

УДК 691.332

## РОЗРАХУНОК МІЦНОСТІ ШТУЧНОГО ГІПСОВОГО КАМЕНЮ

## РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ИСКУССТВЕННОГО ГИПСОВОГО КАМНЯ

## THE CALCULATION OF STRENGTH OF ARTIFICIAL GYPSUM STONE

**Ковалик І.В., к.т.н., Безусяк О.В., к.т.н., доц.** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

**Ковалик И.В., к.т.н., Безусяк А.В., к.т.н., доц.** (Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно)

**Kovalik I. V., Ph.D., Bezusyak O. V., Ph.D., Assoc.,** (National University of Water Management and Nature, Rivne)

**В статті приводяться теоретичні дослідження по визначенню міцності штучного гіпсового каменю. Отримані теоретичні залежності та доказана їх адекватність. Викладена методика проектування складу штучного гіпсового каменю. Приведено приклад розрахунку.**

**В статье приводятся теоретические исследования по определению прочности искусственного гипсового камня. Полученные теоретические зависимости и доказана их адекватность. Изложена методика проектирования состава искусственного гипсового камня. Приведены пример расчета.**

**The theoretical research of strength determination for artificial gypsum stone is shown in the article. The theoretical dependencies are obtained and their adequacy was proved. The methodology of the artificial gypsum stone composition is proposed. The example of the calculation is proposed.**

**При замішуванні гіпсового в'язучого утворюється гіпсове тісто певної консистенції. Внаслідок проходження хімічної реакції переходу напівгідрату  $\text{CaSO}_4 \cdot 0,5\text{H}_2\text{O}$  в двогідрат  $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$  відбувається утворення штучного гіпсового каменю, який включає в себе поряд з хімічно зв'язаною водою і воду, що не вступила в хімічну реакцію [1]. При сушінні вологого штучного гіпсового каменю надлишкова вода випаровується, внаслідок чого утворюються пори різного розміру та конфігурації. Наявність пор призводить до зменшення активної площі поперечного перерізу гіпсового каменю, що сприяє механічні навантаження, та зменшення його несучої здатності. В**

якості розрахункової (спрощеної) схеми розглянута елементарна комірка кубічної форми гіпсового каменю з порою у вигляді сфери (рис. 1).

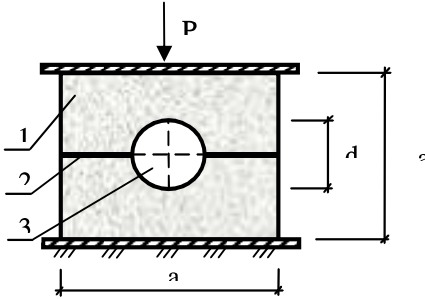


Рис. 1. Розрахункова схема елементарної комірки з порою по визначенню її несучої здатності:

- 1 – тверда фаза гіпсового каменю;
- 2 – можлива поверхня руйнування;
- 3 – поря

**Прийmemo гіпотезу**, що несуча здатність комірки пропорційна мінімальній активній площі поперечного перерізу твердої фази гіпсового каменю. При навантаженні цієї комірки силою  $P$ , тобто певною граничною силою, більшою ніж її несуча здатність, відбувається руйнування комірки. Її руйнування більше всього відбудеться в перерізі, який проходить через вісь пори. Тоді несуча здатність комірки  $P_k$  запишеться рівнянням:

$$P_k = R_0 F_0, \quad (1)$$

де  $R_0$  – коефіцієнт, що умовно відображає міцність твердої фази гіпсового каменю, МПа;  $F_0$  – площа поперечного перерізу твердої фази гіпсового каменю,  $\text{мм}^2$ .

Згідно розрахункової схеми площа твердої фази гіпсового каменю в даному перерізі визначається за залежністю:

$$F_0 = a^2 - \frac{\pi d^2}{4} = a^2 - \frac{\pi}{4} \eta^2 a^2 = a^2 \left( 1 - \frac{\pi}{4} \eta^2 \right), \quad (2)$$

де  $a$  – довжина ребра комірки кубічної форми, мм;  $d$  – діаметр пори сферичної форми, мм;  $\eta = d/a$ .

Об'єм кубічної комірки по відношенню до об'єму твердої фази гіпсового каменю в ній назвемо кратністю гіпсового каменю:

$$\beta_{г.к} = \frac{V_k}{V_0} = \frac{V_k}{V_k - V_p} = \frac{a^3}{a^3 - \frac{\pi}{6} \eta^3 a^3} = \frac{1}{1 - \frac{\pi}{6} \eta^3}, \quad (3)$$

де  $V_k$  – об'єм розглянутої комірки,  $\text{мм}^3$ ;  $V_0$  – об'єм твердої фази в комірці гіпсового каменю,  $\text{мм}^3$ ;  $V_p$  – об'єм пори,  $\text{мм}^3$ . Під об'ємом твердої фази гіпсового каменю будемо розуміти об'єм двогідрату, що утворився при хімічній реакції.

З рівняння (3) отримаємо:

$$\eta = \sqrt[3]{\frac{6}{\pi} \left(1 - \frac{1}{\beta_{г.к}}\right)}. \quad (4)$$

Враховуючи рівняння (1)-(4), несуча здатність комірки виражається за залежністю:

$$P_k = R_0 a^2 \left(1 - \frac{\pi}{4} \left(\frac{6}{\pi} \left(1 - \frac{1}{\beta_{г.к}}\right)\right)^{2/3}\right). \quad (5)$$

Міцність комірки на стиск визначиться рівнянням:

$$R_k = \frac{P_k}{a^2} = R_0 \left(1 - \frac{\pi}{4} \left(\frac{6}{\pi} \left(1 - \frac{1}{\beta_{г.к}}\right)\right)^{2/3}\right). \quad (6)$$

В даному рівнянні невідома величина  $\beta_{г.к}$ . Її отримаємо наступним чином:

$$\beta_{г.к} = \frac{V_k}{V_0} = \frac{\Gamma/\rho_{г.в} + B/\rho_B}{A_x \cdot \Gamma/\rho_0} = \frac{1/\rho_{г.в} + B/(\rho_B \Gamma)}{A_x / \rho_0} = \frac{\rho_0}{A_x} \left(\frac{1}{\rho_{г.в}} + \frac{B}{\rho_B \Gamma}\right), \quad (7)$$

де  $\rho_{г.в}$  – густина гіпсового в'язучого,  $\rho_{г.в}=2,65$  г/см<sup>3</sup> [1];  $\rho_B$  – густина води,  $\rho_B=1$  г/см<sup>3</sup>;  $\rho_0$  – густина твердої фази гіпсового каменю (двогідрату сульфату кальцію),  $\rho_0=2,3$  г/см<sup>3</sup> [2];  $\Gamma$  – маса гіпсового в'язучого, г;  $B$  – маса води, г;  $A_x$  – коефіцієнт який враховує масу води що вступила в хімічну реакцію (він залежить від особливостей гіпсового в'язучого, умов проходження реакції гідратації і визначається дослідним шляхом),  $A_x=1,14 - 1,18$ .

Тоді рівняння для визначення міцності комірки кубічної форми в залежності від водогіпсового відношення прийме вид:

$$R_k = R_0 \left(1 - \frac{\pi}{4} \left(\frac{6}{\pi} \left(1 - \frac{A_x}{\rho_0 (1/\rho_{г.в} + B/(\rho_B \Gamma))}\right)\right)^{2/3}\right). \quad (8)$$

Середня густина комірки гіпсового каменю визначиться за залежністю:

$$\rho_{г.к} = \frac{\Gamma \cdot A_x}{\Gamma/\rho_{г.в} + B/\rho_B} = \frac{A_x}{1/\rho_{г.в} + B/(\rho_B \Gamma)}. \quad (9)$$

З рівнянь (7) і (9) маємо:

$$\left(1/\rho_{г.в} + B/(\rho_B \Gamma)\right) = \frac{\beta_{г.к} \cdot A_x}{\rho_0} = \frac{A_x}{\rho_{г.к}}. \quad (10)$$

Тоді кратність гіпсового каменю на основі рівняння (10) прийме вид:

$$\beta_{г.к} = \frac{\rho_0}{\rho_{г.к}}, \quad (11)$$

де  $\rho_{г.к}$  – густина гіпсового каменю, г/см<sup>3</sup> (кг/дм<sup>3</sup>).

Враховуючи рівняння (11), формула по визначенню міцності комірки в залежності від її густини має вид:

$$R_k = R_0 \left( 1 - \frac{\pi}{4} \left( \frac{6}{\pi} \left( 1 - \frac{\rho_{г.к}}{\rho_0} \right) \right)^{2/3} \right). \quad (12)$$

Якщо ввести коефіцієнт:

$$K = \frac{\pi}{4} \left( \frac{6}{\pi} \right)^{2/3} = 1,209, \quad (13)$$

рівняння (8) і (12) можна представити у виді:

$$R_k = R_0 \left( 1 - K \left( 1 - \frac{A_x}{\rho_0 (1/\rho_{г.в} + B/(\rho_v \Gamma))} \right)^{2/3} \right), \quad (14)$$

$$R_k = R_0 \left( 1 - K \left( 1 - \frac{\rho_{г.к}}{\rho_0} \right)^{2/3} \right). \quad (15)$$

**В сукупності тверді стінки комірок** утворюють просторовий каркас, який є основою штучного гіпсового каменю. На рис. 2. показані можливі поверхні руйнування каркасу в залежності від вмісту води і відповідно пор в гіпсовому камені. При великій кількості надлишкової води пори мають великий об'єм і поверхня руйнування практично дорівнює поперечному перерізу гіпсового каменю (рис. 2 а). При зменшенні кількості надлишкової води поверхня руйнування збільшується по відношенню до поперечного перерізу гіпсового каменю, тому що вона стає криволінійною (рис. 2 б).

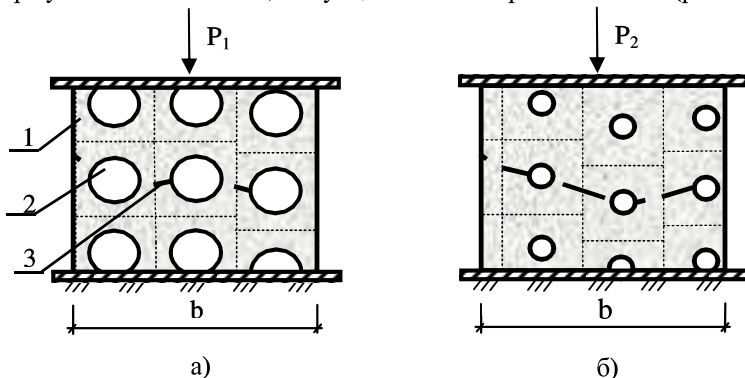


Рис. 2. Розрахункові схеми каркасу гіпсового каменю при різних водогіпсових відношеннях: 1 – тверда фаза гіпсового каменю; 2 – пори; 3 – можлива поверхня руйнування

В рівняннях (14) і (15) коефіцієнт К враховує відношення площі поперечного перерізу сферичної пори до її об'єму. В реальних умовах в поризованому водою гіпсовому каркасі пори можуть одночасно бути різної форми. При переході від елементарної комірки до макрооб'ємів, особливості порового простору гіпсового каменю (рівномірність розподілення пор, їх розміри, форма та ін.) можна характеризувати коефіцієнтом макроструктури  $A_m$ , що замінює коефіцієнт К ( $A_m > K$ ). З урахуванням цього коефіцієнта рівняння (14) і (15) при  $\rho_b = 1 \text{ г/см}^3$  запишуться у вигляді:

$$R_{г.к} = R_0 \left( 1 - A_m \left( 1 - \frac{A_x}{\rho_0 (1/\rho_{г.б} + B/\Gamma)} \right)^{2/3} \right) \quad (16)$$

$$R_{г.к} = R_0 \left( 1 - A_m \left( 1 - \frac{\rho_{г.к}}{\rho_0} \right)^{2/3} \right). \quad (17)$$

Рівняння (16) виражає міцність штучного гіпсового каменю в залежності від водогіпсового відношення, а рівняння (17) – від його густини.

В табл. 1 наведені експериментальні дані отримані Х. Брюкнером та ін. [3].

Таблиця 1

Залежність міцності гіпсового каменю від його густини та стану [3]

Величини	Штучний гіпсовий камінь							
	0,73	0,79	0,82	0,91	1,01	1,11	1,19	1,33
$\rho_{сух}$ , кг/дм <sup>3</sup>	0,73	0,79	0,82	0,91	1,01	1,11	1,19	1,33
$R_{г.к}^{вол*}$ , МПа	1,27	1,44	1,88	2,77	3,7	4,81	6,02	8,45
$\rho_{сух}$ , кг/дм <sup>3</sup>	0,76	0,79	0,82	0,91	1,02	1,11	1,19	1,34
$R_{г.к}^{сух*}$ , МПа	3,19	3,80	4,68	6,25	9,11	11,25	12,81	21,2

\*  $R_{г.к}^{вол}$  – міцність гіпсового каменю у вологому,  $R_{г.к}^{сух}$  – сухому стані.

По дослідним точкам [3] побудовані графіки залежності міцності від густини поризованого водою гіпсового каменю (рис. 3). Ці дослідні точки апроксимовані за допомогою рівняння (17). На основі статистичного аналізу було підібрано значення коефіцієнта  $A_m = 1,22$ . Для отриманих рівнянь (16) і (17) дисперсія адекватності  $S_a^2 = 1,26$  при  $f_1 = 15$  степенях вільності. Дисперсія відтворюваності наших експериментів  $S_b^2 = 0,58$  при  $f_2 = 16$  степенях вільності. Розрахунковий критерій Фішера при надійності 95 % дорівнює 2,29 і є меншим табличного [4, 5]:

$$F_p = \frac{1,26}{0,58} = 2,17 < F_t = 2,35.$$

Тому рівняння (16) і (17) є адекватними і прийняту гіпотезу, що несуча здатність елементарної комірки і штучного гіпсового каменю в цілому пропорційна мінімальній активній площі поперечного перерізу твердої фази гіпсового каменю, можна вважати вірною. Із рівняння (9) випливає, що кількість води яка необхідна для отримання гіпсового каменю заданої густини:

$$V = \rho_v \Gamma \left( \frac{A_x}{\rho_{г.к}} - \frac{1}{\rho_{г.в}} \right). \quad (18)$$

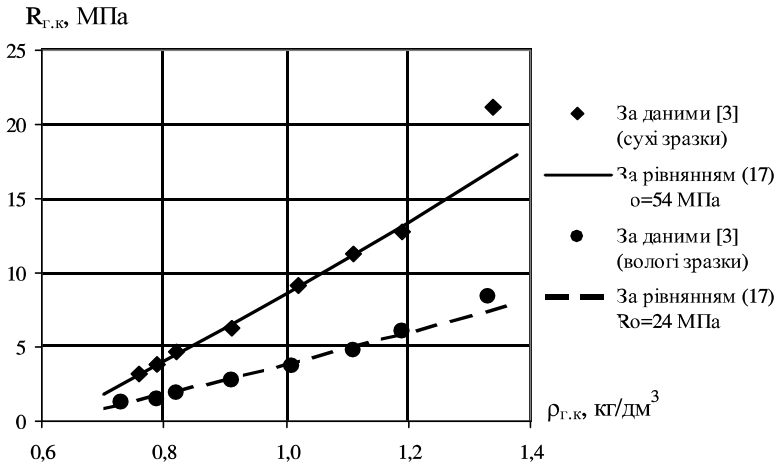


Рис. 3. Залежність міцності сухого та вологого поризованого водою гіпсового каменю від його густини

Кількість гіпсового в'язучого необхідного для отримання 1 м<sup>3</sup> штучного гіпсового каменю визначиться із співвідношення:

$$\frac{\Gamma \cdot A_x}{\rho_{г.к}} = 1000 ; \quad (19)$$

$$\Gamma = \frac{1000}{A_x} \rho_{г.к} . \quad (20)$$

**Задача проектування складу штучного гіпсового каменю** полягає у визначенні за даною густиною його міцності та складу гіпсового тіста.

Порядок розрахунку наступний:

1. Визначаємо за заданою густиною штучного гіпсового каменю витрату гіпсового в'язучого, кг:

$$\Gamma = 1000 \rho_{г.к} / A_x .$$

2. Визначаємо необхідну кількість води, яка забезпечить отримання гіпсового каменю заданої густини, л:

$$B = \rho_B \Gamma \left( \frac{A_x}{\rho_{г.к}} - \frac{1}{\rho_{г.в}} \right).$$

3. Міцність гіпсового каменю заданої густини визначається за залежністю:

$$R = R_0 \left( 1 - A_M \left( 1 - \frac{\rho_{г.к}}{\rho_0} \right)^{2/3} \right).$$

### Приклад розрахунку на 1м<sup>3</sup>:

Розрахувати склад штучного гіпсового каменю густиною 0,9 кг/дм<sup>3</sup> і визначити його міцність у вологому та сухому станах:

1. Визначаємо витрату гіпсового в'язучого, кг:

$$\Gamma = 1000 \rho_{г.к} / A_x = 1000 \cdot 0,9 / 1,16 = 776 \text{ кг}.$$

2. Визначаємо необхідну кількість води, яка забезпечить отримання гіпсового каменю заданої густини:

$$B = \rho_B \Gamma \left( \frac{A_x}{\rho_{г.к}} - \frac{1}{\rho_{г.в}} \right) = 776 \left( \frac{1,16}{0,9} - \frac{1}{2,65} \right) = 707 \text{ л}.$$

3. Міцність гіпсового каменю у вологому стані визначається за залежністю:

$$R_{г.к}^{\text{вол}} = R_0^{\text{вол}} \left( 1 - A_M \left( 1 - \frac{\rho_{г.к}}{\rho_0} \right)^{2/3} \right) = 24 \left( 1 - 1,22 \left( 1 - \frac{0,9}{2,3} \right)^{2/3} \right) = 2,97 \text{ МПа}.$$

4. Міцність гіпсового каменю у сухому стані визначається за залежністю:

$$R_{г.к}^{\text{сух}} = R_0^{\text{сух}} \left( 1 - A_M \left( 1 - \frac{\rho_{г.к}}{\rho_0} \right)^{2/3} \right) = 54 \left( 1 - 1,22 \left( 1 - \frac{0,9}{2,3} \right)^{2/3} \right) = 6,68 \text{ МПа},$$

де  $\rho_{г.в}$  – густина гіпсового в'язучого,  $\rho_{г.в}=2,65$  г/см<sup>3</sup>;  $\rho_0$  – густина твердої фази гіпсового каменю,  $\rho_0=2,3$  г/см<sup>3</sup>;  $A_x$  – коефіцієнт який враховує масу води, яка вступила в хімічну реакцію,  $A_x=1,16$ ;  $A_M$  – коефіцієнт макроструктури гіпсового каменю  $A_M=1,23$ ;  $R_0$  – коефіцієнт, що характеризує міцність твердої фази гіпсового каменю. Для гіпсового каменю у вологому стані –  $R_0^{\text{вол}}=24$  МПа, у сухому -  $R_0^{\text{сух}}=54$  МПа.

1. ДСТУ Б В.2.7-82-99 "Будівельні матеріали. В'язучі гіпсові. Технічні умови".
2. Пашенко О. О. та ін. В'язучі матеріали: Підручник: Пер. з рос./О. О. Пашенко, В. П. Сербін, О. О. Старчевська. – К.: Вища шк., 1995. – 416 с.
3. Гипс: Изготовление и применение гипсовых строительных материалов.: Пер. с нем./Х. Брюнкер, Е. Дейлер, Г. Фитч и др.; Под ред. В. Б. Рагинова. – М.: Стройиздат, 1981. – 223 с.
4. Рекомендации по применению методов математического планирования эксперимента в технологии бетона. М., НИИЖБ Госстроя СССР. 1982, с.103.
5. Монтгомери Д. К. Планирование эксперимента и анализ данных: Пер. с англ. – Л.: Судостроение, 1980. – 384 с. ил.