

УДК 691; 620.191.33

**ДОСЛІДЖЕННЯ ХАРАКТЕРУ РОЗПОДІЛУ НАПРУГИ ТА ПЕРЕМІЩЕНЬ БІЛЯ ВЕРШИНИ ТРІЩИНИ В ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТАХ**

**ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ У ВЕРШИНЫ ТРЕЩИНЫ В ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТАХ**

**THE SURVEY OF THE PRINCIPLES OF TENSIONING AND DEFORMATIONING ALLOCATION AT THE TOP OF CRACK IN REINFORCE-CONCRETE ELEMENTS**

**Дорофєєв В.С., д.т.н., професор, Зінченко Г.В., аспірантка, Романюк В.В., магістр (Одеська державна академія будівництва та архітектури, м Одеса)**

**Дорофеев В.С, д.т.н., профессор, Зинченко А.В., аспирантка, Романюк В.В., магистр (Одесская государственная академия строительства и архитектуры, г. Одесса)**

**Dorofeev V.S., doctor of technical sciences, professor, Zinchenko A.V., doktoral student, Romanuk V.V., master's degree (Odessa State Academy of Building and Architecture, Odessa)**

**В даній статті досліджені особливості напружено-деформованого стану в околі вершини тріщини в залізобетонних елементах за допомогою методу комплексних потенціалів. У роботі наведено асимптотичний аналіз напружено-деформованого стану біля вершини тріщини нормального відриву.**

**В данной статье исследованы особенности напряженно-деформированного состояния в окрестности вершины трещины в железобетонных элементах с помощью метода комплексных потенциалов. В работе дан асимптотический анализ напряженно - деформированного состояния у вершины трещины нормального отрыва.**

**This report investigates the peculiarities of stress-strain state at the top crack area in reinforced-concrete elements by means of the complex potentials method. Solid items structural failure is caused by macroscopic cracks formation and development. The question to determine “local” tensioning near considerable changes of body surface form is marked in a separate problem: the problem of tensioning concentration. The complex potential**

method is suitable only for plane problems evaluation but it is distinguished by high efficiency and that's why it was described in this article. An integral transformation method can be used for the analysis of three-dimensional static and dynamic tasks of a line mechanics destruction, however, it demands to know complex mathematical methods. The investigation of solid items resistibility and crack problems is an important aim either theoretically or experimental. This report gives an asymptotical analysis of stress-strain state at the top crack in a normal separation. It is estimated the importance of next items: two – dimensional tensioning and motion allocation near the top crack always has a constant structure i.e. the same functional dependence in polar coordinates  $r, \Theta$ , with its beginning at the top crack not depending on the a body form, a crack shape and outer forces.

**Ключевые слова:**

Механіка руйнування, композиційні будівельні матеріали, технологічні тріщини, напруга, деформації.

Механика разрушения, композиционные строительные материалы, технологические трещины, напряжения, деформации.

Fracture mechanics, composition building materials, technological defects, tensions, deformation.

**Вступ.** Як відомо, умови розвитку тріщин в матеріалах, що характеризуються константами, прийнятими в механіці (лінійною та нелінійною), вивчає механіка руйнування [1].

Механіка руйнування - гілка механіки твердого тіла, що деформується, яка вивчає закономірності порушення суцільності твердих тіл.

Останнім часом для вдосконалення розрахунку залізобетонних конструкцій все більша увага приділяється цій науці, оскільки після появи тріщин гіпотези та методи механіки суцільного середовища вже непридатні (проте, в механіці твердого тіла, що деформується, гіпотеза суцільності матеріалу є основною).

**Аналіз досліджень.** Слід зазначити, що найбільш актуальною проблемою, що виникає при розрахунку і конструюванні інженерних споруд, є необхідність обліку нелінійностей різного виду та сингулярностей, викликаних частковим руйнуванням у концентраторів напруги у вигляді тріщин, гострих кутів та вирізів [2].

Ці завдання не вирішуються інженерними методами за допомогою звичайних нормативних методик і вимагають розробки складніших підходів до їх рішення з використанням математичного апарату механіки руйнування, складних програмних комплексів [3].

**Ціль дослідження.** Вивчити характер та особливості розподілу напруги і переміщень біля вершини тріщини в залізобетонних елементах.

**Методика досліджень.** Експлуатаційні навантаження, що діють на конструкцію, викликають в ній деформації і напругу, яку матеріал сприймає і

перерозподіляє між власними структурними елементами. Здатність несучої конструкції визначається здатністю матеріалу продовжувати виконувати свої функції в нових умовах [4].

Матеріал конструкції (у нашому випадку - важкий бетон) є підсистемою, що складається з характерних структурних неоднорідностей. За своїм складом та властивостями бетон відноситься до композиційних матеріалів (КМ).

Композиційні будівельні матеріали - це штучні матеріали складних структур, що складаються з двох та більше компонентів, що набувають у результаті такого поєднання комплекс нових властивостей, не властивих початковим складовим. Структура конструкції включає усе різноманіття структур матеріалу. Поняття структури включає кількісне співвідношення елементів, їх взаємне розташування у просторі, комплекс їх фізико-механічних властивостей та характер зв'язків між ними, що роблять вплив на формування міцності та деформативних властивостей матеріалу [5 ... 8].

Проведений аналіз показує, що тріщини є присутніми практично на усіх структурних рівнях КСМ. Запропоновані класифікації цих тріщин залежно від розмірних чинників та їх "небезпеки" у матеріалі. При цьому відзначається, що зафіксовані тріщини існують в структурі матеріалу ще до прикладання до них експлуатаційних навантажень [1].

Це технологічні тріщини, що з'являються раніше експлуатаційних, розушільняючи структуру бетону, чим створюють сприятливі умови для появи і розвитку експлуатаційних тріщин під навантаженням.

Зародження та розвиток технологічних тріщин відбувається одночасно з процесами перетворення матеріалу з початкової сировини в кінцевий продукт. Можна стверджувати, що виникнення технологічних тріщин є необхідним актом становлення композиційних матеріалів. Сам процес виникнення і розвитку тріщин в тверднучому матеріалі дещо відрізняється від класичних процесів, прийнятих в теорії міцності [9].

Таким чином виділимо для аналізу залізобетонний елемент (балку), що згинається, як представника класу залізобетонних будівельних конструкцій, що найчастіше зустрічається.

Аналіз характеру тріщиноутворення залізобетонної балки показав, що вертикальні та похилі тріщини, що виникли під дією зовнішнього навантаження, проходять по межах розділу структурних блоків (повторюють конфігурацію технологічних тріщин). Руйнівна (магістральна) тріщина проходить по цих межах та ділить конструкцію на самостійні частини. Аналіз поверхні руйнування показав, що переважний розвиток має магістральна тріщина. Звертає на себе увагу мікротраєкторія магістральної тріщини - при збереженні загального напрямку вона росте по технологічних поверхневих дефектах. Це дає основу припустити, що управляючи технологічною пошкодженістю, можна змінювати умови, кінетику зростання та мікротраєкторію магістральних тріщин.

Експериментально доведено, що у ряді випадків для урівноваження зусиль в арматурі у стадії тріщиноутворювання рівнодійна зусиль у бетоні повинна проходити за межами перерізу або центру тяжіння стислої зони. Це вказує на те, що епюра напруги у бетоні є двозначною, тобто що в перерізах з тріщинами є не лише стисла, але і розтягнута зона бетону.

Робота розтягнутої зони бетону елементів, що згинаються та позацентрових навантажених елементів складається з роботи розтягнутого бетону над тріщинами і його роботи між ними [10]. Цей процес єдиний, але проявляється по-різному - залежно від стадії роботи конструкції при короткочасному навантаженні і тривалій її витримці. Розтягнутий бетон над тріщинами грає істотну роль в початковій стадії роботи конструкції. На пізнішій стадії його роль стає менш значною, тоді як бетон між тріщинами продовжує працювати майже, аж до набування текучості арматури.

Нас цікавило питання вивчення напружено-деформованого стану в околиці вершини тріщини в залізобетонному елементі.

У механіці руйнування якнайповніше вивчено це питання.

На сьогодні, як відомо, здійснюється дефектоскопія і вибірковий інструментальний контроль виявлених дефектів. Саме при вибіркового інструментального контролі визначається ширина розкриття і глибина тріщин.

У роботі [11] приведений опис визначення глибини тріщини методом неруйнівного контролю за допомогою ультразвукового приладу та її розрахунок за часом поширення ультразвуку вздовж та поперек тріщин. Визначивши глибину тріщини, можна чітко говорити про те, в якій частині перерізу елемента (конструкції) розташована її вершина.

Найбільш суттєвий вплив на перерозподіл напруги і деформацій біля вершини тріщини поза сумнівом робить величина накопиченої пошкодженості. Перші теоретичні моделі, що враховують процес накопичення розсіяних ушкоджень, ґрунтувалися на незв'язаній постановці завдання теорії повзучості і механіки пошкодженості. У незв'язаній постановці накопичена пошкодженість визначалася за допомогою інтегрування кінетичного рівняння після визначення поля напруги. Таким чином, величина накопиченої пошкодженості не впливає на напружено-деформований стан біля вершини тріщини.

Руйнування твердих тіл нерідко обумовлене утворенням та розвитком макроскопічних тріщин. У механіці руйнування цю ситуацію схематизують, замінюючи тріщину розрізом нульової товщини [12].

Отримавши картину тріщин при обстеженні залізобетонної конструкції, визначивши їх габарити та орієнтацію, можна підготувати початкові дані для застосування інформації в математичній моделі за визначенням концентрації напруги у вершини тріщини [13 ... 15].

**Результати досліджень.** Для дослідження напруги та переміщень в лінійно пружних тілах сьогодні, зазвичай, використовуються три методи:

метод комплексних потенціалів Колосова-Мусхелішвілі [16], метод інтегральних перетворень (див., наприклад, [17]) і метод розкладання по власних функціях [18].

Ми скористалися методом комплексних потенціалів для аналізу напружено-деформованого стану біля вершини тріщини.

Детальний опис характеру особливості розподілу напруги біля вершини тріщини приведений в [19]. На підставі цього методу співвідношення для напруги виражаються так (1):

$$\begin{aligned}\sigma_{11} + \sigma_{22} &= 4 \operatorname{Re}[\varphi'(z)], \\ \sigma_{22} - \sigma_{11} + 2i\sigma_{12} &= 2[\bar{z}\varphi''(z) + \psi'(z)]\end{aligned}\quad (1)$$

Можна виявити важливі особливості розподілу напруги у вершини тріщини, встановивши загальну форму рішень двовимірних завдань. Розглянемо тріщину, розташовану на частині від'ємної півосі  $x_1$ , вершина якої розташована на початку координат. Позначимо через  $R$  малу область площини  $x_1x_2$ , яка не містить особливих точок, за винятком вершини тріщини на початку координат, і в якій функції напруги аналітичні усюди, окрім лінії тріщини. Компоненти напруги, що входять в граничну умову на вільній від навантажень поверхні тріщини, можна представити так(2):

$$\sigma_{22} - i\sigma_{12} = \varphi'(z) + \overline{\Omega'(z)} + (z - \bar{z}) + \overline{\varphi''(z)} \quad (2)$$

де нова аналітична функція  $\Omega$  визначена співвідношенням:

$$\overline{\Omega(z)} = z\varphi'(z) + \psi(z)$$

Таким чином, розв'язав задачу Гільберта (Dr. Hilbert), отримаємо співвідношення для напруг (3):

$$\sigma_{11} + \sigma_{22} = 4 \operatorname{Re}\left[z^{-1/2}f(z) + g(z)\right], \quad (3)$$

$$\begin{aligned}\sigma_{22} - \sigma_{11} + 2i\sigma_{12} &= -4iz^{-1/2} \operatorname{Im}[f(z)] - 4 \operatorname{Re}[g(z)] - \\ &- 4ix_2 \frac{d}{dz}\left[z^{-1/2}f(z) + g(z)\right]\end{aligned}$$

З наведених формул видно, що компоненти поля напруги мають поблизу вершини тріщини особливість типу квадратного кореня в знаменнику. Коефіцієнти інтенсивності напруги визначаються у випадку плоскої деформації значенням  $f(z)$  на початку координат, а у випадку антиплоскої - значенням  $h(z)$ .

Зручно виділити три основні форми руйнування залежно від виникаючих зміщень: розкриття тріщини (нормальний відрив, тип I), ковзання поверхонь тріщини одна відносно іншої в плоскій деформації (поперечне зрушення, тип II) або антиплоске їх ковзання (повздожнє) зрушення, тип III).

Руйнування, що розглядається нами відноситься до першого типу (нормальний відрив).

У разі тріщини нормального відриву значення  $f(0)$  речове. Прийемо його рівним  $f(0) = K_I / (2\sqrt{2\pi})$ , де постійна  $K_I$  – коефіцієнт інтенсивності напруги для тріщини нормального відриву.

Розподіли напруги  $\sigma_{ij}$  і переміщень  $u_{ij}$ , що відповідають комплексним потенціалам двовимірного завдання про напівнескінченну тріщину, мають вигляд ( $r, \theta$ - полярні координати з полюсом у вершині тріщини) (4, 5 відповідно):

**Нормальний відрив:**

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{22} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{Bmatrix} 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \hat{\sigma}_{ij}(\theta), \quad (4)$$

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \left[ \kappa - 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \\ \sin \frac{\theta}{2} \left[ \kappa + 1 - 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \end{Bmatrix} \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \hat{u}_i(\theta) \quad (5)$$

Таким чином, в роботі наведено асимптотичний аналіз напружено-деформованого стану біля вершини тріщини нормального відриву.

**Висновки.** Використання методики комплексних потенціалів Колосова-Мусхелішвілі дає можливість визначення напруги і переміщень біля вершини тріщини в залізобетонному елементі.

1. Істотне значення має те, що двовимірні розподіли напруги і переміщень поблизу вершини тріщини завжди мають одну і ту ж структуру, тобто одну і ту ж функціональну залежність в полярних координатах  $r, \theta$  з початком у вершини тріщини, не залежно від форми тіла, геометрії тріщини і прикладених навантажень.

1. Выровой В. Н. Композиционные строительные материалы и конструкции: Структура, самоорганизация, свойства / В. Н. Выровой., В. С. Дорофеев., В. Г. Суханов ; под ред. В. Н. Вырового. – Одесса : 2010. – 56 с.

2. Степанова Л. В. Математические методы механики разрушения / Л. В. Степанова. – М.: Физмалит, 2009. – 336 с.

3. Астафьев В. А. Нелинейная механика разрушения / В.А.. Астафьев, Ю.Н.Радаев., Л. В. Степанова. – Самара : Издательство «Самарский университет», 2001. – 20 с.
4. Дорофеев В. С. Технологическая поврежденность строительных материалов и конструкций / В. С. Дорофеев, В. Н. Выровой. – О. : Город мастеров, 1998. – 168 с.
5. Композиционные материалы / Под ред. Л. Браутмана и Р. Крока : в 8-ми т. – М.: Мир, Машиностроение, 1978.
6. Неупругие свойства композиционных материалов / под ред. К. Н. Геракович. – М.: Мир, 1978. – 295 с.
7. Соломатов В. И. Полиструктурные композиционные материалы в строительстве / В. И. Соломатов, А. Н Бобрышев., К. Г. Химмлер ; под ред. В. И. Соломатова. – М. : Стройиздат, 1988. – 312 с.
8. Композиционные строительные материалы и конструкции пониженной материалоемкости / В. И. Соломатов, В. С Дорофеев., В. Н. Выровой, А. В. Сиренко. – К : Будівельник, 1991. – 144 с.
9. Карпенко Н. И. Теория деформирования железобетона с трещинами / Н. И. Карпенко. – М.: Стройиздат, 1976. – 208 с.
10. Немировский Я. М. Исследование напряженно-деформированного состояния железобетонных элементов с учетом работы растянутого бетона над трещинами и пересмотр на этой основе теории расчета деформации раскрытия трещин / Я. М. Немировский // Прочность и жесткость железобетонных конструкций; под ред. А. А. Гвоздева. – М.: Стройиздат, 1968. – С.152–173.
11. Дорофеев В. С. Исследование напряженно-деформированного состояния изгибаемых элементов с учетом технологической поврежденности поляризационно-оптическим методом / В. С. Дорофеев, А. В. Зинченко // European Cooperation.– Warszawa, 2016.– P. 53–56. – № 12 (19). – ISSN 2449-7320.
12. Астафьев В. А. Нелинейная механика разрушения / В. А. Астафьев, Ю. Н. Радаев, Л. В Степанова. – Самара: Издательство «Самарский университет», 2001.–20 с.
13. Hutchinson J. W. Singular behavior at the end of tensile crack in a hardening material / J. W. Hutchinson // J. Mech. Phys. Solids. – 1968. – V. 16. – P. 13-31.
14. Rice J. R. Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material / J. R. Rice, G. F Rosengren. // J. Mech. Phys. Solids. – 1968. – V. 16. – P. 1-12.
15. Riedel H., Rice J. R. Tensile crack in creeping solids / H. Riedel, J. R. Rice // In: Fracture Mechanics. Twelfth Conference ASTM STP 700. – 1980. – P. 112-130.
16. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости / Н. И. Мусхелишвили. – М. : Изд-во АН СССР, 1954. – 648 с.
17. Уфлянд Я. С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости / Я. С. Уфлянд. – Л.: Наука. Ленингр. отд., 1967. – 402 с.
18. Williams M. L. On the stress distribution at the base of a stationary crack / M. L. Williams // Trans. ASME. J. Appl. Mech. – 1975. – V. 24. – P. 109-114.
19. Толоконников Л. А. Метод граничных представлений в двумерных задачах механики / Л. А. Толоконников, В. Б. Пеньков. – Тула: Изд-во ТВАИУ, 1997. – 378 с.