$

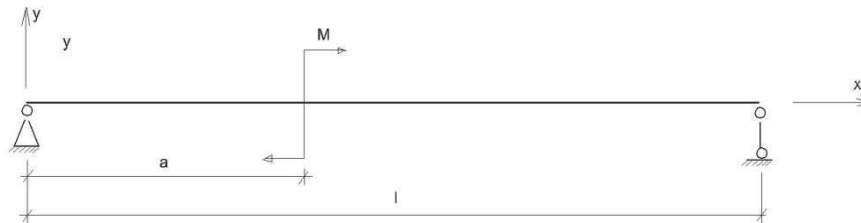


Рис. 4. Расчетная схема для определения угла поворота в балке с сосредоточенным моментом

Выражения (9)-(10) выведены по формулам сопротивления материалов [6].

Коэффициенты от действия сил справа от середины балки определяются по формуле:

$$a_{ij}^r = \frac{a_i^2}{2l} + \frac{a_{j,r}^2}{2l} + \frac{1}{3} - a_{j,r}, \quad (11)$$

где  $a_{j,r}$  - расстояние от начала координат до силы  $T_j$ , находящейся справа от середины балки (см. рис. 5).

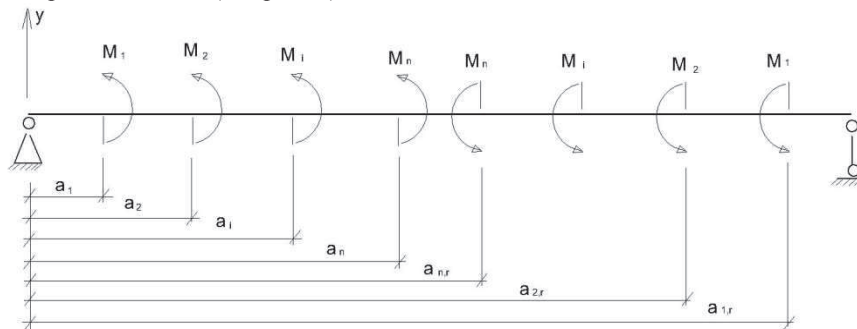


Рис. 5. Схема для определения расстояний до неизвестных моментов

Перемещения нижней грани верхнего стержня:

$$\Delta_i^V = \varphi_i a_x \quad (12)$$

Перемещения верхней грани нижнего стержня:

$$\Delta_i^B = -\varphi_i b_x \quad (13)$$

здесь знаки приняты обратными знакам по (4) и (5), т.к. от действия моментов  $M_i = T_i c$  точки нижней грани верхнего стержня перемещаются вправо, а точки верхней грани нижнего стержня – влево.

3. Перемещения от сжатия-растяжения стержней силами  $T_i$ :

$$\Delta_i^V = (a_{i1}^T T_1 + a_{i2}^T T_2 + \dots + a_{in}^T T_n) \frac{1}{EA_V} \quad (14)$$

$$\Delta_i^B = -(a_{i1}^T T_1 + a_{i2}^T T_2 + \dots + a_{in}^T T_n) \frac{1}{EA_B} \quad (15)$$

где  $EA_v$  и  $EA_n$  - соответственно осевая жесткость верхнего и нижнего стержней;  $a_{ij}^T$  определяются по формулам (рис. 6):

$$\begin{aligned} a_{ij}^T &= (n - i)a_t + \frac{a_t}{2} \quad \text{при } j \leq i \\ a_{ij}^T &= (n - j)a_t + \frac{a_t}{2} \quad \text{при } j > i \end{aligned} \quad (16)$$

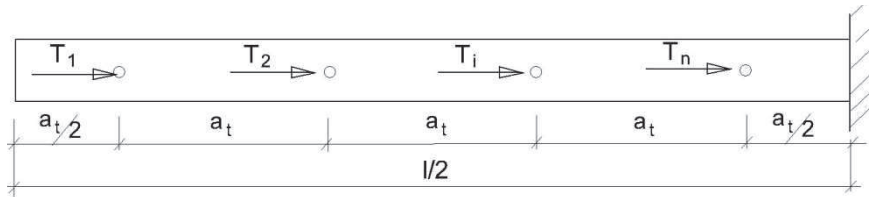


Рис. 6. Схема для определения перемещений от сжатия стержней неизвестными силами  $T_i$

4. Перемещения от сдвига связей. Для упрощения будем считать, что каждая связь деформируется независимо от соседних (подобно расчету балок на упругом основании, когда упругое основание представляется системой не связанных между собой пружинок).

$$\Delta_i^V = \frac{S}{Gtd} T_i; \quad \Delta_i^N = -\frac{S}{Gtd} T_i, \quad (17)$$

где  $G$  – модуль сдвига бетона связи;  $S, t, d$  – соответственно половина высоты, толщина и ширина связи (участка монолитного шва балки). В нашем случае  $d=a_t$ .

Условие совместности деформаций запишется в виде  $\Delta_i^V = \Delta_i^N$ , т.е. следует приравнять суммы всех выражений  $\Delta_i^V$  по формулам 4, 12, 14 и 17 суммам выражений  $\Delta_i^N$  по формулам 5, 13, 15 и 17.

В результате получим систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} a_{11}T_1 + a_{12}T_2 + \dots + a_{1n}T_n = b_1 \\ a_{21}T_1 + a_{22}T_2 + \dots + a_{2n}T_n = b_2 \\ \dots \\ a_{n1}T_1 + a_{n2}T_2 + \dots + a_{nn}T_n = b_n \end{cases} \quad (18)$$

где:

$$a_{ij} = (a_{ij}^N - a_{ij}^T) \frac{S^2}{EJ_{tot}} + a_{ij}^T \left( \frac{1}{EA_v} + \frac{1}{EA_n} \right) + \frac{2S}{Gtd}; \quad (19)$$

$$b_i = a_i \frac{q l^2 C}{24EJ_{tot}} \quad (20)$$

В результате решения системы уравнений (18) будут найдены все неизвестные силы  $T_i$ , после чего усилия и перемещения балки определяются по известным формулам сопротивления материалов от действия внешней нагрузки и моментов  $M_i = T_i C$ .

При отсутствии податливости связей сдвига последнее слагаемое выражения (19) превращается в ноль и балка рассматривается как монолитная с полной высотой сечения, равной сумме высот верхнего и нижнего стержней.

Преимуществом предложенной методики расчета является возможность учета нелинейных свойств связей сдвига (монолитного шва), т.к. жесткость каждой связи может быть различной. При этом вместо последнего слагаемого выражения (19), являющегося константой для всех точек будет выражение  $\frac{25}{6E_i A_i}$ , т.е. в каждой точке жесткость связи сдвига (модуль сдвига, толщина и ширина связи) различна. Эта жесткость определяется при итерационном расчете в зависимости от загруженности  $i$ -той связи сдвига известными методами.

Число участков, на которое следует разбивать длину балки, подбирается предварительным расчетом и обычно достаточно 15-20 участков для вполне приемлемой точности расчета.

**Выводы и перспективы исследований.** Сборно-монолитные балки полого треугольного сечения обладают высокой жесткостью при кручении, которая достаточно изучена. Работа на изгиб таких балок изучена недостаточно. В статье разработана методика определения усилий в монолитном шве между полкой и ребрами рассматриваемой балки, позволяющая учитывать нелинейные свойства бетона омоноличивания. Методика основана на предпосылках теории составных стержней, но отличается возможностью использования любых законов деформирования монолитного шва, что в теории составных стержней практически невозможно.

В перспективе предполагается разработка программы на ЭВМ для проектирования рассмотренных в статье балок.

1. Азизов Т.Н. Теория пространственной работы перекрытий // К.: Науковий світ, 2001. – 276 с.
2. Азизов Т.Н. Пространственная работа железобетонных перекрытий. Теория и методы расчета/ дисс. докт. техн. наук: 05.23.01. – Полтава, 2006. – 496 с.
3. Азизов Т.Н. Спосіб виготовлення залізобетонних балок// Деклараційний патент № 14056 Україна. Бюлл. № 4. 17.04.2006.
4. Азизов Т.Н., Мельник О.С., Мельник О.В. Інженерний метод визначення НДС залізобетонних балок порожнистого перерізу з нормальними тріщинами// Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Вип. 22., – Рівне: Нац. ун-т водного господарства та природокористування, 2011. – С. 154-161.
5. Ржаницын А.Р. Составные стержни и пластинки. – М.: Стройиздат, 1986. – 316 с.
6. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. – Киев: Наук. Думка, 1988. – 736 с.