

УДК 532.5:519.6

**ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОБТІКАННЯ КРУГОВОГО ЦИЛІНДРА  
В ДІАПАЗОНІ ВЕЛИКИХ ЧИСЕЛ РЕЙНОЛЬДСА**

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ КРУГОВОГО  
ЦИЛИНДРА В ДИАПАЗОНЕ БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ РЕЙНОЛЬДСА**

**NUMERICAL SIMULATION OF FLOW AROUND CIRCULAR  
CYLINDER AT HIGH REYNOLDS NUMBERS**

**Махінько А.В., д.т.н., с.н.с.** (Будівельна компанія «Етуаль», м. Київ),  
**Махінько Н.О., к.т.н.** (Полтавський національний технічний університет  
імені Юрія Кондратюка, м. Полтава)

**Махинько А.В., д.т.н., с.н.с.** (Строительная компания «Этуаль», г. Киев),  
**Махинько Н.А., к.т.н.** (Полтавский национальный технический университет  
имени Юрия Кондратюка, г. Полтава)

**Makhinko A.V. doctor of technical sciences** (Building company «Etual», Kyiv),  
**Makhinko N.A., candidate of technical sciences** (Poltava National Technical  
University, Poltava)

**Наведені результати комп'ютерного моделювання турбулентного  
нестационарного обтікання кругового циліндра в поперечному  
повітряному потоці для різних граничних умов.**

**Приведены результаты компьютерного моделирования турбулентного  
нестационарного обтекания кругового цилиндра в поперечном  
воздушном потоке для разных граничных условий.**

**The viability and accuracy of numerical simulation at high Reynolds numbers  
complex turbulent flows is investigated by considering the flow around a  
circular cylinder in the supercritical regime.**

**Ключові слова:**

Моделювання, турбулентність, циліндр, аеродинаміка, потік.

Моделирование, турбулентность, цилиндр, аэродинамика, поток.

Modeling, turbulence, cylinder, aerodynamics, flow.

**Вступ.** Циліндрична форма конструкцій займає провідні позиції в архітектурному обліку більшості висотних споруд. Переваги її зрозумілі – візуально-комфортна симетрична осьова форма є однією з кращих за характеристиками міцності, а невелика основа, порівняно зі значним

вертикальним розміром, дозволяє суттєво зменшити територію забудови, без втрати корисної площі. Враховуючи, що вітрові впливи для такого виду конструкцій є превалюючим видом зовнішніх навантажень, розгляд моделі обтікання повітряним потоком колового циліндру, як геометричного прототипу висотної споруди, наразі є актуальним та важливим питанням.

**Аналіз останніх досліджень.** Вирішення задачі обтікання кругового циліндра в'язким потоком є класичною складною задачею CFD-аналізу, дослідженню якої присвячено багато наукових робіт та експериментальних досліджень [1, 2, 3, 4]. Зростаючі можливості обчислювальної техніки дозволяють використовувати нові підходи для рішення різних задач гідродинаміки чисельними методами, із застосуванням провідних моделей турбулентності та найновіших функціональних можливостей CFD-кодів.

**Постановка мети і задач досліджень.** Основна задача моделювання – отримати повну картину обтікання та визначити аеродинамічні коефіцієнти лобового опору й бокової (підйомної) сили для висотної споруди циліндричного типу. Розрахункова геометрична схема даної конструкції представляється у вигляді окремо стоячого кругового циліндра та циліндра, розташованого поряд нескінченно довгого шорсткого екрану. Остання схематизація імітує можливу забудову.

Особливу цікавість в дослідженні становить закритичний режим обтікання, що характеризується чітко вираженою нестационарною турбулентною течією та автоколивальною поведінкою коефіцієнтів лобового опору та бокової сили. Вирішення цієї задачі вимагає вибору певних швидкісних режимів вітрового потоку, що відповідає великим значенням числа Рейнольдса та використання адекватної математичної моделі турбулентності вітрового потоку.

**Методика досліджень.** Розрахункова область сформована в середовищі Ansys CFX 14.5 – світового лідеру із CFD-аналізу.

На основі моделі повітряного потоку з постійними фізичними властивостями розглядається турбулентне обтікання циліндра у двох варіантах – ізольований коловий циліндр у вільному повітряному потоці та коловий циліндр поблизу нескінченно довгого шорсткого екрану.

Геометричні характеристики циліндра та відстань до екрану  $\ell$  задаються довільно (діаметр  $D = 3500$  мм,  $\ell = 0,7D$ , висота циліндра  $h \rightarrow \infty$ ).

Поверхню циліндра вважаємо умовно гладкою.

Загальний вигляд розрахункових областей та їх розміри наведені на рис. 1. Вісь  $X$  системи координат спрямована вздовж потоку,  $Y$  – поперек потоку,  $Z$  – вздовж осі циліндра. Розрахункові області представлені у вигляді прямокутних паралелепіпедів, ребра котрих паралельні осям глобальної системи координат. Попередні методичні розрахунки показали, що прийняті розміри розрахункової області вздовж всіх координатних осей практично не впливають на картину розподілу вихрових структур позаду циліндра та кількісну оцінку основних аеродинамічних характеристик.

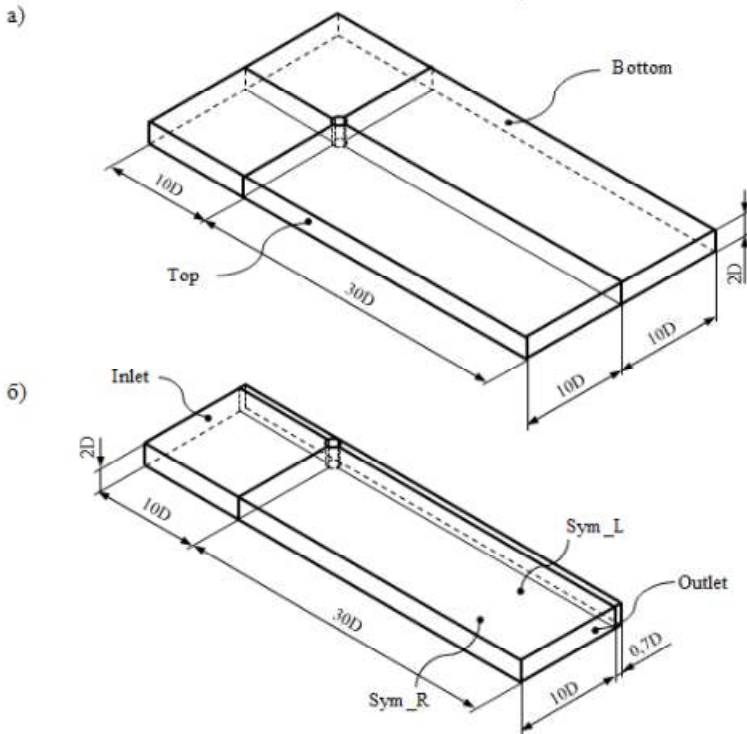


Рис. 1 Загальний вигляд розрахункових областей для моделювання обтікання ізолюваного циліндра (а) і циліндра поблизу нескінченно довгого шорсткого екрану (б)

У вхідному перерізі розрахункової області (область *Inlet*) задавались параметри незбуреного вітрового потоку зі швидкістю  $U_\infty$ , інтенсивністю турбулентності  $\varepsilon_\infty = 1,5\%$  та масштабом турбулентності  $\varepsilon_\infty = D$ . На вихідній границі області (область *Outlet*) накладалася умова постійного статичного тиску, а на верхній та нижній гранях (області *Sym\_L* та *Sym\_R*) умова симетрії потоку. На бічних границях (області *Top* та *Bottom*), а також на поверхні циліндра (область *Body*) приймалася умова адіабатичної стінки (*Wall*), яка враховує поверхневі напруження тертя.

Моделювання проводилося для чотирьох швидкісних режимів, кожен з яких характеризувався власним числом Рейнольдса (див. табл. 1)

$$Re = U_\infty \cdot D / \nu_a, \quad (1)$$

де  $U_\infty$  – швидкість потоку на значному віддаленні від циліндра;

$\nu_a = 0,15 \text{ см}^2/\text{с}$  – кінематична в'язкість повітря, прийнята в розрахунках.

Таблиця 1

Характеристики вітрового режиму продувки циліндра

$U_{\infty}$ , м/с	10	30	50	80
Re	$2,33 \cdot 10^6$	$7,0 \cdot 10^6$	$1,17 \cdot 10^7$	$1,87 \cdot 10^7$

Важливим кроком при проведенні чисельного експерименту є вибір моделі турбулентності вітрового потоку, оскільки всі моделі не універсальні та мають межі використання, всередині яких результат буде найбільш коректним. Окрім цього, різні підходи з моделювання турбулентності накладають різні вимоги до розрахункових сіток: мінімальний розмір чарунок на поверхні стінки циліндра; тип елемента, що використовується при дискретизації (тетраedr, гексаedr); співвідношення розмірів сторін чарунок (aspect ratio); рівень деталізації сіткової моделі.

В рамках даної задачі була застосована модель зсувних напружень – Shear Stress Transport (SST), яка ефективно використовується для задач зі складними градієнтними потоками, характерними для задач будівельної аеродинаміки. Модель добре верифікована та характеризується достатньою точністю результатів і стійкістю процесів ітераційних рішень, навіть при відносно грубих розрахункових сітках. Проте головна проблема, при використанні моделі турбулентності SST – це необхідність використання дрібних сіток поблизу дослідного тіла. Дрібність сітки характеризується безрозмірною величиною  $Y_{plus}$  ( $y^+$ ) [5]:

$$y^+ = y \cdot u_{\tau} / \nu_a, \quad (2)$$

де  $y$  – відстань по нормалі від поверхні тіла до першого вузла сітки;

$u_{\tau}$  – швидкість поверхневого тертя поблизу поверхні тіла, що обдувається.

Для правильного опису пристінкових явищ, необхідно щоб розмір пристінкової чарунки задовольняв нерівності  $y^+ < 50$  [5]. Маючи діапазон коректних значень  $y^+$  з формули (2) можна отримати вірний розмір першої чарунки сітки поблизу тіла:

$$y = y^+ \cdot \nu_a / u_{\tau}. \quad (3)$$

Швидкість поверхневого тертя  $u_{\tau}$  легко виразити через осереднені напруження зсуву на поверхні тіла, що обдувається  $\tau_w$  і густину повітря  $\rho_a$ :

$$u_{\tau} = \sqrt{\tau_w / \rho_a}. \quad (4)$$

Так як, без чисельного рішення, дійсний розподіл напружень  $\tau_w$  невідомий, часто виникає необхідність нової побудови сітки, залежно від отриманої картини обтікання. Щоб уникнути даної процедури був застосований наступний формульний підхід.

Напруження зсуву на поверхні тіла, описуються залежністю:

$$\tau_w = C_f \cdot \rho_a \cdot U_\infty^2 / 2, \quad (5)$$

де  $C_f$  – коефіцієнт аеродинамічного тертя вітрового потоку, який можна визначити за емпіричною формулою [5]:

$$C_f = 0,036 \cdot Re^{-0,2}. \quad (6)$$

Підставляючи формули (4) – (6) в (3) та спростивши, отримуємо:

$$y \approx 7,45 \cdot y^+ \cdot D \cdot Re^{-9/10}. \quad (7)$$

Враховуючи, що  $D = 3500$  мм, знайдемо:

$$y \approx 26075 \cdot y^+ \cdot Re^{-9/10}. \quad (8)$$

В таблиці 2 наведені результати розрахунку за формулою (8) для чотирьох вітрових режимів і п'яти значень безрозмірної характеристики  $y^+$ .

Таблиця 2

Розмір першої пристінкової чарунки розрахункової сітки  $y$  (мм)

$U_\infty$ , м/с	10	30	50	80
Re	$2,33 \cdot 10^6$	$7,0 \cdot 10^6$	$1,17 \cdot 10^7$	$1,87 \cdot 10^7$
$y^+ = 1$	0,048	0,018	0,011	0,007
$y^+ = 10$	0,485	0,180	0,113	0,074
$y^+ = 50$	2,424	0,901	0,567	0,372
$y^+ = 100$	4,848	1,802	1,135	0,744
$y^+ = 150$	7,273	2,702	1,702	1,116

Аналіз даних таблиці вказує на оптимальний розмір  $y = 1$  мм, що задовольняє вимогам моделі турбулентності SST.

В процесі віддалення від тіла, що обдувається, чарунки сітки поступово збільшуються, досягаючи на кінцях розрахункової області розмірів циліндра. На рис. 2 наведені приклади розрахункових сіток.

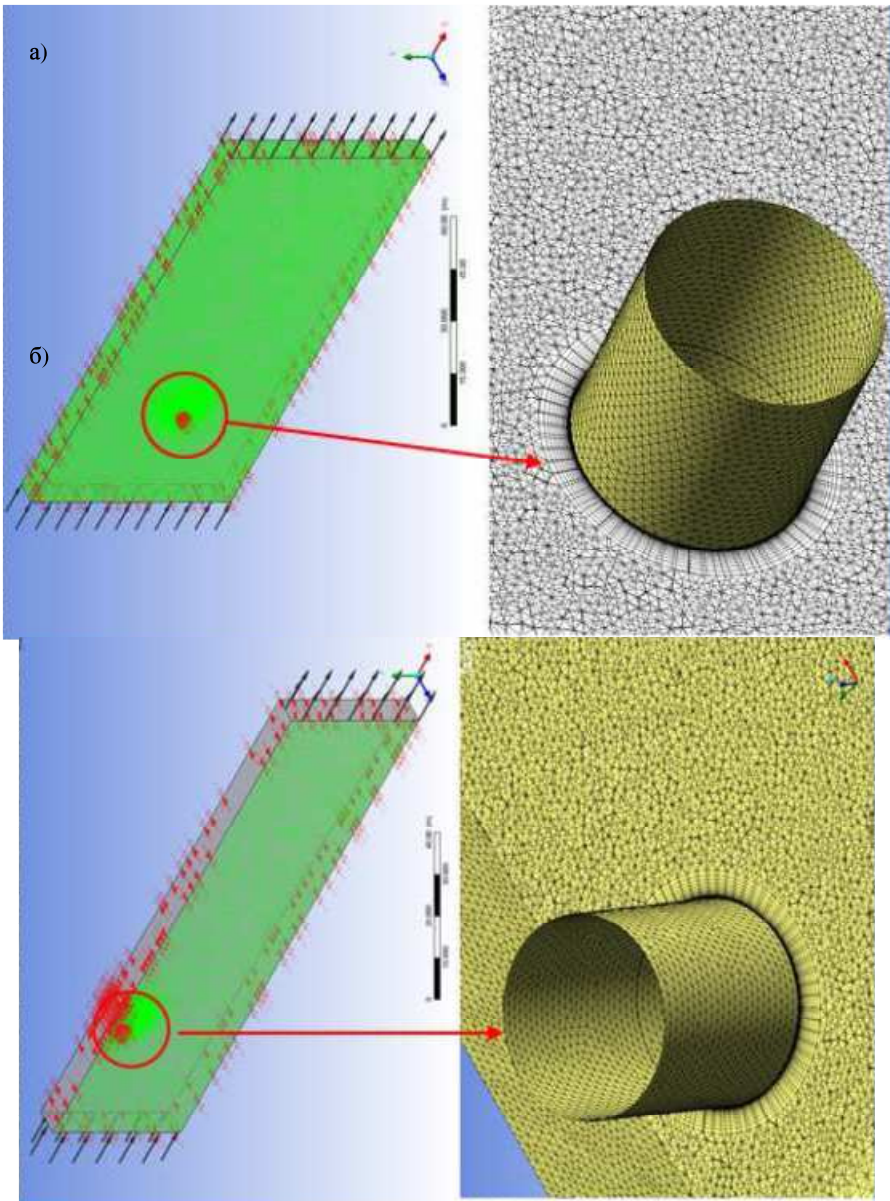


Рис. 2. Розрахункова область та сітка для моделювання обтікання ізолюваного циліндра (а) і циліндра поблизу нескінченно довгого шорсткого екрану (б)

При вирішенні задачі турбулентного обтікання циліндра у стаціонарній постановці, розглядався сталий вітровий потік, а результатами розрахунку являлися осереднені аеродинамічні характеристики циліндра.

Нестаціонарний розрахунок дозволяв спостерігати за зміною аеродинамічних характеристик з часом, а також визначити ряд частотних параметрів турбулентного обтікання циліндра. При цьому для апроксимації похідних в часі використовувалася схема другого порядку точності. Дискретний часовий крок  $\Delta t$  обирався на основі умови Куранта CFL (число Куранта-Фрідріхса-Леві) – за один часовий крок, повітряний потік не виходив за межі однієї чарунки сітки [5]:

$$\Delta t = CFL \cdot \Delta \ell / U_{\max} , \quad (9)$$

де  $\Delta \ell$  – мінімальний розмір сітки поблизу поверхні труби;

$U_{\max}$  – найбільша швидкість потоку при обдуванні циліндра.

Число Куранта залежить від прийнятої схеми інтегрування за часом: при явній схемі –  $CFL < 1$ , при неявній –  $CFL = 5 \div 10$ . Не зважаючи на просту комп'ютерну алгоритмізацію, явні схеми інтегрування часто виявляються нестійкими і не забезпечують необхідну точність для задач комп'ютерної аеродинаміки. Тому в якості базової використовувалася неявна схема інтегрування за часом.

Варто зазначити, що розмір сітки по довжині кола циліндра приймався рівним  $\Delta \ell = 0,01D$ , а максимальна швидкість повітряного потоку, рідко перевищувала значення  $2U_{\infty}$ . Враховуючи ці зауваження, формулу (9) можна записати у більш зручному вигляді:

$$\Delta t = 0,05 \cdot D / U_{\infty} . \quad (10)$$

Використовуючи дану залежність, для різних режимів комп'ютерного продування отримаємо округлені значення кроку за часом.

Таблиця 3

Значення  $\Delta t$  для чотирьох швидкісних режимів

$U_{\infty}$ , м/с	10	30	50	80
$\Delta t$ , с	0,02	0,006	0,004	0,002

Час комп'ютерної продувки  $T_e$  обирався з умови повного проходження повітряного потоку через розрахункову область:

$$T_e > \Delta L / U_{\infty} . \quad (11)$$

де  $\Delta L$  – довжина розрахункової області вздовж потоку.

Враховуючи, що  $\Delta L = 40D$  були отримані наступні значення часу моделювання нестаціонарного розрахунку.

Таблиця 4

Час комп'ютерної продувки для чотирьох швидкісних режимів

$U_{\infty}$ , м/с	10	30	50	80
$T_e$ , с (мінімальне)	14	4,7	2,8	1,75
$T_e$ , с (прийняте)	30	10	10	10

Основною аеродинамічною характеристикою, що визначалася в процесі стаціонарного і нестаціонарного розрахунків являлася функція залежності  $C_p(\theta)$  безрозмірного коефіцієнта тиску  $C_p$  в даній точці поверхні циліндра від кутової координати  $\theta$ :

$$\theta = \arccos(-2 \cdot x/D). \quad (12)$$

При стаціонарному розрахунку дана функція не залежить від часу і виступає осередненою характеристикою розподілу вітрового тиску по поверхні циліндра. При нестаціонарному розрахунку вона набуває ще одного аргументу, і являється характеристикою розподілу вітрового тиску за периметром циліндра в заданий момент часу.

На основі функції  $C_p(\theta)$  також визначалися дві інтегральні аеродинамічні характеристики – коефіцієнт лобового опору  $C_D$  та коефіцієнт бокової сили  $C_L$ :

$$C_D = \int_0^{2\pi} C_p(\theta) \cdot \cos(\theta) d\theta, \quad C_L = - \int_0^{2\pi} C_p(\theta) \cdot \sin(\theta) d\theta. \quad (13)$$

У випадку нестаціонарного розрахунку коефіцієнти  $C_D$  і  $C_L$  в силу залежності  $C_p(\theta)$  від часу, також являються функціями часу.

**Результати досліджень.** Загальна картина турбулентного обтікання ізолюваного циліндра наведена на рис. 3. Характерною особливістю сліду є наявність поперечних (доріжка Кармана) і достатньо інтенсивних поздовжніх вихорів, що повністю узгоджується з відомими з літератури експериментальними даними [3, 6 – 8] та результатами розрахунків обтікання циліндра методами обчислювальної аеродинаміки [4, 9].

На рис. 4 представлена залежність від часу осереднених вздовж осі  $Z$  коефіцієнтів лобового опору та бокової сили. Початкова фаза розвитку процесу турбулентного обтікання відрізняється швидкою зміною всіх параметрів потоку та інтегральних характеристик. Лобовий опір циліндра швидко падає, при цьому режим його обтікання не дуже відрізняється від потенціального.



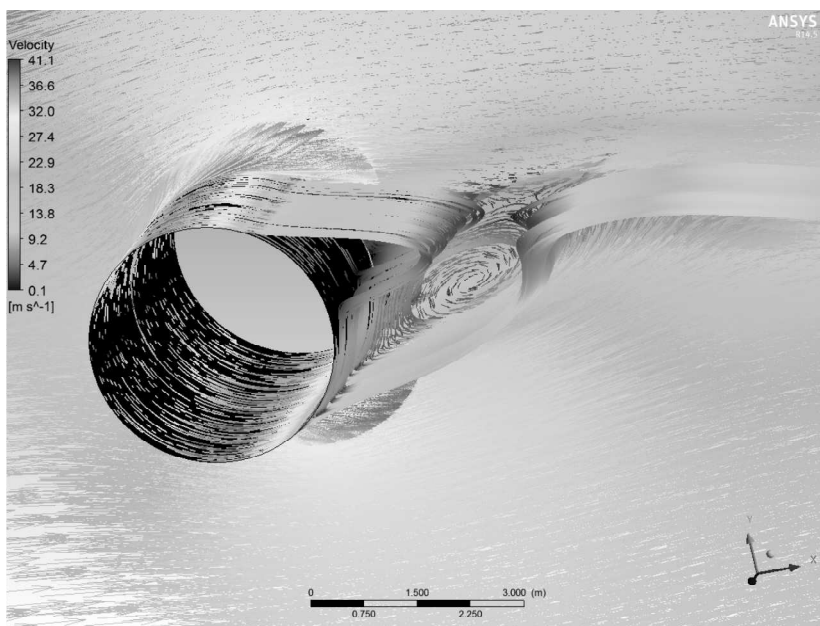


Рис. 3. Загальна миттєва картина обтікання ізолюваного циліндра при числі Рейнольдса  $Re = 7,0 \cdot 10^6$  (швидкість потоку 30 м/с)

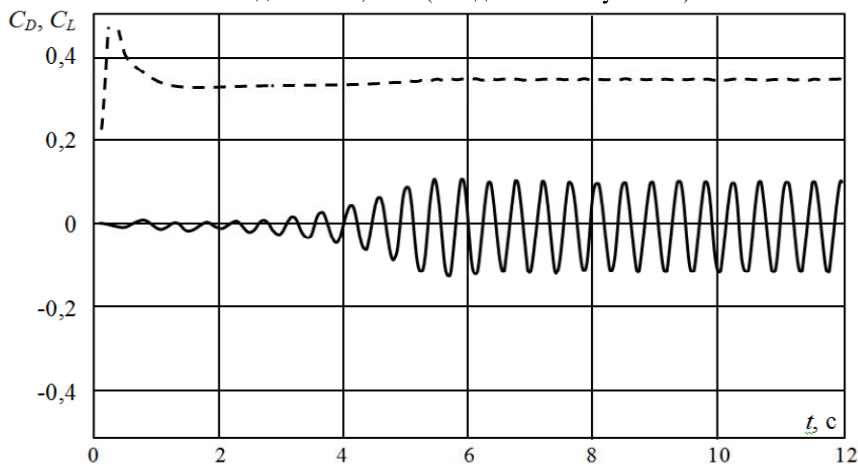


Рис. 4. Залежність від часу коефіцієнтів лобового опору (штрихова лінія) і бокової сили (суцільна лінія) ізолюваного циліндра при числі Рейнольдса  $Re = 7,0 \cdot 10^6$  (швидкість потоку 30 м/с)

Наступна фаза процесу супроводжується формуванням і поступовим розвитком симетричної відривної зони в сліді за циліндром. Довжина зони зростає від нуля до декількох його діаметрів. При цьому лобовий опір

циліндра продовжує монотонно спадати, поступово наближуючись до величини  $C_D$ , отриманого для стаціонарного обтікання.

Подальша «перехідна» фаза, характеризується асиметризацією потоку й умовно ділиться на три частини. В першій з них нестійкість у сліді не призводить до помітної зміни аеродинамічних коефіцієнтів. В другій частині лобовий опір поступово починає зростати з одночасною інтенсифікацією коливань коефіцієнта бокової сили, але залишається монотонним. Цій частині відповідають зростаючі пульсації в сліді за тілом, при цьому відривна зона суттєво зменшується. Третя частина перехідної фази характеризується розвитком коливань коефіцієнтів лобового опору та бокової сили. Їх амплітуда постійно збільшується разом із незначним зростанням середнього  $C_D$ . В цій частині фази коливання розвиваються не лише в сліді, але і перед тілом. Зрештою всі характеристики потоку виходять на автоколивання, тобто характеризуються періодичною зміною коефіцієнтів  $C_D$  та  $C_L$ . При цьому амплітуда коливань зменшується зі зростанням числа Рейнольдса.

В таблиці 5 наведені узагальнені аеродинамічні характеристики ізольованого циліндра, отримані на основі комп'ютерного моделювання.

Таблиця 5

Узагальнені аеродинамічні характеристики ізольованого циліндра

$U_\infty$ , м/с	Re	Стаціонарний розрахунок		Нестаціонарний розрахунок	
		$C_D$	$C_L$	$C_D$	$C_L$
10	$2,33 \cdot 10^6$	0,395	0	0,41	-0,17–0,17
30	$7,0 \cdot 10^6$	0,353	0	0,35	-0,11–0,11
50	$1,17 \cdot 10^7$	0,343	0	0,34	-0,14–0,14
80	$1,87 \cdot 10^7$	0,325	0	–	–

Аналіз даних таблиці свідчить про добру відповідність результатів стаціонарного та нестаціонарного розрахунків, і в певній мірі слугують обґрунтуванням використання спрощеного двовимірного підходу для розрахунку просторових нестаціонарних вихрових течій в сліді за тілом.

В цілому, отримані результати свідчать про коректність обраної моделі переносу зсувних напружень SST для прогнозування характеристик нестаціонарних відривних течій.

Результати моделювання обтікання колового циліндру поблизу нескінченно довгого шорсткого екрану при числі Рейнольдса  $Re = 1,87 \cdot 10^7$  (швидкість потоку 80 м/с) наведені на рис. 5-7.

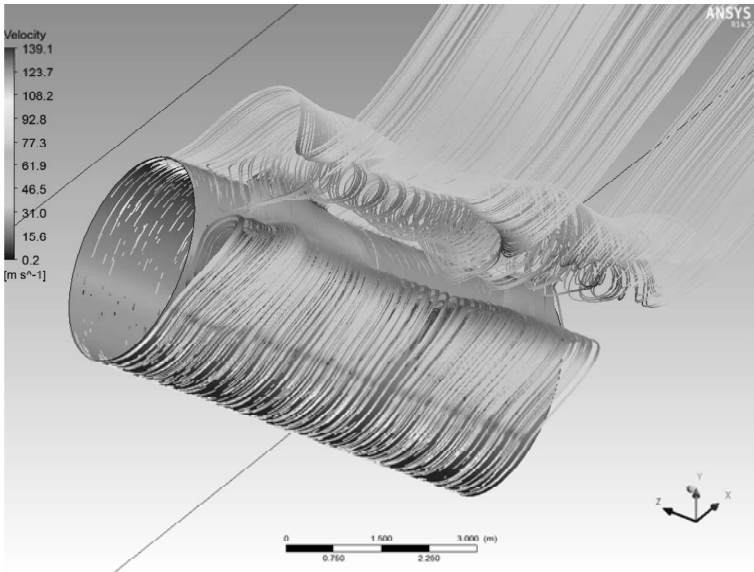


Рис. 5. Загальна миттєва картина турбулентного обтікання циліндра поблизу нескінченно довгого екрану при  $Re = 1,87 \cdot 10^7$  (швидкість потоку 80 м/с)

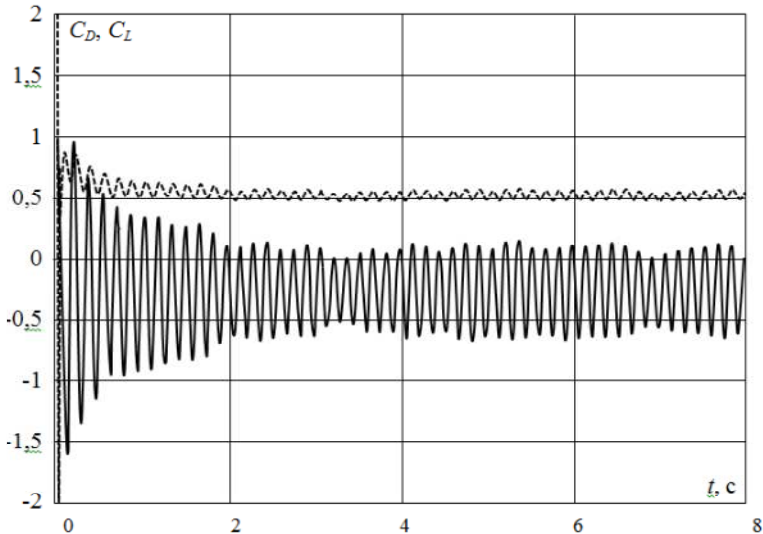


Рис. 4. Залежність від часу коефіцієнтів лобового опору (штрихова лінія) і бокової сили (суцільна лінія) циліндра поблизу нескінченно довгого екрану при  $Re = 1,87 \cdot 10^7$

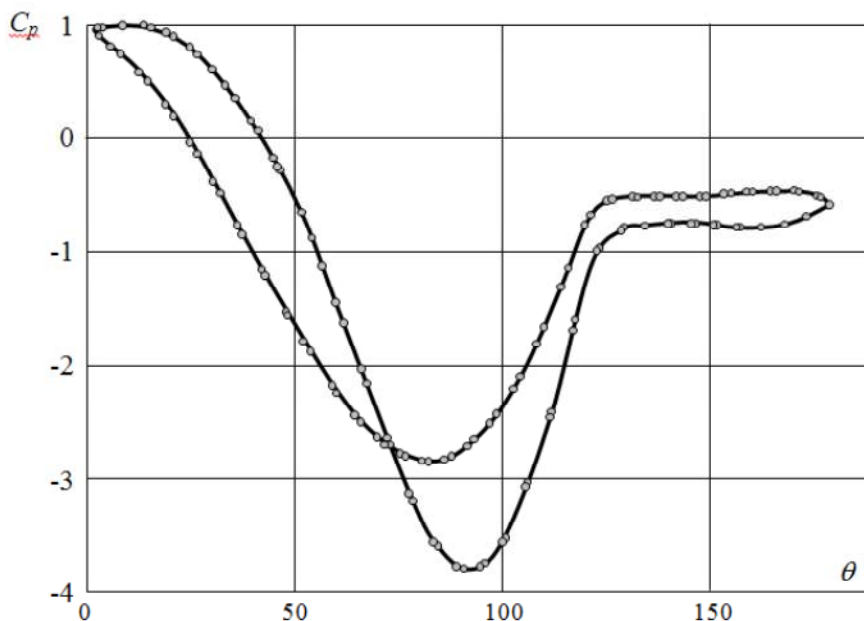


Рис. 7. Розподіл коефіцієнта тиску за периметром циліндра поблизу нескінченно довгого екрану при числі Рейнольдса  $Re = 1,87 \cdot 10^7$  (швидкість потоку 80 м/с),  $t = 6,3$  с

Аналіз результатів моделювання дозволяє зробити наступні висновки. В початковий момент часу залежності  $C_D(t)$  і  $C_L(t)$  відразу носять коливальний характер з чітко вираженою змінною амплітудою. З часом амплітуда коливань поступово зменшується, поряд із незначним збільшенням середніх значень. Починаючи з певного моменту часу, середні значення лобового опору та бокової сили стабілізуються, проте ординати коливань, на відміну від обтікання ізольованого циліндру, носять нерегулярний характер. Напевно, це обумовлено сильним екрануванням повітряного потоку при обтіканні циліндра.

Середнє значення коефіцієнта бокової сили при всіх швидкісних режимах дещо суміщене у від'ємну область, що свідчить про наявність незначного опору циліндру від екрану. За абсолютною величиною це значення слабо залежить від швидкості потоку та приблизно дорівнює 0,3. Зі збільшенням числа Ренольдса амплітуда коливань коефіцієнта бокової сили дещо зменшується, хоча певної закономірності не спостерігається.

В таблиці 6 наведені узагальнені аеродинамічні характеристики циліндра поблизу нескінченно довгого екрану, отримані на основі комп'ютерного моделювання.

Таблиця 6

## Узагальнені аеродинамічні характеристики циліндра поблизу екрану

$U_{\infty}$ , м/с	Re	Стационарний розрахунок		Нестационарний розрахунок	
		$C_D$	$C_L$	$C_D$	$C_L$
10	$2,33 \cdot 10^6$	0,60	-0,24	0,58– 0,75	-0,80– 0,30
30	$7,0 \cdot 10^6$	0,53	-0,26	0,55– 0,70	-0,90– 0,38
50	$1,17 \cdot 10^7$	0,52	-0,264	0,50– 0,60	-0,68– 0,15
80	$1,87 \cdot 10^7$	0,51	-0,203	0,48– 0,57	-0,65– 0,15

**Висновки.** В результаті комп'ютерного моделювання вітрових впливів на круговий циліндр, можливо сформулювати наступні висновки:

1. Вітрові впливи носять виражений турбулентний нестационарний характер, що вимагає розгляду аеродинамічних характеристик, як функції часу.
2. Амплітуда коливань бокової сили та коефіцієнт лобового опору циліндра поблизу нескінченно довгого шорсткого екрану, для всіх чотирьох розглянутих швидкісних режимів, приймає більші значення, порівняно з ізольованим циліндром.
3. Для колового циліндру поблизу нескінченного екрану, значення коефіцієнта лобового опору змінюються в межах від 0,5 до 0,75.
4. Середнє значення коефіцієнта бокової сили залежно від заданого швидкісного режиму, змінюється від -0,20 до -0,27. Знак мінус при цьому, вказує, що сила з якою вітровий потік діє на циліндр поперек потоку, направлена від екрану.

1. Zdravkovich M.M. Flow around Circular Cylinders/ M.M. Zdravkovich – Oxford University Press, Oxford, 1997. – Vol. 1: Fundamentals. – 672 p. 2. Zdravkovich M.M. Flow around Circular Cylinders/ M.M. Zdravkovich – Oxford University Press, Oxford, 2003. – Vol. 2: Applications. –592 p. 3. Cantwell B. and Coles D. An experimental study of entrainment and transport in the turbulent near wake of a circular cylinder/ B. Cantwell, D. Coles. – J. Fluid Mechanics, 1983. – V. 136. – 321-374 pp. 4. Исаев С.А. Численное моделирование нестационарного теплообмена при турбулентном обтекании кругового цилиндра. Часть I. Методическое исследование / С.А. Исаев, П.А. Баранов, Н.А. Кудрявцев, Ю.В. Жукова // Теплофизика и аэромеханика. – 2005. – Т. 12, №1. – С. 27–39. 5. Электронное методическое руководство по Ansys CFX 14.5. 6. Березин М.А. Атлас аэродинамических характеристик строительных конструкций / М.А. Березин, В.В. Катюшин. – Новосибирск : Олден-полиграфія, 2003. – 130 с. 7. Roshko A. Experiments on the flow past a circular cylinder at very high Reynolds numbers/ A. Roshko. – J. Fluid Mech, 1961. – V.10, №3. – 345-356 pp. 8. Van Nuen J. Pressure and forces on a circular cylinder in a cross flow at high Reynolds numbers / J. van Nuen. –Flow induced Structural Vibrations. – Berlin, Springer-Verlag, 1974. –748-754 pp. 9. Kai Fan Liaw Large eddy simulation of flow past a circular cylinder / Kai Fan Liaw, N. Wright, J. Owen, D. Sun // 11th International Conference on Wind Engineering, Texas, 2003. – 1919-1926 pp.