

УДК 691.327.539.434

УЗАГАЛЬНЕНІ ЦИКЛІЧНІ ДІАГРАМИ ДЕФОРМУВАННЯ ДРІБНОЗЕРНИСТОГО БЕТОНУ В УМОВАХ МАЛОЦИКЛОВИХ НАВАНТАЖУВАНЬ ЦЕНТРАЛЬНИМ СТИСНЕННЯМ

ОБОБЩЁННЫЕ ЦИКЛИЧЕСКИЕ ДИАГРАММЫ ДЕФОРМИРОВАНИЯ МЕЛКОЗЕРНИСТОГО БЕТОНА В УСЛОВИЯХ МАЛОЦИКЛОВЫХ НАГРУЖЕНИЙ ЦЕНТРАЛЬНЫМ СЖАТИЕМ

GENERALIZED CYCLIC DIAGRAMS OF FINE-GRAINED CONCRETE DEFORMING IN THE CONDITIONS OF LOW CYCLIC LADENINGS BY CENTRAL COMPRESSION

Крусь Ю.О., канд. техн. наук, доцент (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

Крусь Ю.А., канд. техн. наук, доцент (Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ривне)

Krus Y.A., candidate of technical sciences, associate professor (National university of water management and nature resources use, Rivne)

Побудовані математичні моделі узагальнених циклічних діаграм деформування дрібнозернистого бетону. Їхнє застосування дозволяє прогнозувати основні деформативні характеристики бетону за довільних кількості циклів малоповторних навантажувальних і максимальних рівнях циклічних напружень.

Построены математические модели обобщённых циклических диаграм деформирования мелкозернистого бетона. Их использование позволяет прогнозировать основные деформативные характеристики бетона при произвольных числе циклов малоповторных нагружений и максимальных уровнях циклических напряжений.

The mathematical models of generalized cyclic diagrams of fine-grained concrete deforming are constructed. Their use allows to predict the concrete basic deforming characteristics at arbitrary number of cycles little repeated loadings and maximal levels of cyclic stresses.

Ключові слова:

**Бетон, малоциклові навантажувальні, діаграма деформування бетону
Бетон, малоцикловые нагружения, диаграмма деформирования бетона
Concrete, little cyclic loadings, diagram of concrete deforming**

Стан питання та задачі дослідження. Цю статтю слід розглядати як логічне продовження раніше опублікованих у [1] методики та результатів математичного моделювання узагальнених циклічних діаграм деформування крупнозернистого бетону (КЗБ) на традиційних щелебевих заповнювачах у м'якорезимних умовах статичних малоповторних циклічних навантажуваль (тобто при стандартній швидкості зміни напружень $V_{\sigma}=d\sigma_i/dt=const$ на циклах завантажуваль-розвантажуваль) високих рівнів.

Основна частина. Тут до опрацювання залучались зафіксовані в [2] дані власних експериментальних досліджень малоциклової втомленості дрібнозернистого цементно-піщаного бетону (ДЗБ). У цій же самій публікації [2] надана інформація про міцність R_b і основні деформативні характеристики ДЗБ (модуля пружності $E_{b0,n}$, коефіцієнта пластичності $\lambda_{bR,n}$, граничної стисливості $\varepsilon_{bR,n}$) при одноразовому стисненні, режими випробовування стандартних призмових зразків із бетону (нижній і верхній відносні рівні змінних напружень відповідно $\eta_b^{low}=\eta_{b,min}$ і $\eta_b^{top}=\eta_{b,max}$ і характеристику циклу напружень $\rho_{\sigma}=\eta_{b,min}/\eta_{b,max}$), а також викладена методика їхнього випробування в умовах малоциклових навантажуваль.

Для більшої наочності, зручності при технічному опрацюванні та подальшому практичному застосуванні отримані експериментальні дані, що фіксують вплив малоциклових навантажуваль на якісний та кількісний характер деформування й руйнування досліджуваного ДЗБ, проілюстровані на рис. 1 і 2 графіками міжциклової зміни його деформативних параметрів у вигляді відносних величин $E_{b0,l(tr);n}/E_{b0,l(tr);n=1}$, $\lambda_{bR,l(tr);n}/\lambda_{bR,l(tr);n=1}$, $\varepsilon_{bR,l(tr);n}/\varepsilon_{bR,l(tr);n=1}$ і $\sum \varepsilon_{b,pl,l(tr);n}/\varepsilon_{b,pl,l(tr);n=1}$ (позначення ті ж самі, що й у статті [2]) залежно від біжучої кількості циклів навантажування n (тут задля розрізнення поздовжнього й поперечного напрямків деформування в позначеннях застосовуємо нижні індекси відповідно "l" і "tr"). Інакше такі графічні залежності називають **циклічними діаграмами деформування** матеріалу (див. [3]).

Математичні моделі циклічних діаграм деформування ДЗБ на етапі його стійкої роботи (на **стадіях I** ущільнення структури і **II** відносної стабілізації деформування), представляємо такими виразами

$$E_{b0,l(tr);n}/E_{b0,l(tr);n=1} = 1 - a_{2,l(tr)} \frac{n-1}{n+b_{2,l(tr)}}; \quad (1)$$

$$\lambda_{bR,l(tr);n}/\lambda_{bR,l(tr);n=1} = 1 - a_{3,l(tr)} \frac{n-1}{n+b_{3,l(tr)}}; \quad (2)$$

$$\varepsilon_{bR,l(tr);n}/\varepsilon_{bR,l(tr);n=1} = n \cdot \left(1 - a_{4,l(tr)} \frac{n-1}{n \mp b_{4,l(tr)}} \right); \quad (3)$$

$$\sum \varepsilon_{b,pl,l(tr);n}/\varepsilon_{b,pl,l(tr);n=1} = n \cdot \left(1 - a_{5,l(tr)} \frac{n-1}{n+b_{5,l(tr)}} \right); \quad (4)$$

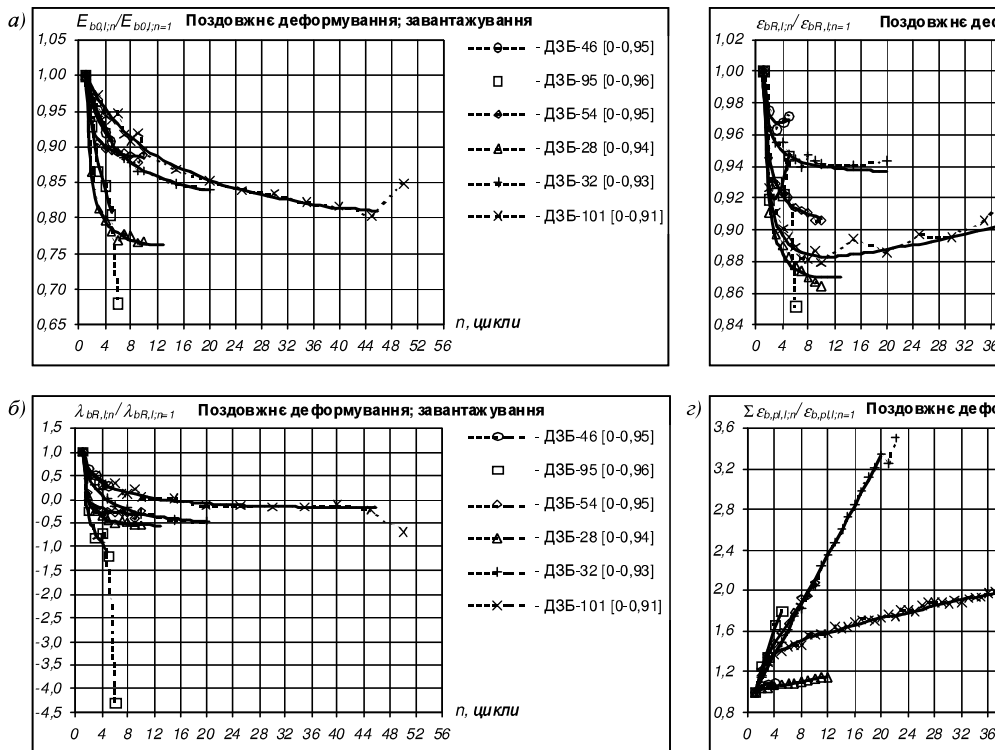


Рис. 1. Графічна ілюстрація міжциклової зміни характеристик нелінійного поздовжнього деформування при дії малоциклових стискаючих навантажень високих рівнів (або інакше - циклічні діаграми напруження-деформування)

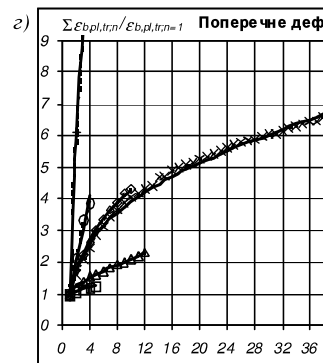
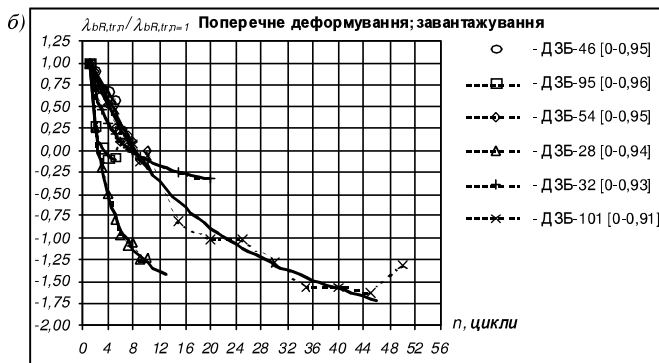
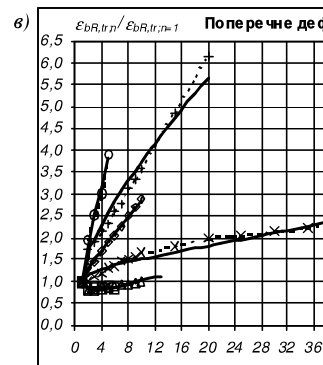
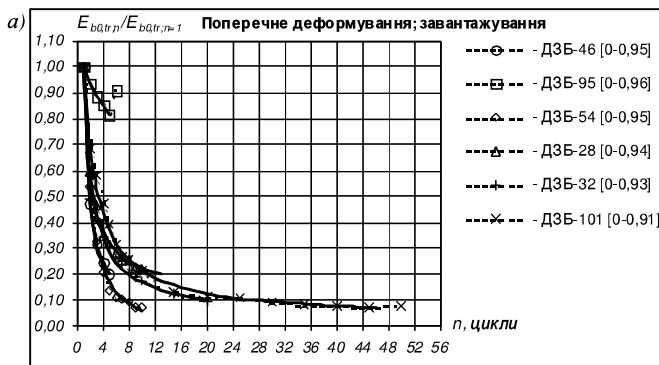


Рис. 2. Графічна ілюстрація міжциклової зміни характеристик нелінійного поперечного деформування при дії малоциклових стискаючих навантажень високих рівнів (або інакше - циклічні діаграми)

емпіричні коефіцієнти $a_{2...5,(tr)}$ і $b_{2...5,(tr)}$ у формулах (1)...(4) функціональними залежностями “ $a_{2...5,(tr)} = f(\eta_{b,cyc})$ ” і “ $b_{2...5,(tr)} = f(\eta_{b,cyc})$ ”. Структура таких залежностей наведена в табл. 2 у вигляді виразів (5)...(13), а їхня графічна інтерпретація - на рис. 3.

Числові значення емпіричних коефіцієнтів залежностей (5)...(13) та статистики нормальних варіаційних рядів співвідношень $a_{l,(tr);n}^{exp} / a_{l,(tr);n}^{calc}$ і $b_{l,(tr);n}^{exp} / b_{l,(tr);n}^{calc}$ представлені в табл. 3, засвідчуючи задовільну збіжність експериментальних і розрахункових значень досліджуваних параметрів. Осереднені величини коефіцієнтів варіації й показників точності становлять: для співвідношень a_1^{exp} / a_1^{calc} і b_1^{exp} / b_1^{calc} - $V=18,04\%$ і $P=8,58\%$; для співвідношень $a_{tr}^{exp} / a_{tr}^{calc}$ і $b_{tr}^{exp} / b_{tr}^{calc}$ - $V=29,20\%$ і $P=14,03\%$.

Адекватність математичних моделей узагальнених циклічних діаграм деформування ДЗБ, які передбачають сумісне використання співвідношень (1)...(4) із виразами (5)...(13), перевірили, застосувавши відомий закон деформування бетону при його стандартному одноразовому завантажуванні до руйнування у вигляді (див. формулу (33) у публікації [4])

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_{b0} \left[1 - (1 - \nu_{bR}) \left(\frac{\sigma_b}{R_b} \right) \right]} = \frac{\sigma_b}{E_{b0} \left[1 - \lambda_{bR} \left(\frac{\sigma_b}{R_b} \right) \right]}, \quad (14)$$

обчисливши значення сумарних максимальних відносних деформацій досліджуваного ДЗБ $\sum_{\varepsilon_{b,max,l}(tr);n}^{calc}$ на n -их циклах завантажування з виразів на 1-му циклі завантажування (тобто при $n=1$)

$$\varepsilon_{b,max,l}(tr);n=l = \frac{\sigma_{b,max}}{E_{b0,l}(tr);n=l \left[1 - \lambda_{bR,l}(tr);n=l \left(\frac{\sigma_{b,max}}{R_b} \right) \right]}, \quad (15)$$

на подальших n -их циклах завантажування (тобто при $n>1$)

$$\sum_{n=2}^n \varepsilon_{b,max,l}(tr);n = \sum_{m=1}^{n=n-1} \varepsilon_{b,pl,l}(tr);m + \varepsilon_{b,max,l}(tr);n, \quad (16)$$

Числові значення сталих емпіричних коефіцієнтів $a_{l(t)}$ і $b_{l(t)}$ і статистичні характеристики

Шіфр призми	Досліджувані параметри "у"	Поздовжнє деформування ("l")							Попере...		
		Сталі коефіцієнти		Статистичні характеристики по y_i^{exp}/y_i^{calc}					Сталі коефіцієнти		
		a	b	n, шт.	M	σ	V, %	P, %	a	b	n,
ДЗБ-46 [0-0,95]	$E_{b0,1(t);n}/E_{b0,1(t);n=1}$	0,319	8,879	4	0,9999	0,3805	0,38	0,19	0,967	-0,165	
	$\lambda_{bR,1(t);n}/\lambda_{bR,1(t);n=1}$	0,175	1,372	4	0,9991	4,8348	4,83	2,42	7,112	56,648	
	$\varepsilon_{bR,1(t);n}/\varepsilon_{bR,1(t);n=1}$	0,995	0,063	4	0,9999	0,2827	0,28	0,14	0,464	2,894	
	$\Sigma \varepsilon_{b,pl,1(t);n}/\varepsilon_{b,pl,1(t);n=1}$	1,000	0,132	3	1,0000	0,1046	0,10	0,06	-0,028	-0,990	
ДЗБ-95 [0-0,96]	$E_{b0,1(t);n}/E_{b0,1(t);n=1}$	0,422	3,761	4	0,9996	0,8531	0,85	0,43	0,532	6,705	
	$\lambda_{bR,1(t);n}/\lambda_{bR,1(t);n=1}$	2,744	0,227	4	1,0311	17,376	17,38	8,69	1,292	-0,339	
	$\varepsilon_{bR,1(t);n}/\varepsilon_{bR,1(t);n=1}$	0,975	0,188	4	1,0002	0,9260	0,93	0,46	0,966	-0,284	
	$\Sigma \varepsilon_{b,pl,1(t);n}/\varepsilon_{b,pl,1(t);n=1}$	0,821	0,134	4	0,9980	3,8511	3,85	1,93	0,959	0,091	
ДЗБ-54 [0-0,95]	$E_{b0,1(t);n}/E_{b0,1(t);n=1}$	0,127	-0,176	9	0,9999	0,4801	0,48	0,16	1,056	0,092	
	$\lambda_{bR,1(t);n}/\lambda_{bR,1(t);n=1}$	1,376	-0,580	9	0,9990	7,1625	7,17	2,39	18,945	130,59	
	$\varepsilon_{bR,1(t);n}/\varepsilon_{bR,1(t);n=1}$	1,000	0,102	9	1,0000	0,1747	0,17	0,06	0,815	0,273	
	$\Sigma \varepsilon_{b,pl,1(t);n}/\varepsilon_{b,pl,1(t);n=1}$	0,911	0,339	9	1,0000	1,0139	1,01	0,34	0,933	4,704	
ДЗБ-28 [0-0,94]	$E_{b0,1(t);n}/E_{b0,1(t);n=1}$	0,254	-0,277	9	1,0002	0,7304	0,73	0,24	0,879	0,168	
	$\lambda_{bR,1(t);n}/\lambda_{bR,1(t);n=1}$	1,668	-0,294	9	0,9978	5,7327	5,75	1,92	3,021	1,949	
	$\varepsilon_{bR,1(t);n}/\varepsilon_{bR,1(t);n=1}$	0,999	0,152	9	1,0003	0,5029	0,50	0,17	0,961	-0,368	
	$\Sigma \varepsilon_{b,pl,1(t);n}/\varepsilon_{b,pl,1(t);n=1}$	0,989	0,035	11	1,0000	0,2392	0,24	0,07	0,909	0,363	
ДЗБ-32 [0-0,93]	$E_{b0,1(t);n}/E_{b0,1(t);n=1}$	0,198	3,350	11	0,9999	0,4107	0,41	0,12	0,960	0,370	
	$\lambda_{bR,1(t);n}/\lambda_{bR,1(t);n=1}$	1,666	1,468	11	0,9980	6,1420	6,15	1,86	1,592	2,874	
	$\varepsilon_{bR,1(t);n}/\varepsilon_{bR,1(t);n=1}$	1,000	0,066	11	1,0000	0,2611	0,26	0,08	0,822	1,798	
	$\Sigma \varepsilon_{b,pl,1(t);n}/\varepsilon_{b,pl,1(t);n=1}$	0,878	0,013	19	0,9996	1,1147	1,11	0,26	-2,582	-0,677	
ДЗБ-101 [0-0,91]	$E_{b0,1(t);n}/E_{b0,1(t);n=1}$	0,247	11,829	16	0,9999	0,8610	0,86	0,22	0,976	1,196	
	$\lambda_{bR,1(t);n}/\lambda_{bR,1(t);n=1}$	1,257	2,068	16	0,9981	6,1895	6,20	1,55	3,989	20,265	
	$\varepsilon_{bR,1(t);n}/\varepsilon_{bR,1(t);n=1}$	0,999	0,138	16	0,9999	0,5080	0,51	0,13	0,971	0,290	
	$\Sigma \varepsilon_{b,pl,1(t);n}/\varepsilon_{b,pl,1(t);n=1}$	0,986	0,504	45	1,0003	1,1589	1,16	0,17	0,931	3,790	

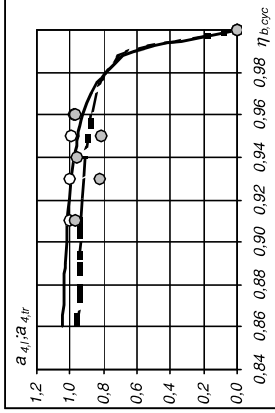
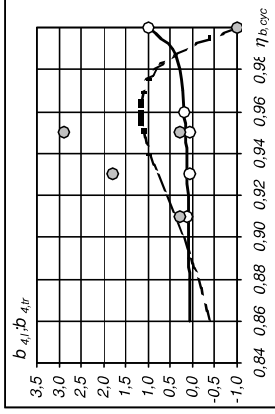
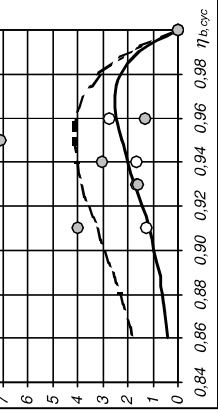
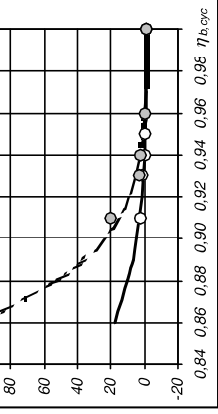
Примітки. 1. Тут y_i^{exp} і y_i^{calc} - відповідно дослідні та розрахункові значення будь-якого деформативного показника разом із рис. 1 і 2.

$\sum_{b_{k,i}(tr);n} \cdot \mathcal{E}_{b_{k,i}(tr);n} = 1$	$b_{3,i}(tr) = g_{3,i}(tr) \cdot (I - \eta_{b,exc})^{k_{3,i}(tr)} - I \quad (8)$
$\mathcal{E}_{b_{4,i}(tr);n} / \mathcal{E}_{b_{4,i}(tr);n} = 1$	$a_{4,i}(tr) = c_{4,i}(tr) \frac{I - \eta_{b,exc}}{d_{4,i}(tr) - \eta_{b,exc}} \quad (9)$
	$b_{4,i} = I - g_{4,i} \frac{I - \eta_{b,exc}}{k_{4,i} - \eta_{b,exc}} \quad (10) \quad b_{4,exp} = (I - \eta_{b,exc})^{g_{4,exp}(t_{b,exp} - t_{4,i})} - I \quad (11)$
	$a_{5,i}(tr) = c_{5,i}(tr) \frac{I - \eta_{b,exc}}{d_{5,i}(tr) - \eta_{b,exc}} \quad (12)$
$\sum_{b_{5,i}(tr);n} \cdot \mathcal{E}_{b_{5,i}(tr);n} = 1$	$b_{5,i}(tr) = g_{5,i}(tr) \frac{I - \eta_{b,exc}}{k_{5,i}(tr) - \eta_{b,exc}} - I \quad (13)$

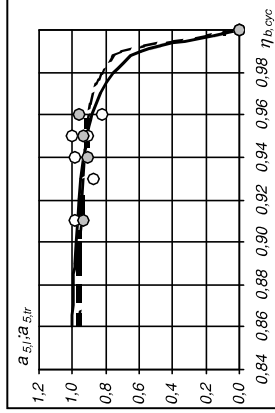
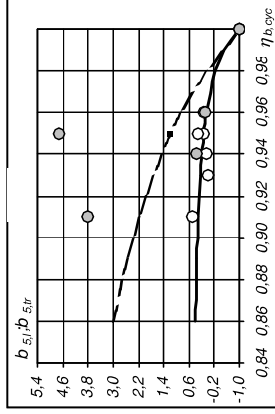
Примітка. У співвідношеннях (5)...(13) $c_{2...5,i}(tr)$, $d_{2...5,i}(tr)$, $g_{2...5,i}(tr)$ і $k_{2...5,i}(tr)$ - сталі емпіричні коефіцієнти, які визначаються з умов мінімуму квадратичних абсолютних відхилень дослідних точок від відповідних точок теоретичних кривих.

$$\mathcal{E}_{b,max,i}(tr);n = \frac{\sigma_{b,max}}{E_{b0,i}(tr);n} [I - \lambda_{b0,i}(tr);n (\sigma_{b,max} / R_{b,exc})] \quad (17)$$

(тут n і $m=n-1$ - номери відповідно біжучого та йому передуючого (тобто на 1 менше) циклів завантажування; $R_{b,exc}$ - міцність, яка відповідає малоцикловій втомленості бетону та визначається за формулою (2) із публікації [2]; $E_{b0,i}(tr);n$, $\lambda_{b0,i}(tr);n$ і $\sum_{b_{k,i}(tr);n} \mathcal{E}_{b_{k,i}(tr);n}$ - основні деформативні характеристики бетону при повторних малоциклових навантажуваннях, які визначаються за відповідними формулами (1)...(4) із табл. 1 з урахуванням співвідношень (5)... (13) із табл. 3) та порівнявши їх із зафіксованими в експериментах відповідними дослідними даними $\sum_{b_{k,i}(tr);n}^{exp}$. Результати перевірки засвідчують про цілком прийнятні статистичні характеристики по нормальних варіаційних рядах співвідношень $\sum_{b_{k,i}(tr);n}^{exp} \mathcal{E}_{b,max,i}(tr);n / \sum_{b_{k,i}(tr);n}^{calc} \mathcal{E}_{b,max,i}(tr);n$. Коефіцієнти варіації й показники точності коливаються в таких межах: для співвідношень $\sum_{b,max,i}(tr);n}^{exp} \mathcal{E}_{b,max,i}(tr);n / \sum_{b,max,i}(tr);n}^{calc} \mathcal{E}_{b,max,i}(tr);n$ -



б)



в)

Рис. 3. Графічна інтерпретація впливу інтенсивності малоциклових напружень $\Gamma_{b,сгс}$ на коефіцієнти $a_{i(r)}$ і $b_{i(r)}$ залежностей (5) і (6) (а), (7) і (8) (б), (9), (10) і (11) (в), (12) і (13) (г) при поздовжньому й поперечному деформуваннях ДЗБ при його повторному завантажуванні: о ; о - дослідні точки відповідно при поздовжньому й поперечному деформуваннях; — ; - - - теоретичні криві відповідно при поздовжньому й поперечному деформуваннях

Числові значення сталих емпіричних коефіцієнтів $c_{l(tr)}$, $d_{l(tr)}$, $g_{l(tr)}$, $k_{l(tr)}$ і статистичні характеристики

Досліджувані параметри "у"	Поздовжнє деформування ("l")							Поперечнє		
	Сталі емпіричні коефіцієнти			Статистичні характеристики по a_i^{exp}/a_i^{calc} і b_i^{exp}/b_i^{calc}				Сталі емпіричні коефіцієнти		
				n, шт.	M	V, %	P, %			
$E_{b0,l(tr);n}/E_{b0,l(tr);n=1}$	для "a _{2,l} "	$c_{2,l}$	27,279	5	1,0204	22,77	10,18	для "a _{2,lr} "	$c_{2,lr}$	15,380
		$d_{2,l}$	0,882						$d_{2,lr}$	0,758
	для "b _{2,l} "	$g_{2,l}$	3309×10^6	4	1,0816	39,30	19,65	для "b _{2,lr} "	$g_{2,lr}$	56,768
		$k_{2,l}$	5,199						$k_{2,lr}$	1,372
$\lambda_{bR,l(tr);n}/\lambda_{bR,l(tr);n=1}$	для "a _{3,l} "	$c_{3,l}$	31,206	4	1,0058	12,16	6,08	для "a _{3,lr} "	$c_{3,lr}$	20,914
		$d_{3,l}$	0,828						$d_{3,lr}$	0,739
	для "b _{3,l} "	$g_{3,l}$	2409×10^6	4	1,0446	37,22	18,61	для "b _{3,lr} "	$g_{3,lr}$	3089×10^5
		$k_{3,l}$	3,636						$k_{3,lr}$	4,098
$\varepsilon_{bR,l(tr);n}/\varepsilon_{bR,l(tr);n=1}$	для "a _{4,l} "	$c_{4,l}$	1,106	5	0,9957	6,02	2,69	для "a _{4,lr} "	$c_{4,lr}$	0,984
		$d_{4,l}$	1,008						$d_{4,lr}$	1,005
	для "b _{4,l} "	$g_{4,l}$	0,985	4	0,9813	5,26	2,63	для "b _{4,lr} "	$g_{4,lr}$	25,253
		$k_{4,l}$	1,008						$k_{4,lr}$	0,802
$\Sigma \varepsilon_{b,p,l(tr);n}/\varepsilon_{b,p,l(tr);n=1}$	для "a _{5,l} "	$c_{5,l}$	1,058	6	1,0032	6,84	2,79	для "a _{5,lr} "	$c_{5,lr}$	0,987
		$d_{5,l}$	1,008						$d_{5,lr}$	1,004
	для "b _{5,l} "	$g_{5,l}$	1,657	6	1,0245	14,75	6,02	для "b _{5,lr} "	$g_{5,lr}$	7,528
		$k_{5,l}$	1,024						$k_{5,lr}$	1,123

	$n, \text{шт.}$	M	$\pm \sigma \times 10^{-1}$	$V, \%$	$F, \%$	$n, \text{шт.}$	M	$\pm \sigma \times 10^{-1}$	$V, \%$	$F, \%$
ДЗБ-46 [0-0,95]	5	1,0038	0,9336	0,93	0,42	5	1,0008	2,4982	2,50	1,12
ДЗБ-95 [0-0,96]	5	1,0019	0,6942	0,69	0,31	5	1,0004	0,7271	0,73	0,33
ДЗБ-54 [0-0,95]	10	1,0001	0,2253	0,23	0,07	10	0,9941	1,1360	1,14	0,36
ДЗБ-28 [0-0,94]	13	0,9990	0,2502	0,25	0,07	13	1,0047	1,6432	1,64	0,46
ДЗБ-32 [0-0,93]	20	0,9990	0,3615	0,36	0,08	20	1,0071	5,4347	5,43	1,22
ДЗБ-101 [0-0,91]	46	0,9990	0,4870	0,49	0,07	46	1,0063	2,6937	2,69	0,40

Висновок. Побудовані математичні моделі узагальнених циклічних діаграм деформування дрібнозернистого цементно-піщаного бетону, які дозволяють прогнозувати основні деформативні характеристики досліджуваного матеріалу $E_{b0, l(t, \tau)_{pl}}$, $\lambda_{bR, l(t, \tau)_{pl}}$ і $\Sigma E_{b, pl, l(t, \tau)_{pl}}$ при його подовжньому та поперечному деформуваннях за довільних кількості циклів малоповторних навантажувальних n і максимальних рівнів змінних напружень $\eta_{b, max, pl} = 1$. Отримані моделі найкращим чином апроксимують експериментальні результати, про що засвідчує прийнятна збіжність дослідних і розрахункових даних, і відповідають фізичному змісту роботи дрібнозернистого бетону.

1. Крусъ Ю.О. Узагальнені циклічні діаграми деформування бетону в умовах повторних малоциклових навантажувальних центральним стисненням//Ресурсоекономі матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць. - Рівне, 2014. - Вип. 28. - С. 238-247. 2. Крусъ Ю.А. Малоцикловая усталость бетона при сжатии и растяжении в феноменологической постановке//Бетон и железобетон в Украине. - 2009. - № 3(49). - С. 8-17. 3. Крусъ Ю.О. Класичні уявлення про роботу пружно-пластичних матеріалів в умовах циклічних навантажувальних//Діагностика, довговічність та реконструкція мостів: Зб. наук. праць. - Львів: Камеяр, 2007. - Вип. 9. - С. 56-79. 4. Бабич Є.М., Крусъ Ю.О. До питання побудови діаграми деформування бетону та визначення коефіцієнта повноти епюри напружень//Ресурсоекономі матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць. - Рівне: Вид-во РДТУ, 2001. - Вип. 6. - С. 94-104.