

РОЗРАХУНОК НОРМАЛЬНИХ ПЕРЕРІЗІВ КОСОЗАВАНТАЖЕНИХ ЕЛЕМЕНТІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ДІАГРАМ ЇХ СТАНУ

РАСЧЕТ НОРМАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ КОСОАГРУЖЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИАГРАММ ИХ СОСТОЯНИЯ

CALCULATION OF NORMAL SECTIONS OF THE BIAXIAL BENT ELEMENTS USING THEIR STATE DIAGRAMS

Бабич Є.М., д.т.н., проф., Ромашко В.М., к.т.н., доц. (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

Бабич Е.М., д.т.н., проф., Ромашко В.Н., к.т.н., доц. (Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ривне)

Babich E.M., Doctor of Technical Sciences, Professor, Romashko V.M., Ph. D. in Engineering, Associate Professor (National University of Water Management and Nature Recourses Use, Rivne)

Для розкриття внутрішньої статичної невизначеності поперечного перерізу косоавантажених елементів в систему їх статичних, геометричних та фізичних співвідношень запропоновано залучати низку додаткових рівнянь та гіпотез. Найважливішими із них визначені: функція граничних деформацій стиснутого бетону, аналітична залежність узагальненої діаграми стану елемента «момент-кривина», гіпотеза про залежність основних параметрів напружено-деформованого стану косоавантажених елементів від кута нахилу нейтральної лінії.

Для раскрытия внутренней статической неопределенности поперечного сечения косоагруженных элементов в систему их статических, геометрических и физических соотношений предложено привлекать ряд дополнительных уравнений и гипотез. Важнейшими из них есть: функция предельных деформаций сжатого бетона, аналитическая зависимость обобщенной диаграммы состояния элемента «момент-кривизна», гипотеза о зависимости основных параметров напряженно-деформированного состояния косоагруженных элементов от угла наклона нейтральной линии.

To disclosing the internal static uncertainty of the cross-section of the biaxial (obliquely) bent reinforced concrete elements, it is proposed to involve into the system of their static, geometric and physical relationships a number of additional equations, conditions and hypotheses. The most important of them

are: the function of compressed concrete limiting deformations, the analytical dependence of the generalized element state diagram "moment-curvature", the dependence hypothesis of the stress-strain state main parameters of the obliquely bent elements on the slope angle of the neutral line. Three ways of determining its initial value are proposed: by the condition of elastic work of materials; by the hypothesis of the elliptic dependence of the stress-strain state parameters of the obliquely bent element on the slope angle of the neutral line; according to the hypothesis of proportional dependence of the stress-strain state parameters of the biaxial bent element on the slope angle of the neutral line.

The functional connection of the material deformation diagrams (concrete and reinforcement) with the state diagrams of the obliquely bent reinforced concrete elements in their calculations for the bearing strength, deflection and crack resistance is clearly outlined. The most important provisions of the elements fracture toughness theory are substantiated methodologically and maximally rid of empiricism. A technique for calculating the width of the opening of normal cracks and the distance between them is developed taking into account not only the adhesion of the reinforcement to the concrete, but also the changes in stress along the axis of the reinforcement. Due to the universal dependence "moment-curvature" closed solutions for determining the curvature and calculating the deformations (deflections) of the biaxial bent reinforced concrete elements by various methods, including energy ones, are obtained

Ключові слова:

Залізобетонні елементи, діаграми стану, косе завантаження, розрахунок
Железобетонные элементы, диаграммы состояния, косое нагружение, расчет
Reinforced concrete elements, state diagrams, biaxial bending, calculation

Постановка проблеми. Загальновідомо, що навіть в колишній силовій моделі особливості розрахунку позацентрово стиснутих залізобетонних елементів пов'язувалися з розкриттям внутрішньої статичної невизначеності їх перерізу та врахуванням впливу прогинів на несучу здатність [1; 2; 3].

Для косостиснутих елементів зазначені особливості набувають ще більшої вагомості. Адже із-за наперед невідомого кута нахилу нейтральної лінії θ та ж сама внутрішня статична невизначеність перерізу елемента зростає, а напрямок лінії прогинів залишається невідомим. Тому виконати розрахунок зазначених елементів без застосування ітераційних прийомів практично неможливо [4; 5].

В сучасних деформаційних моделях розкриття внутрішньої статичної невизначеності поперечного перерізу косостиснутих елементів та врахування впливу прогинів на їх напружено-деформований стан становить складну задачу. Тому розрахунки за граничними станами другої групи, а саме

визначення ширини розкриття тріщин і прогинів (жорсткості), здійснюються шляхом чисельних ітераційних операцій за допомогою доволі складного програмного забезпечення [6; 7; 8; 9, 10, 11]. Розробка ж інженерних методів розрахунку косодеформованих елементів вимагає застосування низки емпіричних залежностей, параметрів та коефіцієнтів.

Зменшити об'єм ітераційних обчислень та мінімізувати вплив емпіризму на розрахунки залізобетонних елементів, особливо косозігнутих та косостиснутих, можна за допомогою діаграм їх стану, закладених в основу деформаційно-силової моделі їх опору та здатних відтворювати реальний напружено-деформований стан зазначених елементів [12; 13].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В сучасних деформаційних моделях дуже мало уваги надається деформуванню косозавантажених елементів. Лише в окремих працях розроблені пропозиції щодо розрахунку несучої здатності косозігнутих елементів [14], та й то лише за повного використання міцністних властивостей арматури. Рекомендації ж чинних норм [9] є доволі загальними, тому розрахунки косозавантажених елементів перетворюються, зазвичай, в чисельні та багаторівневі ітераційні процеси, здійснення яких без комп'ютерної техніки зі спеціальним програмним забезпеченням стає практично неможливим.

Щодо методик розрахунку косозавантажених елементів за граничними станами другої групи, то в рамках деформаційних моделей вони практично залишились поза увагою, зважаючи на особливу складність відображення реального напружено-деформованого стану зазначених елементів.

Виділення питань, не вирішених в рамках загальної проблеми. В теорії залізобетону робота косозавантажених елементів характеризується підвищеною внутрішньою статичною невизначеністю, обумовленою неоднорідністю їх деформування не тільки вздовж висоти, але й ширини поперечного перерізу. Однак прийомів чи способів розкриття зазначеної невизначеності в нинішніх деформаційних моделях так і не запропоновано.

Повернення до реальної криволінійної епюри напружень стиснутого бетону повинно було б певною мірою сприяти вирішенню вищевказаної проблеми хоча б у розрахунках залізобетонних елементів за граничними станами першої групи. Але для цього необхідно знати граничні деформації стиснутого бетону \mathcal{E}_{cu} , а для косозавантажених елементів – ще й з урахуванням форми їх стиснутої зони. Нажаль, у жодній з відомих деформаційних моделей так і не запропоновано залежностей з прогнозування зазначених деформацій.

У розрахунках за граничними станами другої групи теж залишаються відсутніми будь-які рекомендації чи способи ефективного прогнозування відносних деформацій розтягнутої арматури чи крайніх фібр стиснутого бетону в нормальних перерізах залізобетонних елементів.

Мета статті. Дана стаття спрямована на розробку загальних рекомендацій щодо розкриття внутрішньої статичної невизначеності косозавантажених

залізобетонних елементів у їх розрахунках за граничними станами, здатних зрівноважити у точності загальну та інженерну методики розрахунку нормальних перерізів зазначених елементів за визначальними положеннями деформаційно-силової моделі їх опору [12, 13, 15].

Виклад основного матеріалу. Згідно деформаційно-силової моделі [[12, 13, 15] розрахунок косозавантажених залізобетонних елементів (рис. 1) пропонується здійснювати, як і плоскозавантажених, за загальноприйнятими принципами та передумовами механіки деформованого твердого тіла на основі системи: статичних співвідношень (рівнянь рівноваги), геометричних співвідношень (рівнянь спільності деформацій) та фізичних співвідношень (рівнянь стану матеріалів).

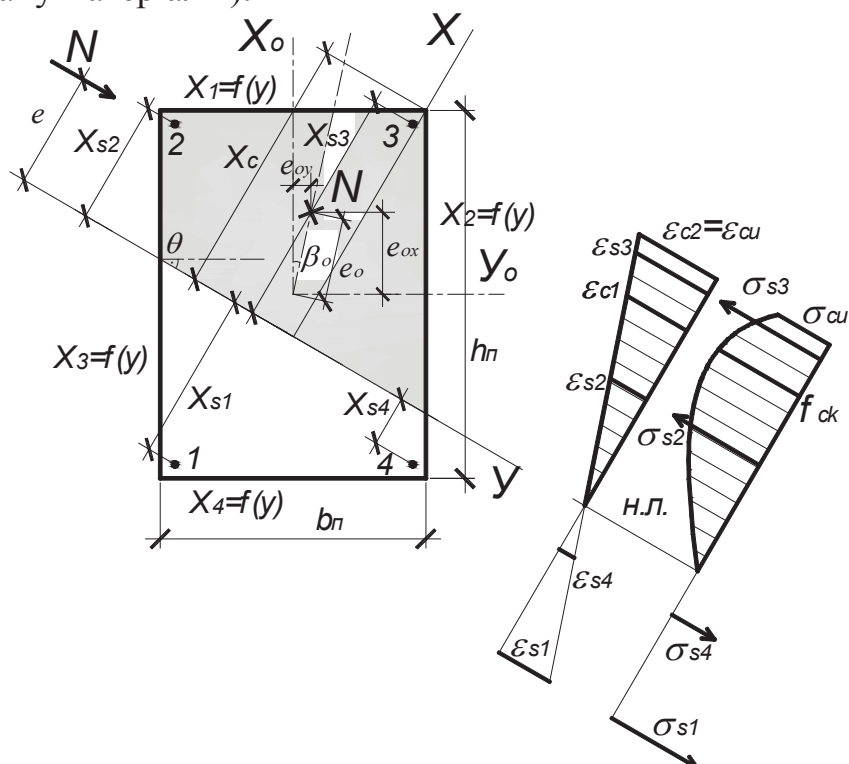


Рис. 1. До розрахунку косоствиснутого залізобетонного елемента

З метою максимального скорочення ітераційних обчислень, а в окремих випадках навіть їх повного уникнення, вищезгадану систему співвідношень пропонується доповнювати функцією граничних деформації стиснутого бетону ϵ_{cu} , аналітичною залежністю узагальненої діаграми стану $M - 1/r$ та одною із нижче рекомендованих гіпотез залежності основних параметрів напружено-деформованого стану косозавантажених елементів від кута нахилу нейтральної лінії θ .

Граничні деформації крайніх фібр стиснутого бетону рекомендується визначати залежно від параметрів армування перерізу елемента та ступеню неоднорідності деформування бетону з виразу

$$\eta_{cu} = \varepsilon_{cu} / \varepsilon_{c1} = 1 + 5^3 \cdot \alpha_s \cdot \frac{(k-1)}{(6-k)} \cdot \sum_{i=1}^n \rho_{li} \cdot \left(\frac{x_{si}}{x}\right)^2 + \beta_F \times$$

$$\times \left[\frac{(0,43 - 0,2(0,4 - m_h)^2)(1 - m_h^{3/2})(1 - m_h/k) \sqrt{(\ln k)^{(1-m_h^{3/2})}}}{1 + ((1/6 - 0,1 \cdot m_h^2)(k-2) \ln(6/k - 2(0,1 - m_h)))^2} + \right. \quad (1)$$

$$\left. + \frac{(0,43 - 0,2(0,4 - m_b)^2)(1 - m_b^{3/2})(1 - m_b/k) \sqrt{(\ln k)^{(1-m_b^{3/2})}}}{1 + ((1/6 - 0,1 \cdot m_b^2)(k-2) \ln(6/k - 2(0,1 - m_b)))^2} \right],$$

де k – характеристика деформативності (пружнопластичності) стиснутого бетону, $k = E_{co} \cdot \varepsilon_{c1} / f_{ck}$; x_{si} – відстань від нейтральної лінії до центра ваги стиснутих стержнів, напруження в яких в граничному стані не досягають межі текучості; ρ_{li} – коефіцієнт армування перерізу елемента тими ж стержнями, $\rho_{li} = A_{si} / (b_n \cdot h_n)$; β_F – коефіцієнт, що залежить від виду напружено-деформованого стану елемента і приймається: для стиснутих елементів – 1,0; для згинальних – 0,81; m_h – параметр неоднорідності деформування стиснутого бетону уздовж сторони h , $m_h = \varepsilon_{co,h} / \varepsilon_{c2}$; m_b – параметр неоднорідності деформування стиснутого бетону уздовж сторони b , $m_b = \varepsilon_{co,b} / \varepsilon_{c2}$ (рис. 2).

Форму стиснутої зони бетону визначають за її висотою $x_c = \varepsilon_{cu} / (1/r)$ і кутом нахилу нейтральної лінії θ та отримують у вигляді:

- прямокутника (рис. 2, а) при $x_c \geq h_d = h_n \cdot \cos \theta + b_n \cdot \sin \theta$;
- п'ятикутника (рис. 2, б) при $x_c / \cos \theta > h_n$ і $x_c / \sin \theta > b_n$;
- трапеції 1 (рис. 2, в) при $x_c / \cos \theta \leq h_n$ і $x_c / \sin \theta > b_n$;
- трапеції 2 (рис. 2, г) при $x_c / \cos \theta > h_n$ і $x_c / \sin \theta \leq b_n$;
- трикутника (рис. 2, д) при $x_c / \cos \theta \leq h_n$ та $x_c / \sin \theta \leq b_n$.

Узагальнену діаграму стану залізобетонного елемента доцільно описувати наступною залежністю

$$M = \frac{D_o \cdot 1/r - M_u \cdot ((1/r)/(1/r_u))^2}{1 + (D_o / M_u - 2/(1/r_u)) \cdot (1/r)}, \quad (2)$$

де D_o – початкове значення повної ($\sum E_i I_i$) або приведеної ($E_{co} I_{red,o}$) жорсткості залізобетонного елемента; $1/r_u$ – граничне значення кривизни залізобетонного елемента при вичерпанні несущої здатності.

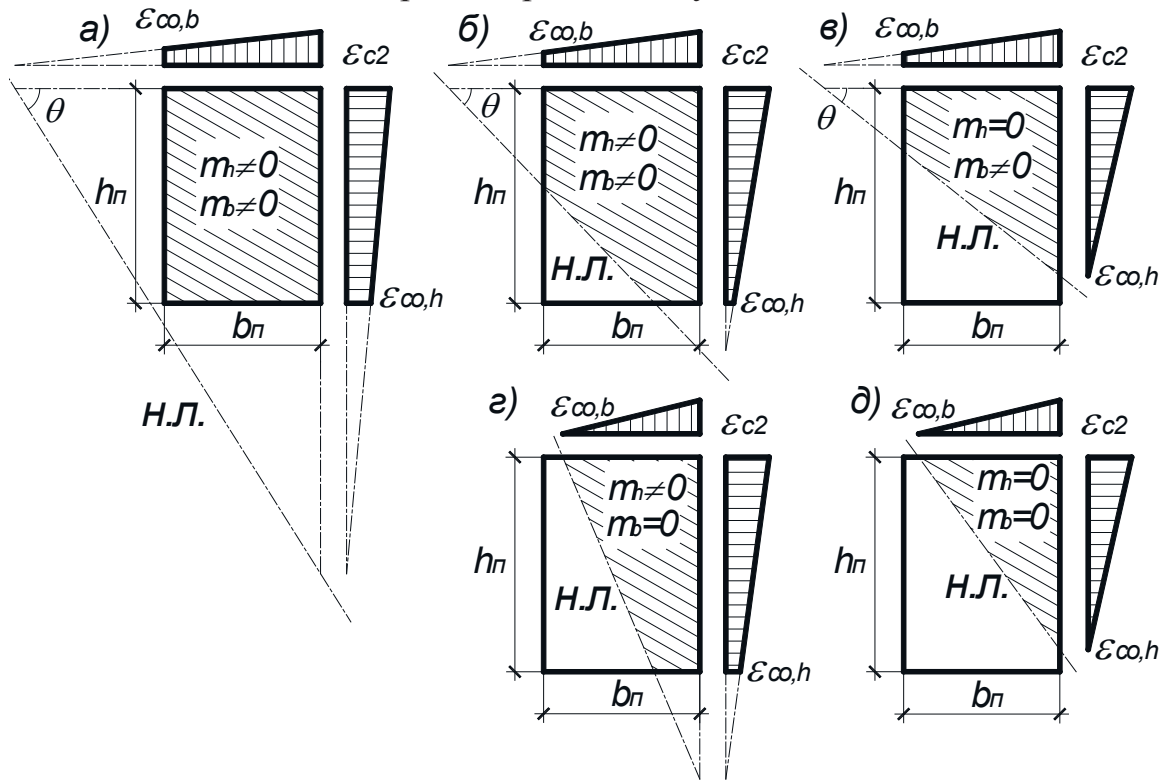


Рис. 2. Можливі випадки положення нейтральної лінії в косодеформованих залізобетонних елементах

Окремої уваги заслуговує кут нахилу нейтральної лінії θ . Його величину рекомендується розраховувати за одною із трьох нижчеописаних методик.

1. Якщо кут θ не зв'язувати з основними параметрами напружено-деформованого стану косозавантаженого елемента певними гіпотезами, то його попереднє значення доцільно приймати за умовою пружної роботи матеріалів

$$\operatorname{tg} \theta \approx \frac{E_c \cdot I_{x,red} - s_x \cdot l_{ox}^2 \cdot N}{E_c \cdot I_{y,red} - s_y \cdot l_{oy}^2 \cdot N} \cdot \operatorname{tg} \beta_o. \quad (3)$$

де $I_{x,red}, I_{y,red}$ – приведені моменти інерції перерізу елемента в напрямку осей X_o та Y_o відповідно;

l_{ox}, l_{oy} – розрахункові довжини елемента у тих же напрямках;

s_x, s_y – коефіцієнти, що залежать від схеми завантаження та закріплення елемента в напрямку тих же площин.

В подальшому він уточнюється разом з визначальними параметрами напружено-деформованого стану ($\epsilon_{c2}, \epsilon_{s1}, \epsilon_{ctv}, 1/r_u, f_u$ тощо) за двома

загальноприйнятими рівняннями рівноваги до незаперечного виконання додаткових умов (4) та (5) з обумовленою точністю δ

$$\left| (M_{u,i-1} - M_{u,i}) / M_{u,i-1} \right| \leq \delta ; \quad (4)$$

$$\left| (f_{u,i-1} - f_{u,i}) / f_{u,i-1} \right| \leq \delta . \quad (5)$$

При цьому діаграму стану залізобетонного елемента рекомендується представляти у вигляді $1/r = f(M)$ за формулою

$$\frac{1}{r} = \frac{1/r_u}{2M_u} \left[\left(1 - \frac{M}{M_u}\right) \frac{D_o}{r_u} + 2M - \sqrt{\left(\left(1 - \frac{M}{M_u}\right) \frac{D_o}{r_u} + 2M\right)^2 - 4M \cdot M_u} \right]. \quad (6)$$

2. Якщо прийняти гіпотезу еліптичної залежності параметрів напружено-деформованого стану косозавантаженого елемента від кута нахилу нейтральної лінії θ (рис. 3), то граничні моменти і прогини необхідно обчислювати за виразами [16]

$$M_{u\theta} = \sqrt{I / \left((\cos\theta / M_{ux})^2 + (\sin\theta / M_{uy})^2 \right)} ; \quad (7)$$

$$f_{u\theta} = \sqrt{I / \left((\cos\theta / f_{ux})^2 + (\sin\theta / f_{uy})^2 \right)} ; \quad (8)$$

з їх граничними значеннями в площинах X_o та Y_o , визначеними з окремих розрахунків косостиснутого елемента на позacentровий стиск

$$M_{ux} = N_{ux} \cdot e_{ux} ; \quad M_{uy} = N_{uy} \cdot e_{uy}, \quad (9)$$

де розрахункові ексцентриситети рівні, відповідно

$$e_{ux} = \frac{\varepsilon_{cu}}{1/r_{ux}} - \frac{h_n}{2} \cdot \cos\theta + f_{ux} ; \quad e_{uy} = \frac{\varepsilon_{cu}}{1/r_{uy}} - \frac{b_n}{2} \cdot \sin\theta + f_{uy}. \quad (10)$$

При цьому кривини косозавантаженого елемента, що характеризують викривлення його осі в напрямках площин X_o та Y_o , слід обчислювати з узагальненої діаграми стану за формулами

$$\frac{1}{r_x} = \frac{1/r_{ux}}{2M_{ux}} \left[\left(1 - \frac{M_{x\theta}}{M_{ux}}\right) \frac{D_{ox}}{r_{ux}} + 2M_{x\theta} - \sqrt{\left(\left(1 - \frac{M_{x\theta}}{M_{ux}}\right) \frac{D_{ox}}{r_{ux}} + 2M_{x\theta}\right)^2 - 4M_{x\theta} M_{ux}} \right]; \quad (11)$$

$$\frac{1}{r_y} = \frac{1/r_{uy}}{2M_{uy}} \left[\left(1 - \frac{M_{y\theta}}{M_{uy}}\right) \frac{D_{oy}}{r_{uy}} + 2M_{y\theta} - \sqrt{\left(\left(1 - \frac{M_{y\theta}}{M_{uy}}\right) \frac{D_{oy}}{r_{uy}} + 2M_{y\theta}\right)^2 - 4M_{y\theta} M_{uy}} \right], \quad (12)$$

де D_{ox} і D_{oy} початкові приведені жорсткості перерізу залізобетонного елемента в напрямках площин X_o та Y_o , відповідно

$$E_{co} I_{red,ox} \text{ та } E_{co} I_{red,oy}.$$

Кут нахилу нейтральної лінії θ визначають за напрямком лінії прогинів

$$\operatorname{tg} \theta = (1/r_y)/(1/r_x). \quad (13)$$

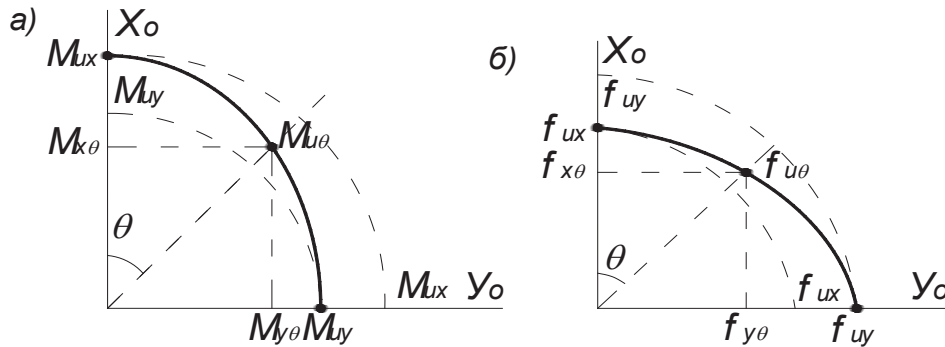


Рис. 3. Можливі випадки положення нейтральної лінії в косодеформованих залізобетонних елементах

3. Якщо в основу покласти гіпотезу пропорційної залежності параметрів напружено-деформованого стану косозавантаженого елемента від кута нахилу нейтральної лінії θ (рис. 3), то граничні моменти і прогини з їх проекціями необхідно обчислювати за виразами

$$M_{u\theta} = M_{ux} + (M_{uy} - M_{ux}) \cdot \sin \theta; \quad (14)$$

$$M_{x\theta} = M_{u\theta} \cdot \cos \theta; \quad M_{y\theta} = M_{u\theta} \cdot \sin \theta; \quad (15)$$

$$f_{u\theta} = f_{ux} + (f_{uy} - f_{ux}) \cdot \sin \theta; \quad (16)$$

$$f_{x\theta} = f_{u\theta} \cdot \cos \theta; \quad f_{y\theta} = f_{u\theta} \cdot \sin \theta. \quad (17)$$

Розрахунок залізобетонних елементів за граничними станами другої групи потребує оцінки напружено-деформованого стану залізобетонних елементів не тільки на певній стадії, але й і в характерних перерізах, а саме: в перерізі з першою тріщиною, в перерізі, де може з'явитися наступна тріщина, та в деякому умовному осередненому перерізі блоку між тріщинами. Тому попередні значення відносних деформацій крайових фібр стиснутого бетону

$$\varepsilon_{c2} = \varepsilon_{cu} \cdot M_u / M \cdot (1/r)/(1/r_u), \quad (18)$$

та відносних деформацій найбільш розтягнутого арматурного стержня

$$\varepsilon_{s1} = d \cdot (1/r) - \varepsilon_{c2}. \quad (19)$$

в подальшому уточнюються разом з кривинами $1/r_y$, $1/r_x$ та кутом θ за розв'язком системи загальноприйнятих статичних, геометричних та фізичних співвідношень до незаперечного виконання додаткових умов (4) та (5) з обумовленою точністю δ .

Висновки. Виходячи з вищевикладеного, розрахунок косозавантажених залізобетонних елементів в деформаційно-силовій моделі рекомендується виконувати через розкриття внутрішньої статичної невизначеності їх перерізів шляхом розв'язку системи рівнянь із загальноприйнятих статичних,

геометричних та фізичних співвідношень, що описують напружено-деформований стан елементів, з її доповненням:

- функцією граничних деформацій стиснутого бетону ε_{cu} ;
- аналітичною залежністю узагальненої діаграми стану $M - 1/r$;
- гіпотезою про залежність основних параметрів напружено-деформованого стану косоштанованих елементів від кута нахилу нейтральної лінії θ .

1. Пастернак П.Л. Замечания к проекту новых норм проектирования железобетонных конструкций / П.Л. Пастернак // Строительная промышленность. – 1944. – №7. – С. 20-23.

2. Гвоздев А.А. Расчёт несущей способности конструкций по методу предельного равновесия: Сущность метода и его обоснование / А. А. Гвоздев. – М.: Госстройиздат, 1949. – 280 с.

3. Мурашев В.И. Трещиностойчивость, жесткость и прочность железобетона / В.И. Мурашев. – М.: Машстройиздат, 1950. – 268 с.

4. Торьяник М.С. Расчет железобетонных конструкций при сложных деформациях / М.С. Торьяник и др.; под ред. М.С. Торьяника. – М.: Стройиздат, 1974. – 295 с.

5. Руденко Ю.М. Практический расчет жесткости железобетонных элементов прямоугольного сечения, работающих на косое внецентренное сжатие / Ю.М. Руденко // Изв. вузов: Стр-во и арх-ра. – 1973. – №5. – С.23-28.

6. Eurocode-2: Design of Concrete Structures. Part 1-1: General Rules and Rules for - Building: EN 1992-1-1 [Final Draft, December, 2004], Brussels: CEN, 2004. – 226 p.

7. Бондаренко В.М. Расчетные модели силового сопротивления железобетона / В.М. Бондаренко, В.И. Колчунов. – Санкт-Петербург - Москва: АСВ, 2004. – 472 с.

8. Бабич Є.М. Розрахунок згинальних залізобетонних елементів на тріщиностійкість на основі деформаційної моделі/Є.М.Бабич, В.Є.Бабич, В.В.Савицький // Ресурсоєкономні матеріали, конструкції, будівлі і споруди: зб. наук. праць. – Рівне: НУВГП, 2005. – Вип. 12. – С. 85-90.

9. Бамбура А.М. Експериментальні основи прикладної деформаційної теорії залізобетону: дис. ... докт. техн. наук: 05.23.01 / Бамбура Андрій Миколайович. – Київ, 2005. – 379 с.

10. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення / Мінрегіонбуд України: ДБН В.2.6-98:2009. – [Чинні від 01.06.11]. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 71 с.

11. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування / Мінрегіонбуд України: ДСТУ Б В.2.6-156: 2010. – [Чинний від 01.06.11]. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 123 с.

12. Ромашко В.М. Деформаційно-силова модель опору бетону та залізобетону: монографія // В.М. Ромашко.– Рівне: О. Зень, 2016.– 424 с.

13. Ромашко В.М. Основи розрахунку залізобетонних елементів та конструкцій за деформаційно-силовою моделлю їх опору / В.М. Ромашко // Зб. наук. праць УДУЗТ. – Харків: УкрДУЗТ, 2017. – Вип. 168. – С. 103-110.

14. Павліков А. М. Нелінійна модель напружено-деформованого стану косоштанованих залізобетонних елементів у закритичній стадії: монографія / А. М. Павліков. – Полтава: ПНТУ ім. Юрія Кондратюка, 2007. – 259 с.

15. Ромашко В.Н. Обобщенная модель деформирования железобетонных элементов и конструкций / В.Н. Ромашко // Международный научный журнал (International Scientific Journal), 2016. – № 3. – С. 84-86.

16. Ромашко В.Н. Несущая способность гибких кососжимаемых керамзитожелезобетонных колонн при кратковременном и длительном действии нагрузки: дисс. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / Василий Николаевич Ромашко. – Львов, 1972. – 191 с.