

**ВПЛИВ ДИСПЕРСНОГО АРМУВАННЯ РОЗТЯГНУТОЇ ЗОНИ  
ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОК НА ЇХНЮ ТРІЩИНОСТІЙКІСТЬ**

**THE IMPACT OF THE DISPERSIVE REINFORCEMENT OF THE  
STREIGHT AREA IN REINFORCED CONCRETE BEAMS  
ON THEIR CRACK RESISTANCE**

**Бабич В. Є., к. т. н., доцент, ORCID 0000-0001-8334-8827,  
Поляновська О. Є., к. т. н., ORCID 0000-0003-2811-2423, Швець І. В.,  
аспірант, ORCID 0000-0001-5208-2667 (Національний університет водного  
господарства та природокористування)**

**Babych V. Ye., Candidate of Technical Sciences, Associate Professor,  
Polianovska O. Ye., Candidate of Technical Sciences., Shvets I. V.,  
postgraduate (National university of water and environmental engineering)**

**Розроблена розрахункова схема поперечного перерізу залізобетонної балки з дисперсно армованим шаром бетону в розтягнутій зоні, отримані формули для визначення напружено-деформованого стану перерізу та моменту тріщиноутворення. Виконано числовий математично планований експеримент, за результатами якого отримана математична модель для визначення моменту тріщиноутворення залежно від процента об'ємного армування фіброю, товщини дисперсно армованого шару та кількості поздовжньої арматури. Доведено, що дисперсно армований шар бетону в розтягнутій зоні балки може збільшити в два і більше разів її тріщиностійкість.**

**The requirements for operational qualities of reinforced concrete structures – strength, resistance to cracks, stiffness, and survival probability are constantly increased. The way to upraise the reinforced beams resistance to cracks is to use dispersive reinforcing of under layer of concrete. In this case, operational qualities of reinforced concrete structures will mainly be affected by the percent of volumetric reinforcement with fiber, the thickness of the dispersive reinforced concrete layer, the percent of reinforcing with longitudinal armature and its mechanical behavior.**

**Although, until the present, the impact of dispersion-reinforced layer on operational factors of beams neither theoretically nor experimentally wasn't explored.**

**In this article was developed a calculated model of the cross-cut of the reinforced concrete beam with dispersive reinforced concrete layer in lengthy area, based on stress-strain technique of calculation of the reinforced concrete**

constructions were received formulas for the definition of the tensely deformed condition of the cross-section and the moment of cracking.

For description of the mechanical condition diagram of the common and dispersive reinforced concrete was accepted function "stress-deformation" as fifth degree polynomial.

There was performed numerical mathematically designed experiment based on matrix of Box-Behnken plan. The percent of volumetric reinforcing, the percent of longitudinal reinforcing and the thickness of the dispersive reinforced concrete layer in beam lengthy area were accepted as an impact factors, and moment of cracking in beams – as an initial parameter. As a result of the performed calculations we have received full quadratic regression equation (mathematical model) for definition of the cracking moment in beam depending on investigated impact factors. The relevancy of regression coefficients were set by Student's criterion, and the equation, by itself, describes the results of the investigation adequately. The mathematical model we have received, gives as the permission to take gauge in amount of the investigated factors impact on beams' cracks resistance and to choose their optimum values. It was proved that, the existence of dispersive reinforced concrete layer in beam lengthy area can magnify their crack resistance two times and more.

**Ключові слова:** залізобетонна балка, дисперсно армований шар, числовий експеримент, математична модель, момент тріщиноутворення.  
Reinforced concrete beam, dispersive reinforced layer, numerical experiment, mathematical model, cracking moment.

**Вступ.** Суттєвим недоліком залізобетонних конструкцій є виникнення тріщин в розтягнутих зонах навіть при незначних рівнях навантаження, що може знижувати їхню довговічність. В багатьох конструкціях залежно від умов експлуатації взагалі виникнення тріщин не допускається. В цьому випадку необхідно використовувати певні конструктивні заходи (використання попереднього напружування арматури, підвищеної міцності бетону тощо), що тягне за собою додаткові матеріальні витрати. Одним із способів підвищення опору залізобетонних балок тріщиноутворенню наразі розглядають влаштування в розтягнутій зоні шару дисперсно армованого бетону.

В якості дисперсно армованого шару можна розглядати сталеві фібробетон як один із видів залізобетону, який складається дрібнозернистої бетонної матриці, в середині якої хаотично рівномірно розташовується сталева фібра. Певно, що шар сталеві фібробетону в розтягнутій зоні буде підвищувати його міцність на розтяг і, як наслідок, підвищувати тріщиностійкість балок. На це підвищення будуть, в основному, впливати процент об'ємного армування сталеві фібробетону, товщина шару дисперсного армування, а також процент армування поздовжньою арматурою. Але на сьогодні такі балки практично не

досліджені, кількісно вплив дисперсно армованого шару бетону на тріщиностійкість не встановлено, також не розроблені методика їх розрахунку.

**Мета та постановка задач дослідження.** Мета досліджень, результати яких наведені в статті, полягає в розробці напружено-деформованого стану поперечного перерізу балки з шаром дисперсно армованого бетону в розтягнутій зоні, отримати розрахункову формулу для визначення моменту тріщиноутворення та проаналізувати вплив на тріщиностійкість балок основних факторів дисперсного армування.

Мета досліджень досягалася шляхом вирішення таких поставлених задач: встановити граничний напружено-деформований стан поперечного перерізу балки перед утворенням тріщин; отримати методику визначення моменту тріщиноутворення; виконати числовий планований експеримент з варіюванням основних факторів, які впливають на тріщиностійкість балок; отримати кореляційне рівняння впливу факторів на момент тріщиноутворення та провести його аналіз.

**Напружено-деформований стан та умови рівноваги поперечного перерізу балки з дисперсно армованими шаром бетону.** Основні положення проектування залізобетонних конструкцій [1] встановлюють як основний метод їхнього розрахунку метод перерізів з урахуванням властивостей матеріалів.

З огляду на це схема напружено-деформованого стану перерізу з шаром дисперсно армованого бетону в розтягнутій зоні повинна відображати різницю міцнісних і деформаційних властивостей основного бетону і дисперсно армованого. Крім цього, напружено-деформований стан перерізу повинен відповідати нелінійній деформаційній методикі розрахунків, яка враховує приріст не зусиль, а деформацій у перерізі [2, 3, 4]. Для побудови деформаційної методикі використовується низка передумов [2, 5], які для балок з дисперсно армованими шаром рекомендується доповнити наступними:

- зчеплення основного бетону і шару дисперсно армованого бетону забезпечує їхню сумісну роботу, деформації контактних фібр однакові;

- діаграми механічного стану основного і дисперсно армованого бетонів при стиску і розтягу ідентичні;

- за критерій утворення тріщин приймається досягнення деформаціями крайнього розтягнутого волокна дисперсно армованого бетону граничних значень  $\varepsilon_{cftu}$ , які можна визначати за формулою  $\varepsilon_{cftu} = 2f_{cftm}/E_{cfm}$  ( $f_{cftm}$  – середнє значення міцності дисперсно армованого бетону при розтязі;  $E_{cfm}$  – середнє значення початкового модуля пружності дисперсно армованого бетону).

В напружено-деформованому стані поперечного перерізу приймається криволінійний характер розподілення напружень по висоті перерізу, а розподілення деформацій – за гіпотезою про їх лінійний розподіл. В

граничному стані перед утворенням тріщин деформації крайнього розтягнутого волокна приймаються рівними  $\varepsilon_{cftu}$  (рис. 1). Враховуючи прийняті передумови рівняння рівноваги зусиль в поперечному перерізі згинального елемента можна записати у такому вигляді:

$$\sum S = 0; \quad S_c - S_{ct} - S_{cft} - S_s = 0; \quad (1)$$

$$\sum M = 0; \quad M_c + M_{ct} + M_{cft} + M_s - M_E = 0, \quad (2)$$

де  $S$  – рівнодіючі зусилля внутрішніх напружень в матеріалах;

$S_c$  - рівнодіюча зусиль в стиснутій зоні бетону;

$S_{ct}$  - рівнодіюча зусиль в розтягненій зоні основного бетону;

$S_{cft}$  - рівнодіюча зусиль в розтягненій зоні дисперсно армованого бетону;

$S_s$  - зусилля в розтягнутій поздовжній арматурі;

$M$  – згинальні моменти від внутрішніх і зовнішніх зусиль відносно нейтральної лінії поперечного перерізу балки;

$M_c; M_{ct}; M_{cft}; M_s$  - згинальні моменти внутрішніх зусиль відповідно від  $S_c; S_{ct}; S_{cft}; S_s$ ;

$M_E$  - згинальний момент від дії зовнішнього навантаження.

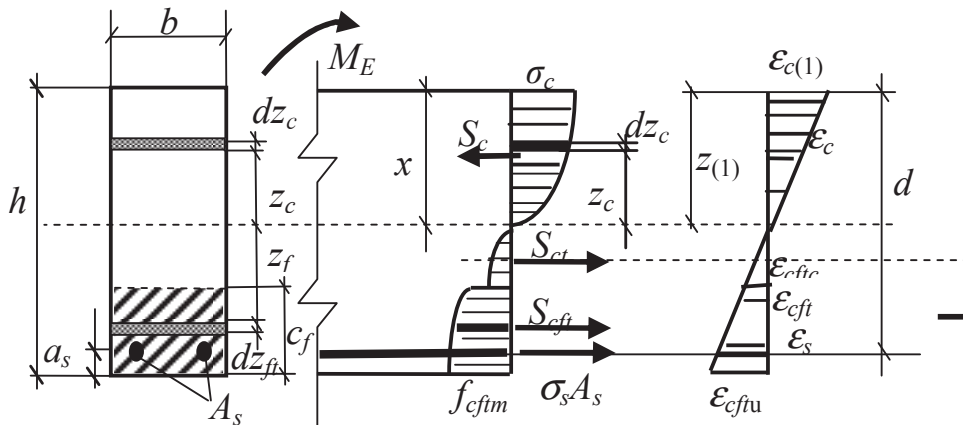


Рис. 1. Граничний напружено–деформований стан поперечного перерізу згинального залізобетонного елемента з дисперсно армованим шаром в розтягнутій зоні перед утворенням тріщин

Для визначення внутрішніх зусиль необхідно знати деформації матеріалів по висоті елемента. Виходячи з гіпотези плоских перерізів, відносні деформації по його висоті перед утворенням тріщин можна визначити за такими формулами:

- деформації відповідно крайнього стиснутого волокна бетону та деформації на будь якій висоті:

$$\varepsilon_{c(1)} = \frac{\varepsilon_{cftu}}{h-z(1)} z(1); \quad \varepsilon_c = \frac{\varepsilon_{cftu}}{h-z(1)} z_c; \quad (3)$$

- деформації на рівні контакту основного бетону з дисперсно армованим шаром бетону

$$\varepsilon_{cftc(1)} = \frac{\varepsilon_{cftu}}{h-z(1)} (h - z(1) - c_f); \quad (4)$$

- деформації в розтягнутому основному бетоні та в дисперсно армованому шарі бетону на будь якій висоті:

$$\varepsilon_{ct(1)} = \frac{\varepsilon_{cftu}}{h-z_{(1)}} z_{ct(1)}; \quad \varepsilon_{cft} = \frac{\varepsilon_{cftu}}{h-z_{(1)}} z_{ft}; \quad (5)$$

- деформації поздовжньої розтягнутої арматури

$$\varepsilon_{s(1)} = \frac{\varepsilon_{cftu}}{h-z_{(1)}} (h - z_{(1)} - a_s), \quad (6)$$

де  $h$  – висота перерізу;

$c_f$  – товщина шару дисперсно армованого бетону;

$z_{(1)}$  – фіксована величина висоти стиснутої зони бетону.

Оскільки в деформаційній методиці спільне рішення рівнянь (1) і (2) здійснюється методом поступових наближень, то в формулах (3) ... (6) і далі в позначеннях величин в дужках вказується номер наближень.

В деформаційній моделі при розрахунку перерізів рекомендується використовувати діаграму деформування бетону у вигляді поліному  $p'$ ятого ступеня, а саме

$$\sigma_c = f_{cm} \sum_{k=1}^5 a_k \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^k \quad (7)$$

де  $f_{cm}$  – середня призмova міцність бетону;

$a_k$  – коефіцієнти діаграми деформування (приймаються за нормами залежно від класу бетону);

$\varepsilon_c$  – деформація в бетоні при стисненні;

$\varepsilon_{c1}$  – деформація в бетоні при максимальних напруженнях стиснення.

При вирішенні поставлених в дослідження задач діаграми деформування бетону при розтяганні, як це допускають правила проектування, а також діаграма деформування дисперсно армованого бетону приймаються у вигляді формули (7) з заміною відповідних величин, які відносяться до матеріалу, який розглядається. Наприклад, при розгляді дисперсно армованого бетону в формулі (7) величина  $f_{cm}$  замінюється на величину  $f_{cftm}$  – середня міцність дисперсно армованого бетону при розтяганні.

Зусилля в поперечному перерізі згинального елемента при заданій деформації крайньої розтягнутої фібри дисперсно армованого бетону  $\varepsilon_{cftu}$  з урахуванням співвідношень (3) – (6) внутрішні зусилля можна визначити за формулами:

- зусилля в стиснутій зоні бетону

$$S_c = b \int_0^{z_{(1)}} \sigma_c dz = b \int_0^{\varepsilon_{c(1)}} \frac{z_{(1)}}{\varepsilon_{c(1)}} \sigma_c d\varepsilon_c = b \frac{z_{(1)}}{\varepsilon_{c(1)}} \int_0^{\varepsilon_{c(1)}} \sigma_c d\varepsilon_c; \quad (8)$$

- зусилля в розтягнутій зоні основного бетону

$$S_{ct} = b \int_0^{h-z_{(1)}-c_f} \sigma_{ct} dz_t = b \int_0^{h-z_{(1)}-c_f} \frac{z_{(1)}}{\varepsilon_{c(1)}} (h - z_{(1)} - c_f) \int_0^{\varepsilon_{cftc(1)}} \sigma_{ct} d\varepsilon_{ct}; \quad (9)$$

- зусилля в розтягнутому шарі дисперсно армованого бетону висотою  $c_f$

визначимо як різницю між зусиллям за умови, що дисперсне армування застосовується по всій розтягнутій зоні на висоту  $h - z_{(1)}$ , і умовним зусиллям, коли дисперсне армування могло бути застосоване на висоту  $z_{t(1)} = h - z_{(1)} - c_f$ , тобто

$$\begin{aligned} S_{cft} &= b \int_0^{h-z_{(1)}} \sigma_{cft} dz_{ft} - b \int_0^{h-z_{(1)}-c_f} \sigma_{cft} \frac{z_{(1)}}{\varepsilon_{c(1)}} dz_{ft} = \\ &= b \frac{z_{(1)}}{\varepsilon_{c(1)}} (h - z_{(1)}) \int_0^{\varepsilon_{cft(1)}} \sigma_{cft} d\varepsilon_{cft} - b \frac{z_{(1)}}{\varepsilon_{c(1)}} (h - z_{(1)} - c_f) \int_0^{\varepsilon_{cftc(1)}} \sigma_{cft} d\varepsilon_{cft}. \end{aligned} \quad (10)$$

Значення зусилля в розтягнутій поздовжній арматурі  $S_{s(1)}$  визначається за формулою

$$S_{s(1)} = A_s \sigma_{s(1)} = A_s \varepsilon_{s(1)} E_s, \quad (11)$$

де  $E_s$  – модуль пружності арматури;

$\varepsilon_{s(1)}$  – відносна деформація арматури, яка визначається за формулою (6).

Після підстановки в формули (8), (9) і (10) залежність між напруженнями і деформаціями у вигляді (7) та після інтегрування і математичних перетворень за методикою [5] формули для визначення внутрішніх зусиль набувають наступного вигляду:

$$S_c = \omega f_{cm} b z_{(1)}; \quad (12)$$

$$S_{ct} = \omega f_{ctm} b (h - z_{(1)} - c_f); \quad (13)$$

$$S_{cft} = \omega f_{cftm} b (h - z_{(1)}) - \omega f_{cftm} b (h - z_{(1)} - c_f), \quad (14)$$

де  $f_{ctm}, f_{cftm}$  – середня міцність на розтяг відповідно основного бетону та дисперсно армованого бетону;

$\omega$  – коефіцієнт повноти епюри напружень в бетоні, який залежить від класу бетону і визначається за формулою [5]

$$\omega = \frac{a_k}{k+1} \left( \frac{\varepsilon_{c(1)}}{\varepsilon_{c1}} \right)^k. \quad (15)$$

За такою ж методикою отримуються рівняння для визначення згинальних моментів в поперечному перерізу елемента від внутрішніх зусиль, які мають наступний вигляд:

$$M_c = \beta f_{cm} b z_{(1)}^2; \quad (16)$$

$$M_{ct} = \beta f_{ctm} b (h - z_{(1)} - c_f)^2; \quad (17)$$

$$M_{cft} = \beta f_{cftm} b (h - z_{(1)})^2 - \beta f_{cftm} b (h - z_{(1)} - c_f)^2; \quad (18)$$

$$M_s = A_s \sigma_s (d - z_{(1)}) \quad (19)$$

де  $\beta$  – коефіцієнт, який визначається за формулою [5]

$$\beta = \frac{a_k}{k+2} \left( \frac{\varepsilon_{c(1)}}{\varepsilon_{c1}} \right)^k. \quad (20)$$

Визначивши всі внутрішні зусилля за формулами (11) - (14) та (16) - (19) при заданому значенні деформації крайнього розтягнутого волокна дисперсно армованого бетон  $\varepsilon_{cfu}$ , можна знайти з формули (2) значення зовнішнього моменту, який буде відповідати цій деформації

$$M_E = M_{c(1)} + M_{ct(1)} + M_{cft(1)} + M_{s(1)}, \quad (21)$$

при цьому повинна виконуватися умова (1).

**Визначення моменту тріщиноутворення.** За формулою (21) практично можна визначати момент утворення тріщин в перерізі балок  $M_{crc}$ , замінивши  $M_E$  на  $M_{crc}$ , тобто

$$M_{crc} = M_{c(1)} + M_{ct(1)} + M_{cft(1)} + M_{s(1)}. \quad (22)$$

Значення моменту тріщиноутворення  $M_{crc}$  за формулою (22) знаходиться методом послідовних наближень. Для цього на першому кроці можна прийняти висоту стиснутої зони  $x = z_{(1)} = 0,5d$  ( $d$  – робоча висота перерізу,  $d = h - a_s$ ) і визначити всі поздовжні зусилля  $S_c$ ;  $S_{ct}$ ;  $S_{cft}$ ;  $S_s$ , перевірити виконання умови (1). Якщо розбіжність між  $S_c$  і  $(S_{ct} + S_{cft} + S_s)$  не перевищує 5%, то момент тріщиноутворення визначається за формулою (22). Якщо ж ця різниця перевищує 5%, необхідно на другому кроці корегувати значення  $z$ , прийнявши  $z_{(2)} = z_{(1)} \pm 0,05d$  і розрахунки повторити. Корегування значення  $z$  необхідно продовжувати доки не буде досягнуто виконання умови (2). За значення  $z_{(n)}$ , яке задовольняє умову (2) за формулами (16) – (19) та (22) визначається згинальний момент  $M_{crc}$ , за якого в перерізі балки можуть утворитися тріщини.

З формул (16) – (19) випливає, що момент тріщиноутворення в згинальному елементі з нижнім шаром із дисперсно армованого бетону залежить від середньої міцності на розтяг дисперсно армованого бетону  $f_{cftm}$  (коефіцієнта армування фібрами бетонної матриці  $\mu_{fv}$ ), товщини шару дисперсно армованого бетону  $c_f$  та коефіцієнту армування поздовжньою арматурою  $\mu_s$ . Для конкретних конструкцій з заданими геометричними параметрами та вихідними матеріалами ефективність влаштування шару дисперсно армованого бетону на підвищення тріщиностійкості залежно від названих впливових параметрів можна встановити експериментальним шляхом, в тому числі і виконанням числового математично планованого експерименту.

**Числовий математично планований експеримент.** Для аналізу впливу названих основних факторів виконано в основу якого покладено план Бокса-Бенкіна. Для розрахунків прийнята залізобетонна балка розміром  $b \times h = 25 \times 60$  см, яка виготовлена із основного бетону класу C25/30 і армована

поздовжніми стержнями класу А500С. За основні фактори впливу прийняті:  $x_1$  – об’ємний процент вмісту фібри  $\mu_{fv}$ ;  $x_2$  – процент поздовжньої арматури  $\mu_s$ ;  $x_3$  – товщина шару фібробетону  $c_f$ . Фактори мають високий рівень управління, що дає можливість вибирати заданий рівень варіювання. Для поздовжнього армування прийняті оптимальні проценти, які широко використовуються в практиці, для вмісту фібр вибрані значення, які б не перевищували  $\mu_{fv} \leq 1,8\%$  (такий процент фібрового армування обґрунтований економічно), висота шару бетону з дисперсним армуванням прийнята такою, щоб вона не перевищувала половини висоти елемента. Умови планування експерименту наведені в табл. 1. Передбачуваний для виготовлення балок основний бетон класу С25/30 має такі характеристики: середня міцність на стиск -  $f_{cm} = 28,2$  МПа; середня міцність на розтяг -  $f_{ctm} = 2,6$  МПа; початковий модуль пружності -  $E_{cm} = 32500$  МПа; максимальні деформації при розтягу  $\varepsilon_{ctu} = 0,00016$ ; деформації стиску при максимальних напруженнях  $\varepsilon_{cl} = 0,00176$ . Матриця з дрібнозернистого бетону має такі ж характеристики, за винятком:  $E_{cm} = 26000$  МПа; максимальні деформації при розтягу  $\varepsilon_{ctu} = 0,00018$ .

Таблиця 1

Умови планування експерименту

Фактори		Рівні варіювання			Інтервал варіювання $\Delta x$
Натуральний вигляд	Кодовий вигляд	-1	0	+1	
Процент вмісту фібр, $\mu_{fv}, \%$	$x_1$	0,2	1,0	1,8	0,8
Процент поздовжнього армування, $\mu_s, \%$	$x_2$	0,5	1,0	1,5	0,5
Товщина шару фібробетону, $c_f / h$	$x_3$	0,05	0,15	0,25	0,1

Для поздовжнього армування використовується арматура класу А500:  $f_{yk} = 500$  МПа;  $E_s = 2,1 \times 10^5$  МПа;  $\varepsilon_{ud} = 0,02$ .

В якості фібри для дисперсного армування прийнята сталеві хвилеподібна фібра довжиною  $l_f = 60$  мм та діаметром  $d_f = 1$  мм, яка має тимчасовий опір розриву  $f_{fk} = 1335$  МПа, модуль пружності  $E_f = 190000$  МПа та розрахункову довжину анкерування в прийнятому бетоні  $l_{fb} = 38,9$  мм  $> 0,5l_f$ .

Міцність сталеві фібробетону на розтяг при  $l_{fb} \geq 0,5l_f$  визначалася за формулою

$$f_{cftm} = 1,1f_{cm} \left( k_r \frac{k_{or}^2 \mu_{fv} l_f}{8\eta_f d_f} + 0,08 - 0,5\mu_{fv} \right), \quad (23)$$

де  $k_r = 1,0$ ;  $k_{or} = 0,612$ ;  $\eta_f = 0,85$  (прийняті за довідниковими даними).



Основні механічні характеристики бетонів приймалися відповідно до [2], де вони наведені з гарантованою імовірністю 0,95. В зв'язку з цим та з метою отримання дисперсії вихідного параметра в числовому експерименті в кожній точці матриці плану Бокса-Бенкіна обчислювалося за формулами (16) – (19) та (22) три значення моменту тріщиноутворення, одно з яких відповідало механічним характеристикам матеріалів, наведених вище, а два інших з відхиленням значень від прийнятих на  $\pm 5\%$ . В табл. 2 наведені середні розрахункові значення  $M_{crc}$ .

**Аналіз впливу основних факторів на момент тріщиноутворення в балках.** Отриманими результатами можна описати квадратичним рівнянням регресії, яке має такий загальний вигляд

$$M_{crc} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{33}x_3^2 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3, \quad (24)$$

де  $b_0, b_i, b_{ii}, b_{ij}$  – коефіцієнти рівняння регресії, які для трирівневого плану Бокса – Бенкіна визначаються статистичним шляхом за формулами [6].

Таблиця 2

Матриця плану Бокса-Бенкіна та вихідні розрахункові дані  
(в дужках подані кодові значення факторів)

Точки плану	Матриця планування			Вихідні параметри		
	$x_1,$ $f_{cfm}, \text{МПа}$	$x_2,$ $A_s, \text{м}^2$	$x_3,$ $c_f, \text{м}$	$M_{crc}$ кН×м	$M_{crct}$ кН×м	$\frac{M_{crct}}{M_{crc}}$
1	4,31 (+1)	0,0021(+1)	0,09 (0)	50,4	53,8	1,07
2	4,31 (+1)	0,0007(-1)	0,09 (0)	21,2	23,6	1,11
3	2,76 (-1)	0,0021(+1)	0,09 (0)	31,4	33,2	1,06
4	2,76 (-1)	0,0007(-1)	0,09 (0)	12,8	16,8	1,31
5	4,14 (+1)	0,0014(0)	0,15(+1)	35,5	40,4	1,14
6	4,79 (+1)	0,0014(0)	0,03(-1)	39,4	40,4	1,03
7	2,73 (-1)	0,0014(0)	0,15(+1)	22,4	26,2	1,17
8	2,81 (-1)	0,0014(0)	0,03(-1)	22,9	25,7	1,12
9	3,36 (0)	0,0021(+1)	0,15(+1)	39,1	44,7	1,14
10	3,69 (0)	0,0021(+1)	0,03(-1)	42,0	44,7	1,06
11	3,36 (0)	0,0007(-1)	0,15(+1)	16,2	20,9	1,29
12	3,69 (0)	0,0007(-1)	0,03(-1)	17,4	18,9	1,09
13	3,45 (0)	0,0014(0)	0,09 (0)	28,6	28,6	1,00

Примітка. В натуральних значеннях  $f_{cfm}$  є незначна різниця при однакових значеннях кодового значення  $x_1$ , оскільки в формулі (23) коефіцієнт  $k_{or}$  залежить від товщини шару фібробетону, а вона в цих випадках різна.

Знайдені коефіцієнти рівняння регресії (24) перевірені на їхню значимість за критерієм Стюдента [6], внаслідок чого виявилось, що коефіцієнти  $b_3, b_{13}$  і  $b_{13}$  можна не враховувати із-за їх не значимості. З урахуванням цього внаслідок виконання числового планованого експерименту рівняння регресії (математична модель) для теоретичного визначення моменту

тріщиноутворення в залізобетонних балка з шаром в розтягнутій зоні дисперсно армованого бетону можна записати у вигляді

$$M_{crct} = 28,6 + 7,1x_1 + 11,9x_2 + 2,5x_1^2 + 1,1x_2^2 + 2,2x_3^2 + 2,6x_1x_2. \quad (25)$$

Теоретичні значення моментів тріщиноутворення в балках  $M_{crct}$ , обчислені за формулою (25), наведені в табл. 2, а їх середнє відношення до отриманих в числовому експерименті  $M_{crct}$  складає 1,13 при мінливості 7,7%. Це свідчить про те, що формула (25) адекватно описує результати числового планованого експерименту. З неї випливає, що найбільш вагомими факторами, які впливають на тріщиностійкість балок є процент об'ємного армування фібрами шару бетону в розтягнутій зоні та процент поздовжнього армування стержнями.

В балках з поздовжнім процентом армування  $\mu_s = 1\%$  і товщиною дисперсно армованого шару  $c_f = 9$  см зміна проценту армування фіброю з  $\mu_{fv} = 1\%$  до  $1,8\%$  момент тріщиноутворення збільшився від  $M_{crc} = 28,6$  до  $M_{crc} = 38,2$  кН×м (збільшення 33,5%). Порівняно з балками при  $\mu_{fv} = 0,2\%$  момент тріщиноутворення збільшився на 59,2%.

За умов точки «1» плану експерименту (табл. 2) момент тріщиноутворення склав  $M_{crc} = 50,4$  кН×м, а за умов в точці плану «11» -  $M_{crc} = 20,9$  кН×м, тобто, момент тріщиноутворення в точці «1» плану в 2,4 рази більший, ніж в точці «11».

**Висновки.** 1. Дисперсне армування шару бетону в розтягнутій зоні балок змінює напружено-деформований стан їх поперечного перерізу та сприяє суттєвому збільшенню моменту тріщиноутворення.

2. На основі деформаційної методики розроблені математичні формули для визначення внутрішніх зусиль і моменту тріщиноутворення в балках з дисперсно армованим бетоном в розтягнутій зоні.

3. На основі числового математично планованого експерименту для окремої балки отримана математична модель для визначення моменту тріщиноутворення залежно від основних факторів впливу: об'ємного проценту армування сталевую фіброю шару бетону в розтягнутій зоні, товщини дисперсно армованого шару бетону; процента армування поздовжньою стержньовою арматурою.

4. Доведено, що застосування дисперсно армованого шару бетону в розтягнутій зоні балок може збільшити в два і більше разів їхній опір утворенню тріщин.

5. Рекомендується при використанні дисперсного армування розтягнутої зони балок процент об'ємного армування приймати в межах  $\mu_{fv} = 1 - 1,8\%$ , товщину шара дисперсного армування рівною подвійної віддалі від нижньої грані балки до центра ваги розтягнутої арматури.

1. ДБН В.2.6-98:2009. Бетонні та залізобетонні конструкції: основні положення. – Київ: Мінрегіонбуд України, 2011. - 71 с.  
DBN V.2.6-98:2009. Betonni ta zalizobetonni konstruktsii: osnovni polozhennia. – Kyiv: Minrehionbud Ukrainy, 2011. - 71 s.
2. ДСТУ Б В.2.6-156:2010. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. – Київ : Мінрегіонбуд України, 2011.- с. 118.  
DSTU B V.2.6-156:2010. Betonni ta zalizobetonni konstruktsii z vazhkooho betonu. Pravyla proektuvannia. – Kyiv : Minrehionbud Ukrainy, 2011.- s. 118.
3. EN 1992-1-1: Eurocode 2. Design of Concrete Structures. Part 1: General rules and Rules for Buildings draft. December, 2004.11.
4. Бамбура А. М., Сазонова І. Р., Дорогова О. Р., Войцеховський О. В. Проектування залізобетонних конструкцій: посібник. Київ: Майстер книг, 2018. – 240 с.  
Bambura A. M., Sazonova I. R., Dorohova O. R., Voitsekhovskiyi O. V. Proektuvannia zalizobetonnykh konstruktsii: posibnyk. Kyiv: Maister knyh, 2018. – 240 s.
5. Бабич Є. М., Бабич В. Є. Розрахунок і конструювання залізобетонних балок: навчальний посібник: 2-ге видання, перероблене і доповнене. – Рівне: НУВГП, 2017.191с.  
Babych Ye. M., Babych V. Ye. Rozrakhunok i konstruiuvannia zalizobetonnykh balok: navchalnyi posibnyk: 2-he vydannia, pereroblene i dopovnene. – Rivne: NUVHP, 2017. 191 s.
6. Дворкін Л. Й., Дворкін О. Л., Житковський В. В. Розв'язування будівельно-технологічних задач методами математичного планування експерименту: монографія – Рівне: НУВГП, 2011. – 174 с.  
Dvorkin L. Y., Dvorkin O. L., Zhytkovskyi V. V. Rozviazuvannia budivelno-tekhnolohichnykh zadach metodamy matematychnoho planuvannia eksperymentu: monohrafiia – Rivne: NUVHP, 2011. – 174 s.v