

УДК 624.012.25

**РОЗРАХУНОК ДЕРЕВ'ЯНИХ БАЛОК ПРЯМОКУТНОГО ПЕРЕРІЗУ З
ВРАХУВАННЯМ УТВОРЕННЯ СКЛАДОК В СТИСНУТІЙ ЗОНІ**

**РАСЧЕТ ДЕРЕВЯННЫХ БАЛОК ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ С
УЧЕТОМ ОБРАЗОВАНИЯ СКЛАДОК В СЖАТОЙ ЗОНЕ**

**STRENGTH OF WOOD BEAMS TAKING INTO ACCOUNT CREASE IN
COMPRESSION ZONE**

Гомон С.С. к.т.н., проф., Гомон П.С., к.т.н., доц., Сасовський Т.А.
асистент. (Національний університет водного господарства та
природокористування, м. Рівне)

Гомон С.С. к.т.н., проф., Гомон П.С., к.т.н., доц., Сасовський Т.А.
асистент. (Национальный университет водного хозяйства и
природоиспользования, г. Ровно)

Gomon S.S. PhD, prof., Gomon P.S. PhD, senior teacher, Sasovskii T.A.
assistant (National University of Water and Environmental Engineering)

Наведені рівняння рівноваги для розрахунку дерев'яної балки.
Запропонований розрахунок дерев'яних балок прямокутного перерізу з
врахуванням виникнення складок в стиснутій зоні. Встановлено
граничну відносну деформацію деревини в стиснутій зоні балки.

Приведенные уравнения равновесия для расчета деревянной балки.
Предложенный метод расчета деревянных балок прямоугольного
сечения с учетом возникновения складок в сжатой зоне. Установлена
предельна относителна деформація деревини в сжатой зоне балки.

**In the article you can find the equilibrium equations to calculate the wooden
beams. The calculation method of the rectangular cross section wooden beams
taking into account crease in the compressed zone was proposed. Maximal
deformation in the compressed zone of the beam was established.**

Ключові слова:

Дерев'яна конструкція, дерев'яна балка.
Деревянная конструкция, деревянная балка.
Wooden structure, wooden beams.

Стан питання. Перевірка несучої здатності поперечних перерізів
елементів за чинними нормами проектування конструкцій з деревини

[1,2,3,4] які діють на теренах різних країн не встановлює обов'язкові вимоги щодо використання нелінійних розрахункових моделей. Несуча здатність визначається за лінійної залежності навантажувальних ефектів від параметрів, пропорційно яким змінюється величина навантаження. В розрахунковій моделі поперечного перерізу, при розгляданні несучої здатності, прийнята трикутна епюра напружень у стиснутій і в розтягнутій зонах деревини. За незмінності епюр стиснутої та розтягнутої зон деревини згинального елемента, не змінюється і положення нейтральної лінії, що не відповідають дійсному їх становищу. Це не вможливило встановлення напружено-деформованого стану нормального перерізу згинального елемента на різних стадіях роботи. Уникнути цих недоліків можна шляхом визнання деревини як пружно-пластичного матеріалу і прийняттям криволінійної епюри напружень у деревині стиснутої зони, що в більшій мірі відповідає дійсній роботі поперечних перерізів.

Передумови розрахунку. Розглянемо дерев'яний згинальний елемент рис. 1.

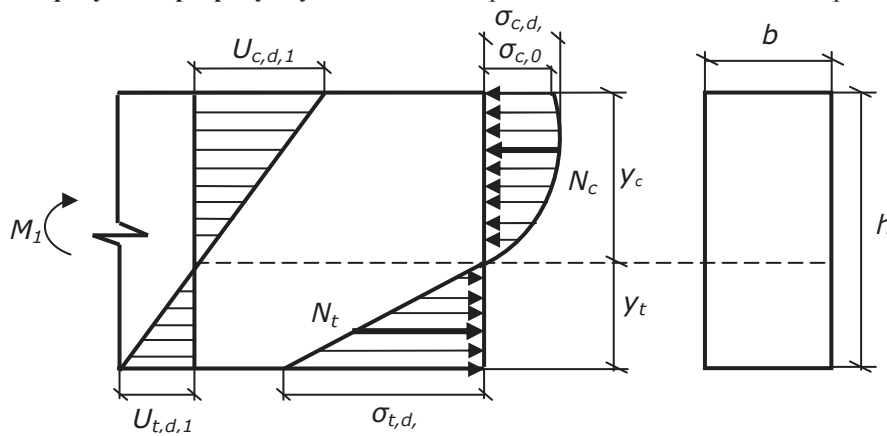


Рис.1. Поперечний переріз, відносні деформації та внутрішні зусилля в прямокутному дерев'яному перерізі

За фіксованих значень висоти стиснутої зони деревини $y_1 = y_c$, деформацій крайнього стиснутого волокна деревини – $u_{c,d} = u_{c,d,1}$, деформацій крайнього розтягнутого шару деревини – $u_{t,d} = u_{t,d,1}$, рівняння рівноваги зовнішніх і внутрішніх зусиль в нормальному перерізі мають вигляд:

$$\sum M_{н.л.} = 0; \quad M_1 = M_{c,d,1} + M_{t,d,1}; \quad (1,2)$$

$$\sum N = 0; \quad N_{c,d,1} = N_{t,d,1}, \quad (3)$$

де $M_{c,d,1}$ і $M_{t,d,1}$ – згинальні моменти, які виникають від дії зовнішнього моменту M_1 , відповідно у стиснутій та розтягнутій деревині; $N_{c,d,1}$ і $N_{t,d,1}$ – рівнодіючі внутрішніх зусиль у стиснутій та розтягнутій деревині.

Напруження, які виникають в нормальному перерізі згинального елемента, описуємо двома функціями:

1) перша функція є прямолінійною та описує напруження в розтягнутій зоні дерев'яного елемента і діє в межах від 0 до y_t ;

$$\sigma_{t,d} = f_1(u) = E_{0,05} \cdot u_{t,d}, \quad (4)$$

де $E_{0,05}$ - модуль пружності деревини за дії розтягу за 5% деформацій матеріалу; $u_{t,d}$ - відносні деформації за дії розтягу деревини;

2) друга функція описує напруження, що виникають на ділянці стиснутої зони дерев'яного елемента в межах від 0 до y_c є криволінійною

$$\sigma_{c,d} = f_2(u) = k_1 u_{c,d} + k_c u_{c,d}^2, \quad (5)$$

де k_1, k_c - коефіцієнти поліному пропонується визначати за виразами:

$$k_1 = \frac{2 f_{c,o,d}}{u_{c,fin,d}}; \quad (6)$$

$$k_c = -\frac{f_{c,o,d}}{u_{c,fin,d}^2}, \quad (7)$$

де $f_{c,o,d}$ - розрахункове значення стиску вздовж волокон; $u_{c,fin,d}$ - відносні повні деформації при стиску деревини вздовж волокон.

Зусилля розтягу в даному перерізі буде дорівнювати:

$$N_t = b \int_0^{y_t} f_1(u) dy = b \int_0^{u_{t,d,1}} Eu \frac{y_t}{u_{t,d,1}} du = \frac{1}{2} b y_t E u_{t,d,1}, \quad (8)$$

де $dy = \frac{y_t}{u_{t,d,1}} du$.

Зусилля стиску в даному перерізі визначається:

$$N_c = b \int_0^{y_c} f_2(u) dy = b \int_0^{u_{c,d,1}} (k_1 u + k_c u^2) \frac{y_c}{u_{c,d,1}} du = b y_c \left(\frac{k_1 u_{c,d,1}}{2} + \frac{k_c u_{c,d,1}^2}{3} \right), \quad (9)$$

де $dy = \frac{y_c}{u_{c,d,1}} du$.

Згинальний момент від нейтральної лінії для розтягнутої зони в даному перерізі буде дорівнювати:

$$M_t = b \int_0^{y_t} y \cdot f_1(u) dy = b \int_0^{u_{t,d,1}} Eu^2 \frac{y_t^2}{u_{t,d,1}^2} du = \frac{1}{3} by_t^2 Eu_{t,d,1}; \quad (10)$$

$$\text{де } dy = \frac{y_t}{u_{t,d,1}} du, \quad y = \frac{y_t}{u_{t,d,1}} u$$

Згинальний момент від нейтральної лінії для стиснутої зони в даному перерізі визначається:

$$M_c = b \int_0^{y_c} y \cdot f_2(u) dy = b \int_0^{u_{c,d,1}} (k_1 u^2 + k_c u^3) \frac{y_c^2}{u_{c,d,1}^2} du = by_c^2 \left(\frac{k_1 u_{c,d,1}}{3} + \frac{k_c u_{c,d,1}^2}{4} \right) \quad (11)$$

$$\text{де } dy = \frac{y_c}{u_{c,d,1}} du, \quad y = \frac{y_c}{u_{c,d,1}} u.$$

Для розрахунку дерев'яної балки запишемо систему рівнянь, які складаються з рівноваги зусиль, які виникають в балці, та співвідношень відносних деформації до висоти стиснутої і розтягнутої зон:

$$\begin{cases} N_{c,d,1} = N_{t,d,1} \\ \frac{u_{c,d,1}}{y_c} = \frac{u_{c,t,1}}{y_t} \end{cases} \text{ або } \begin{cases} by_c \left(\frac{k_1 u_{c,d,1}}{2} + \frac{k_c u_{c,d,1}^2}{3} \right) = \frac{1}{2} by_t Eu_{t,d,1} \\ \frac{u_{c,d,1}}{y_c} = \frac{u_{c,t,1}}{y_t} \end{cases} \quad (12)$$

При врахуванні того, що руйнування балок відбувається при досяганні в розтягнутій зоні граничної деформації $u_{t,d,1} = u_{t,d,0}$, результатом спрощення даного рівняння є неповне рівняння третього степеня, коренем якого є $u_{c,t,1}$.

$$\frac{1}{3} k_c u_{c,t,1}^3 + \frac{1}{2} k_1 u_{c,t,1}^2 - \frac{1}{3} E u_{c,t,0}^2 = 0 \quad (13)$$

Проаналізувавши рівняння (13) можна сказати, що для певної деревини з однаковими фізичними характеристиками k_c , k_1 , E , $u_{t,d,0}$, існує єдине значення граничних відносної деформації, яких досягає деревина в найбільш стиснутому волокні. А це означає, що для даної балки є єдиний розв'язок, який включає в себе сталі співвідношення між стиснутою і розтягнутою зонами балки з однаковими коефіцієнтами повноти епюр напружень. Для прикладу проведемо розрахунок балки.

Розрахунок дерев'яної балки розглянемо на прикладі.

Дано: дерев'яна балка висотою $h = 150 \text{ см}$ $b = 100 \text{ см}$, при випробуванні було встановлено значення фізичних характеристик деревини, які складають

$$k_c = -1,28 \cdot 10^6 \text{ МПа}, \quad k_1 = 1,6 \cdot 10^4 \text{ МПа}, \quad E = 1,6 \cdot 10^4 \text{ МПа}, \quad u_{t,d,0} = 0,0055.$$

Визначити згинальний момент, який сприйме переріз балки.

Розв'язок:

За допомогою формули (13) побудуємо криву, яка описує функцію $f(u_{c,d,1}) = \frac{1}{3}k_c u_{c,t,1}^3 + \frac{1}{2}k_1 u_{c,t,1}^2 - \frac{1}{3}E u_{c,t,0}^2$ на проміжку $\varepsilon_{c,d,1} = 0 \dots 0,08$.

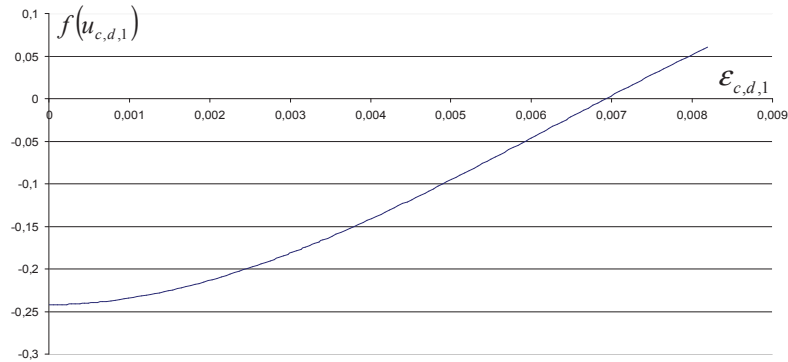


Рис. 2. Функція $f(u_{c,d,1})$ на проміжку $\varepsilon_{c,d,1} = 0 \dots 0,08$

З графіку видно, що рішенням рівняння (13) буде за відносної деформації в стиснутій зоні рівній $\varepsilon_{c,d,1} = \varepsilon_{c,d,0} = 0,069$. Виконаємо перевірку рівноваги перерізу:

$$N_t = \frac{1}{2} b y_t E u_{t,d,1} = (0,5 \cdot 10 \cdot 6,65 \cdot 1,6 \cdot 10^4 \cdot 0,0055) / 10 = 292 \text{кН};$$

$$\text{де } y_t = u_{c,t,0} \cdot h / (u_{c,d,0} + u_{c,t,0}) = 0,0055 \cdot 15 / (0,0055 + 0,0069) = 6,65 \text{см}$$

Зусилля стиску в даному перерізі будуть дорівнювати:

$$N_c = b y_c \left(\frac{k_1 u_{c,d,1}}{2} + \frac{k_c u_{c,d,1}^2}{3} \right) = 10 \cdot 8,27 \cdot \left(\frac{1,6 \cdot 10^4 \cdot 0,0069}{2} + \frac{-1,28 \cdot 10^6 \cdot 0,0069^2}{3} \right) = 289 \text{кН}$$

$$y_c = u_{c,d,0} \cdot h / (u_{c,d,0} + u_{c,t,0}) = 0,0069 \cdot 15 / (0,0055 + 0,0069) = 8,35 \text{см}$$

Так, як $N_t = 292 \text{кН} \approx N_c = 289 \text{кН}$ можна вважати, що переріз в стані рівноваги, тому можна визначити момент, який сприймає переріз.

$$M_{Ed} = M_c + M_t = b y_c^2 \left(\frac{k_1 u_{c,d,1}}{3} + \frac{k_c u_{c,d,1}^2}{4} \right) + \frac{1}{3} b y_t^2 E u_{t,d,1} =$$

$$= 10 \cdot 8,27^2 \cdot \left(\frac{1,6 \cdot 10^4 \cdot 0,0069}{3} + \frac{-1,28 \cdot 10^6 \cdot 0,0069^2}{4} \right) / 10 +$$

$$+ (1/3 \cdot 10 \cdot 6,65^2 \cdot 1,6 \cdot 10^4 \cdot 0,0055) / 10 = 2772 \text{кНсм} = 27,72 \text{кНм}$$

Згинальний момент, що може сприйняти переріз складає $M_{Ed} = 27,72 \text{кНм}$

Алгоритм для визначення згинального моменту методом зміни положення нейтральної лінії в балці з деревини приведено на рис. 3.

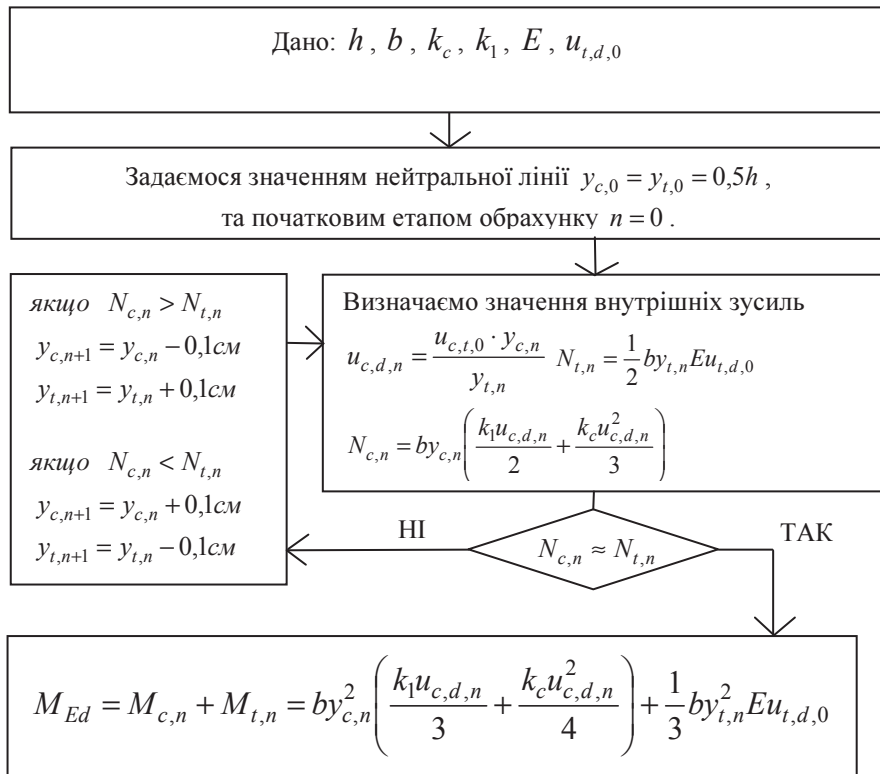


Рис. 3. Алгоритм для визначенням згинального моменту

Висновок. Запропоновано методику та складено алгоритм визначення несучої здатності згинальних елементів з деревини з використанням деформаційної моделі.

1. ДБН В.2.6-161:2010. Конструкції будинків і споруд. Дерев'яні конструкції. Основні положення. – Київ: Укрархбудінформ, 2011.- 102с. 2. ДСТУ-Н Б В.2.6-184:2012 Конструкції з цільної та клеєної деревини. Настанова з проектування. - Київ: Мінрегіонбуд України, 2013.-158с. 3. СНиП П-25-80. – Деревянные конструкции. Нормы проектирования. –М.: Стройиздат, 1982. – 65 с. 4. Eurocode 5. Design of timber structures. Part 1.1.General rules and rules for buildings. – 1995. - 124p.