УДК 624.131.042

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЕФИЦЕНТА СОЧЕТАНИЯ НАГРУЗОК

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА СПОЛУЧЕННЯ НАВАНТАЖЕНЬ

DETERMINATION OF LOAD COMBINATION COEFFICIENT

Пичугин С.Ф., д.т.н., проф. (Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка, г. Полтава)

Пічугін С.Ф., **д.т.н., проф.** (Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка, м. Полтава)

Pichugin S.F., doctor of technical sciences, professor (Poltava Technical University named in honour Yuri Kondratyuk, v. Poltava)

Показана возможность решения задачи сочетания нагрузок в вероятностной технике случайных величин. Решен вопрос сочетания постоянных нагрузок от многослойной кровли. Показана связь задачи сочетания нагрузок с оценкой надежности конструкций. Приведена графическая интерпретация определения коэффициента сочетания нагрузок.

Показана можливість розв’язання задачі сполучення навантажень в імовірнісній техніці випадкових величин. Вирішене питання сполучення постійних навантажень від багатошарової покрівлі. Показаний зв'язок питання сполучення навантажень з оцінкою надійності конструкцій. Наведена графічна інтерпретація визначення коефіцієнта сполучення навантажень.

Possibility of task decision of load combination is shown in the probabilistic technique of random values. The question of combination of dead loads is decided for a multi-layered roof. Connection of load combination problem is shown with the estimation of structure reliability. Graphic interpretation over of determination of load combination coefficient is brought.

Ключевые слова:
Случайные величины, сочетание нагрузок, надежность конструкций.
Випадкові величини, сполучення навантажень, надійність конструкцій.
Random values, load combination, reliability of structures.

Вступление. Нагрузки, действующие на здания и сооружения, разнообразны по природе и имеют случайный характер. Поэтому ситуации совместного действия максимальных нагрузок имеют пониженную вероятность. Действующими нормами проектирования строительных конструкций, как отечественными, так и зарубежными, это обстоятельство учитывается коэффициентами сочетания нагрузок. Следует отметить, что значения коэффициентов сочетания в ряде случаев установлены без достаточно обоснования и, как правило, несколько завышены. Уточнение коэффициентов сочетания нагрузок может привести к существенному снижению материалоемкости строительных конструкций.

Анализ последних исследований. Одним из первых исследований, посвященных сочетаниям случайных нагрузок, была серия работ А.Р. Ржаницына, опубликованных в 1949 году [1] и продолженных в последующие годы [2]. В них, по сути, была решена задача о суммарном действии нескольких независимых нагрузок, каждая из которых являлась случайной величиной с гауссовым распределением. Вопросы вероятностного описания случайных нагрузок и их сочетания разрабатывались в классических работах В.В. Болотина [3], публикациях В.Д. Райзера [4], С.А. Тимашева [5], Б.Н. Кошутина [6]. В ПолтНТУ в течение ряда лет исследования в этом направлении проводились С.Ф. Пичугиным, В.А. Пашинским, В.А. Севериным, А.В. Махинько [7 – 10]. При этом ряд вопросов, связанных с сочетаниями нагрузок, остался недостаточно разработанным.

Изложение основных результатов. В данной статье задача сочетания нагрузок рассматривается в технике случайных величин без учета фактора времени. Представление в виде случайных величин уместно при действии нагрузок, мало изменяющихся со временем (постоянных и некоторых технологических) или имеющих однократный характер. Полученные при этом результаты имеют вполне самостоятельное значение, однако могут использоваться также при определении вероятностных параметров схемы независимых испытаний, дискретной методики, метода обобщенной ковариации, при вычислении начальной надежности конструкций [7].

Если каждая из расчетных величин нагрузок определяется как $q_i^p = \bar{q}_i + \gamma_i \hat{q}_i$, то для случая суммы *n* расчетных нагрузок, связанных условием $q^p = \sum_{i=1}^{n} q_i^p$, $q_i^p = C_i q^p$, $\sum_{i=1}^{n} C_i = 1$, имеют место следующие выражения для математическое ожидания и стандарта [11]:

$$\bar{q}_n = q^p \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{1+\gamma_i V_i}, \quad \hat{q}_n = q^p \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{C_i V_i}{1+\gamma_i V_i} \right)^2}, \qquad (1)$$

где V_i – коэффициент вариации i-й нагрузки; γ_i – нормированное отклонение i-й расчетной нагрузки; C_i – число влияния (доля) i-й нагрузки.

При определении суммарной расчетной нагрузки как $q_n = \overline{q}_n + \gamma_n \hat{q}_n$, для коэффициента сочетания $\psi = q_n / q^p$ получается следующее выражение [7]:

$$\psi = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{1+\gamma_i V_i} + \gamma_n \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{C_i V_i}{1+\gamma_i V_i} \right)^2 + 2 \sum_{i \neq j} \frac{C_i\, C_j V_i\, V_j\, r_{ij}}{(1+\gamma_i V_i)(1+\gamma_j V_j)}}\,. \qquad (2)$$

Здесь r_{ij} – коэффициент корреляции i-й и j-й нагрузок.

При независимости сочетаемых нагрузок второе слагаемое под радикалом отсутствует.

В нормах СНиП [12], с учетом предложений А.Р. Ржаницына, этот коэффициент определяется в следующей форме:

$$\psi = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_i^n + \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(q_i^n\right)^2 \left(\gamma_{fi} - 1\right)^2}}{\sum_{i=1}^{n} q_i^n \gamma_{fi}}, \qquad (3)$$

где q_i^n, γ_{fi} – нормативное значение и коэффициент надежности (перегрузки) i-й нагрузки.

По мнению В.Д Райзера [4], использование формул (2) и (3) приводит к снижению расчетного усилия в конструкциях до 10…15 % в зависимости от числа нагрузок в сочетании и доли каждой из них. В частности, для многослойных утепленных кровель коэффициент сочетаний может составлять $\psi = 0{,}90\ldots0.95$ [7].

Более глубокий подход к вопросу сочетаний нагрузок основывается на анализе надежности конструкций. Такую возможность открывает рассмотрение случайного резерва прочности конструкции $\tilde{Z}$, его числовые характеристики при независимых $\tilde{R}$ и $\tilde{Q}$ равны:

$$\overline{Z} = \overline{R} - \overline{Q}\,; \qquad \hat{Z} = \sqrt{\hat{R}^2 + \hat{Q}^2}\,. \qquad (4)$$

Здесь $\overline{Z}, \overline{R}, \overline{Q}$ – математические ожидания соответственно резерва прочности, случайной прочности и нагрузочного эффекта; $\hat{Z}, \hat{R}, \hat{Q}$ – стандарты тех же параметров.

Приведенные параметры позволяют вычислить параметр β, называемый *характеристикой безопасности* (А.Р. Ржаницын [2]) или *индексом безопасности* (С.А Корнелл [13]), который определяет вероятность отказа (безотказной работы) в зависимости от вида распределения Z:

$$\beta = \overline{Z} / \hat{Z} = \left(\overline{R} - \overline{Q}\right) / \sqrt{\hat{R}^2 + \hat{Q}^2} . \tag{5}$$

При введении коэффициентов вариации $V_R = \hat{R} / \overline{R}$ и $V_Q = \hat{Q} / \overline{Q}$ и соотношения $p = \hat{R} / \hat{Q}$ получается удобное безразмерное выражение для β:

$$\beta = (pV_Q - V_R) / (V_R V_Q \sqrt{1 + p^2}). \tag{6}$$

В рамках данной постановки задачи надежности, приведем для наглядности простейшую постановку вероятностной задачи сочетаний нагрузок. Для соблюдения условий нормативной методики расчета выполняется увязка с расчетными значениями R^P и S^P:

$$R^P = \overline{R} - \gamma_R \hat{R} ; \qquad Q^P = \overline{Q} + \gamma_Q \hat{Q} , \tag{7}$$

где γ_R и γ_Q – нормированные отклонения, принятые в нормах проектирования для обоснования расчетных несущей способности и нагрузки.

В задачах сочетаний требуется решение следующей задачи: по имеющемуся значению β определить соответствующий параметр нагрузки γ_Q. Это возможно, используя условие достижения предельного состояния $R = Q$ после приведения его к безразмерной форме, откуда можно найти соответствующий параметр нагрузки γ_{Q1}, отличающийся индексом от γ_Q, который входит в обоснование расчетной нагрузки:

$$\gamma_{Q1} = p\left(1/V_R - \gamma_R\right) - 1/V_Q . \tag{8}$$

Отношение p определяется как корень уравнения (6), который имеет следующий вид:

$$p = \frac{V_R}{V_S\left(1 - V_R^2 \beta^2\right)} \left[1 + \sqrt{1 - \left(1 - V_S^2 \beta^2\right)\left(1 - V_R^2 \beta^2\right)}\right]. \tag{9}$$

В результате появляется возможность вычислить коэффициент сочетаний ψ как отношение нагрузки Q_1^P, соответствующей характеристике безопасности β, и расчетной нагрузки Q^P:

$$Q_1^P = \hat{Q}\left(\frac{1}{V_Q} + \gamma_{Q1}\right);\ Q^p = \hat{Q}\left(\frac{1}{V_Q} + \gamma_Q\right);\ \psi = \frac{Q_1^P}{Q^P} = \frac{1 + V_Q\gamma_{Q1}}{1 + V_Q\gamma_Q}. \quad (10)$$

Перейдем к графической интерпретации рассматриваемого вопроса (рис. 1). Следуя А.М. Хасоферу Н.С. Линду [14], преобразуем координаты R и Q в безразмерную форму $R/\hat{R}$ и $Q/\hat{Q}$ и перенесем начало координат в точку $0\left(1/V_Q, 1/V_R\right)$, в результате чего получим новые координаты – отклонения γ_Q и γ_R Граничная прямая (рис. 1, поз. 1) получила в новых координатах угловой коэффициент $K = 1/p$. Таким образом, нормативное соотношение (9) определяет угол наклона граничной прямой $\alpha = arctg\left(1/p\right)$, поэтому точку B_1 назовем *ориентирующей*.

Данное построение полезно тем, что кратчайшее расстояние между центром *O* и граничной прямой равно характеристике безопасности β [4]. Если представить уравнение граничной прямой в форме $Ax + By + C = 0$ с коэффициентами $A = -1$, $B = p$, $C = 0$, то длина нормали, опущенной на граничную прямую из точки *O* с координатами $x_1 = 1/V_R$ и $y_1 = 1/V_Q$, действительно равна β:

$$d = \frac{Ax_1 + By_1 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{pV_Q - V_R}{V_R V_Q\sqrt{1 + p^2}} = \beta.$$

Точка *A*, определяющая характеристику безопасности β и надежность системы, называется *расчетной* [4] или *проектной* [15], и она в общем случае не совпадает с ориентирующей точкой *B*.

Рис. 1 иллюстрирует изложенную выше процедуру определения коэффициента сочетания ψ. Заданные нормативные соотношения определяют точку B_1, параметр p_1 и 1-ю граничную прямую $0 - B_1$ с угловым коэффициентом $1/p_1$. Длина нормали OA_1 получается равной β_1, причем $\beta_1 \neq \gamma_Q$, γ_R. Обратная задача иллюстрируется на рис. 1 для условия

$\beta_2 = \gamma_Q$. Положение новой граничной прямой определяется новым значением p_2 по (9), и на ней находятся новые расчетная A_2 и ориентирующая B_2 точки. Оставляя прежней координату γ_R, получаем новый параметр расчетной нагрузки $\gamma_{Q1} < \gamma_Q$, дающий коэффициент сочетания по (10).

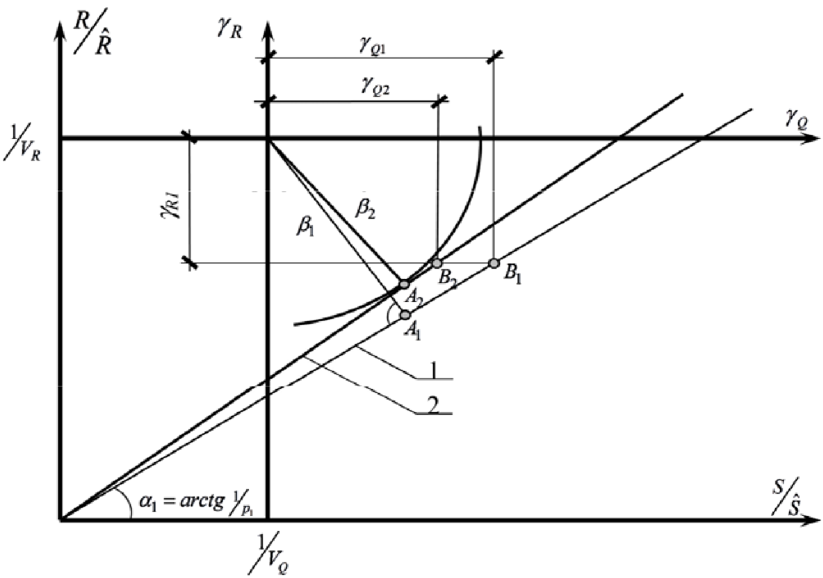

Рис. 1. Графическая интерпретация определения коэффициента сочетаний в технике случайных величин:
1,2 – граничные прямые; A_1, A_2 – расчетные точки; B_1, B_2 – ориентирующие точки

При более общей постановке задачи надежности и сочетаний нагрузок следует учитывать, что граница области допустимых состояний представляет собой гиперповерхность и описывается функциями более двух переменных. Ряд исследователей, в частности Корнелл [13], предложил линеаризовать эти функции в окрестности математического ожидания, что существенно упрощает решение задачи, которая состоит в нахождении на граничной поверхности точки, расстояние которой до начала координат, равное характеристике безопасности β, будет минимальным. Решение задачи в общем случае может быть получено методом итераций с заменой распределений основных переменных эквивалентным нормальным. Отметим здесь разработку Б.И. Снарскисом последовательного итерационного алгоритма решения данной задачи [16]. О. Дитлевсен [17] ввел понятие *обобщенного индекса безопасности* для случаев, когда при неизвестных функциях распределения базисных переменных определены их первые два момента.

Выводы. Вероятностная техника с использованием представления нагрузок в форме случайных величин дает возможность получить как самостоятельные полезные результаты, так и промежуточные параметры нагрузок, необходимые для других вероятностных моделей. Показана возможность учета понижающего коэффициента сочетания для постоянной нагрузки от многослойной кровли. В увязке с оценкой надежности конструкций наглядно проиллюстрирована методика обоснования коэффициента сочетания для сложного многопараметрического случая.

1. Ржаницын А.Р. Статистическое обоснование расчетных коэффициентов // Материалы к теории расчета конструкций по предельному состоянию. Вып. II.– М.: Госстройиздат, 1949. – С. 18 – 52. **2**. Ржаницын А.Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность. – М.: Стройиздат, 1978. – 239 с. **3**. Болотин В.В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений М.: Стройиздат. 1971. – 351 с. **4**. Райзер В.Д. Теория надежности сооружений. – М: Изд-во АСВ, 2010. – 384 с. **5**. Тимашев С.А., Штерензон В.А. Практические методы расчета надежности механических систем при действии сочетания случайных нагрузок // Исследования в области надежности инженерных сооружений: Сборник трудов. – Л., ЛенПСП, 1979. – С. 36 – 51. **6.** Кикин А.И., Васильев А.А., Кошутин Б.Н. Повышение долговечности металлических конструкций промышленных зданий. – М.: Стройиздат, 1969. – 415 с. **7.** Пичугин С.Ф. Надежность стальных конструкций производственных зданий. – М.: Изд-во АСВ, 2011. – 456 с. **8.** Пашинский В.А. Методика определения коэффициентов сочетания усилий от снеговых, ветровых и крановых нагрузок // Стр. механика и расчет сооружений. – 1988. – №2. – С. 73 – 76. **9**. Пічугін С.Ф., Северин В.О. Питання частотного аналізу випадкових навантажень на будівельні конструкції // Зб. наук. праць (галузеве машинобудування, будівництво) / Полт. держ. техн.. ун-т ім.. Юрія Кондратюка. – Вип. 6. – Ч.2. – Полтава: ПДТУ, 2000. – С. 64. – 67. **10.** Пічугін С.Ф., Махінько А.В. Чисельно-аналітична методика розрахунку надійності елементів будівельних конструкцій // Зб. наук. пр. «Будівельні конструкції». – К.: НДІБК, 2005. – С. 242 – 251. **11**. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Физматгиз, 1962. – 564 с.
12. СНиП 2.01.07-85. Нагрузки и воздействия / Госстрой СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1987. – 36 с. **13**. Cornell C.A. Structural Safety Specifications Based on Second Moment Reliability Analysis // Symposium on Concept of Safety (London, 1969). Final report IABSE. – Zurich, 1969. – pp. 235 – 246. **14.** Hasofer A.M., Lind N.C. On Exact and Invariant Second-Moment Code Format // American Society of Civil Engineers: Journal of the Engineering Mechanics Division, 1974. – Vol. 100, No. EM1. – pp. 111 – 121. **15.** Шпете Г. Надежность несущих строительных конструкций. – М.: Стройиздат, 1994. – 288 с. **16.** Снарскис Б.И. О связи метода оптимальных значений с методом предельных состояний // Проблемы надежности в стр. проектировании. – Свердловск, 1972. – С. 206 – 211. **17.** Ditlevsen O. Generalized Second Moment Reliability Index // J. Struct. Mech. – Vol. 7, №4, 1979. – pp. 435 – 451.