

ИЗЛУЧЕНИЕ ТМ-ВОЛН ИЗ АЗИМУТАЛЬНОЙ ЩЕЛИ СФЕРОКОНИЧЕСКОГО РЕЗОНАТОРА

Решена задача об излучении осесимметричных ТМ-волн через кольцевую щель в боковой поверхности сфероконического резонатора. Резонатор сформирован из идеально проводящего полубесконечного конуса со щелью, в котором один из секторов закрыт идеально проводящей сферической перегородкой. Для решения задачи используется метод частичных областей и метод аналитической регуляризации. Задача сведена к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений второго рода, допускающих решение с заданной точностью. Установлены закономерности излучения резонансных мод через щель сфероконического резонатора в зависимости от геометрических параметров резонатора и щели, а также выяснены особенности формирования диаграмм направленности.

Ключевые слова: электромагнитные волны, дифракция электромагнитных волн, идеально проводящий конус, сфероконический резонатор, радиальный диполь, азимутальная щель

1. Введение

Резонаторы, связанные с открытым пространством через щели, находят широкое применение в щелевых антеннах, а также в устройствах и измерительных приборах миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов длин волн. В связи с этим возникает задача исследования моделей резонаторов со щелями, допускающих строгий электродинамический анализ. Это, в основном, структуры, состоящие из кусочно-координатных поверхностей.

Открытые цилиндрические резонаторы с поперечной щелью рассматривались в [1], а экспериментальные исследования частотного спектра колебаний в диэлектрических цилиндрических резонаторах с торцевыми экранами конечных размеров в [2]. В [3] экспериментально исследовались диэлектрические конические резонаторы, расположенные на проводящей плоскости, а в [4] анализировались спектральные свойства полусферического резонатора также расположенного на проводящей плоскости. Распределение поля внутри сферических диэлектрических резонаторов с металлическими коническими вставками конечных размеров исследовалось в [5], а спектр колебаний в таких резонаторах с бесконечными конусами рассматривался в [6]. В [7] приведены результаты исследования полей, излучаемых из круглого отверстия сферических резонаторов. Анализ спектра частот закрытого резонатора, состоящего из конечного цилиндра, сопряженного с конической поверхностью, проводился в [8],

а механические колебания в сфероконических резонаторах исследовались в [9].

2. Постановка задачи

Рассмотрим идеально проводящий круговой полубесконечный конус, в боковой бесконечно тонкой стенке которого прорезана щель конечной ширины, а один из двух образовавшихся при этом конических секторов закрыт идеально проводящей перегородкой сферической формы и образует конечный сфероконический резонатор со щелью (рис. 1). Эту структуру в сферической системе координат (r, θ, φ) запишем в виде

$$Q = \left\{ (r, \theta, \varphi) \mid r \in \left\{ [0, c_1) \cup (c_2, \infty), \theta = \gamma + 0 \right\} \cup \left\{ [0, c_1) \cup (c_2, c), \theta = \gamma - 0 \right\} \right\}, \theta = \gamma \left\{ \bigcup_{\varphi \in [0, 2\pi)} \{ (r, \theta, \varphi) \mid r = c, \theta \in [0, \gamma] \} \right\}. \quad (1)$$

Конус Q возбуждается полем радиального электрического диполя, который расположен на оси симметрии. Следовательно, в результате взаимодействия поля диполя с конусом Q суммарное поле также будет обладать свойством осевой симметрии. При этом установившееся поле имеет только три отличные от нуля компоненты $(E_r, E_\theta, H_\varphi \neq 0)$, т. е. из резонансного объема диполь излучает ТМ-волны. Зависимость компонент поля от времени задается множителем $e^{-i\omega t}$, который в дальнейшем опускается. Задача состоит в том, чтобы найти распределение компо-

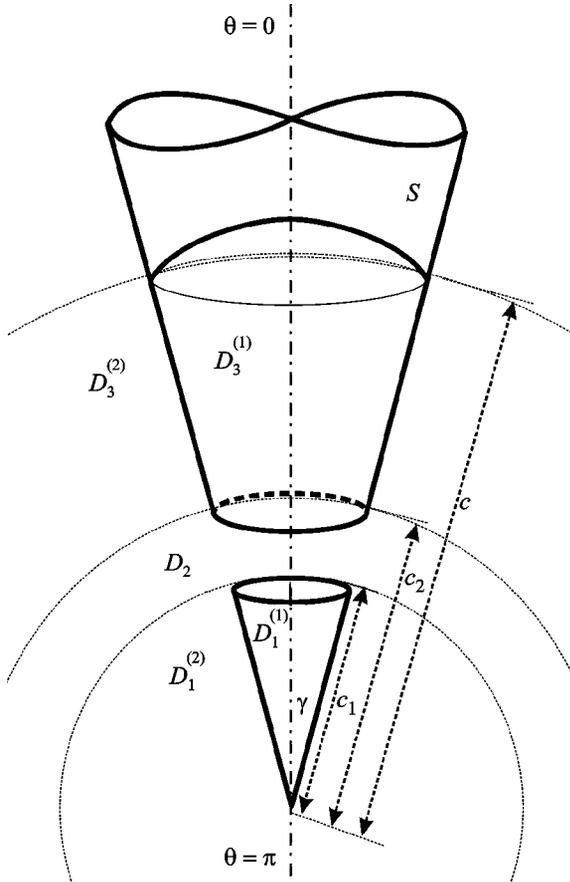


Рис. 1. Геометрическая схема задачи

нент электромагнитного поля, установившегося в пространстве в присутствии конуса Q .

В рассматриваемом случае все компоненты поля выражаются через скалярный потенциал Дебая $U = U(r, \theta)$, удовлетворяющий уравнению Гельмгольца, а компоненты поля выражаются через функцию $U(r, \theta)$ при помощи соотношений:

$$E_r = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial U}{\partial \theta} \right),$$

$$E_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} (rU), \quad H_\varphi = ikZ^{-1} \frac{\partial U}{\partial \theta}.$$

Здесь k – волновое число ($k = k' + ik'' = \omega \sqrt{\epsilon \mu}$; $k', k'' > 0$; $i = \sqrt{-1}$; ϵ, μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости среды); $Z = \sqrt{\mu/\epsilon}$ – волновое сопротивление.

С учетом соотношений (2) задачу сведем к решению смешанной краевой задачи для уравнения Гельмгольца

$$\Delta U + k^2 U = 0, \tag{3}$$

с граничными условиями:

$$\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} (U + U^i) \right) = 0,$$

когда $\begin{cases} r \in (0, c_1) \cup (c_2, \infty) & \text{при } \theta = \gamma + 0, \\ r \in (0, c_1) \cup (c_2, c) & \text{при } \theta = \gamma - 0; \end{cases}$ \tag{4}

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2 [r(U + U^i)]}{\partial r \partial \theta} = 0, \text{ когда } r = c, \theta \in [0, \gamma]. \tag{5}$$

Здесь U – неизвестный потенциал дифрагированного поля, $U^i = U^i(r, \theta)$ – потенциал первичного поля,

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right).$$

Для единственности решения искомая функция $U(r, \theta)$ должна также удовлетворять условию предельного поглощения на бесконечности и условию конечности энергии поля в произвольном конечном объеме, которое сводится к обеспечению выполнения условий Мейкснера на краях и вершине конуса Q :

$$\int_V (\epsilon |E|^2 + \mu |H|^2) dv < \infty. \tag{6}$$

Решая задачу, в качестве потенциала первичного поля $U^{(i)}(r, \theta)$ используем потенциал поля радиального электрического диполя на оси полубесконечного конуса [5] и представим его следующим образом

$$U^i(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{s r s r_0}} \times \sum_{n=1}^{\infty} A_n^{(0)} P_{\nu_n - 1/2}(\cos \theta) \begin{cases} I_{\nu_n}(s r_0) K_{\nu_n}(s r), & r \geq r_0 \\ K_{\nu_n}(s r_0) I_{\nu_n}(s r), & r \leq r_0 \end{cases}$$

Здесь $s = -ik$; $I_{\nu_n}(\cdot)$, $K_{\nu_n}(\cdot)$ – модифицированная функция Бесселя и функция Макдональда соответственно; $P_{\nu_n - 1/2}(\cdot)$ – функция Лежандра; индексы ν_n – положительные корни трансцендентного уравнения $P_{\nu_n - 1/2}(\cos \gamma) = 0$;

$$A_n^{(0)} = \frac{2\pi I_r^\epsilon h Z r_0^{-1} \nu_n P_{\nu_n - 1/2}(-\cos \gamma)}{\cos(\pi \nu_n) \frac{\partial}{\partial \nu} [P_{\nu - 1/2}(\cos \gamma)]_{\nu = \nu_n}},$$

где $I_r^e h$ – момент диполя, I_r^e – амплитуда электрического тока, h – длина диполя.

3. Решение задачи

Для решения краевой задачи (3) – (6) выделим подобласти, сформированные сфероконическим рассеивателем (1), (см. рис. 1):

$$\begin{aligned}
 D_1^{(1)} &: \{r \in (0, c_1); \theta \in [0, \gamma]; \varphi \in [0, 2\pi]\}, \\
 D_1^{(2)} &: \{r \in (0, c_1); \theta \in (\gamma, \pi]; \varphi \in [0, 2\pi]\}, \\
 D_2 &: \{r \in (c_1, c_2); \theta \in [0, \pi]; \varphi \in [0, 2\pi]\}, \\
 D_3^{(1)} &: \{r \in (c_2, c); \theta \in [0, \gamma]; \varphi \in [0, 2\pi]\}, \\
 D_3^{(2)} &: \{r \in (c_2, \infty); \theta \in (\gamma, \pi]; \varphi \in [0, 2\pi]\}.
 \end{aligned} \tag{7}$$

Предполагая, что источник первичного поля расположен в области $D_3^{(1)}$, искомый потенциал Дебая исходной дифракционной задачи, с учетом (7), представим в виде:

$$U(r, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\rho}} \sum_{p=1}^{\infty} y_p^{(1,1)} P_{\nu_p-1/2}(\cos \theta) \frac{I_{\nu_p}(\rho)}{I_{\nu_p}(\rho_1)}, & \rho, \theta \in D_1^{(1)}; \\ \frac{1}{\sqrt{\rho}} \sum_{k=1}^{\infty} y_k^{(1,2)} P_{\mu_k-1/2}(-\cos \theta) \frac{I_{\mu_k}(\rho)}{I_{\mu_k}(\rho_1)}, & \rho, \theta \in D_1^{(2)}; \\ \frac{1}{\sqrt{\rho}} \sum_{n=1}^{\infty} P_{z_n-1/2}(\cos \theta) \times \\ \times \left[\bar{x}_n^{(1)} \frac{K_{z_n}(\rho)}{K_{z_n}(\rho_1)} + \bar{x}_n^{(2)} \frac{I_{z_n}(\rho)}{I_{z_n}(\rho_2)} \right], & \rho, \theta \in D_2; \\ U^i(r, \theta) + \frac{1}{\sqrt{\rho}} \sum_{p=1}^{\infty} P_{\nu_p-1/2}(\cos \theta) \times \\ \times \left[y_p^{(3,1,1)} \frac{K_{\nu_p}(\rho)}{K_{\nu_p}(\rho_2)} + y_p^{(3,1,2)} \frac{I_{\nu_p}(\rho)}{I_{\nu_p}(\rho_2)} \right], & \rho, \theta \in D_3^{(1)}; \\ \frac{1}{\sqrt{\rho}} \sum_{k=1}^{\infty} y_k^{(3,2)} P_{\mu_k-1/2}(-\cos \theta) \frac{K_{\mu_k}(\rho)}{K_{\mu_k}(\rho_2)}, & \rho, \theta \in D_3^{(2)}. \end{cases}$$

Здесь $y_p^{(1,1)}$, $y_k^{(1,2)}$, $y_p^{(3,1,1)}$, $y_p^{(3,1,2)}$, $y_k^{(3,2)}$, $\bar{x}_n^{(1)}$, $\bar{x}_n^{(2)}$ – неизвестные коэффициенты разложения; $\rho = sr$, $\rho_1 = sc_1$, $\rho_2 = sc_2$, $z_n = n + 1/2$, $\{\nu_p\}_{p=1}^{\infty}$, $\{\mu_k\}_{k=1}^{\infty}$ – возрастающие последовательности положительных корней трансцендентных уравнений

$$P_{\nu-1/2}(\cos \gamma) = 0, \quad P_{\mu-1/2}(-\cos \gamma) = 0.$$

Выражения (8) соответствуют потенциалу полного поля в областях D_1 , D_2 и $D_3^{(2)}$, а в области $D_3^{(1)}$ – потенциалу дифрагированного поля.

Неизвестные коэффициенты разложения ищем в классе последовательностей, обеспечивающих абсолютную и равномерную сходимость рядов (8), а также их первых производных относительно переменных r, θ . Вторые производные, через которые выражаются нормальные к ребру компоненты электромагнитного поля (2), допускают интегрируемую особенность электрических компонент поля $E_r, E_\theta = O(\tilde{\rho}^{-1/2})$, когда $\tilde{\rho} \rightarrow 0$, где $\tilde{\rho}$ – расстояние в локальной системе координат, связанной с краем конуса. Когда $\gamma \rightarrow \pi$, величина $\nu_1 \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \ln[2/(\pi - \gamma)]}$ [10]. При $\gamma \rightarrow \pi/2$ значение $\nu_1 \rightarrow 3/2$. Поэтому для всех $0 < \gamma < \pi$ справедливо $\min(\nu_1, \mu_1) < 3/2$, и, следовательно, представление (8) допускает особенности электрических компонент поля в вершине конуса.

Представление (8) обеспечивает выполнение условий предельного поглощения, граничных условий на конических границах, а для обеспечения выполнения граничных условий на сферическом сегменте коэффициенты разложения в подобласти $D_3^{(1)}$ должны удовлетворять соотношению

$$\begin{aligned}
 y_p^{(3,1,2)} &= -y_p^{(3,1,1)} \frac{K_{\nu_p}(\rho_c) I_{\nu_p}(\rho_2)}{K_{\nu_p}(\rho_2) I_{\nu_p}(\rho_c)} \Upsilon(\rho_c) - \\ &- \frac{A_p I_{\nu_p}(\rho_0) I_{\nu_p}(\rho_2) K_{\nu_p}(\rho_c)}{I_{\nu_p}(\rho_c)} \Upsilon(\rho_c),
 \end{aligned}$$

где $p = 1, 2, 3, \dots$, $\rho_c = sc$,

$$\Upsilon(\rho_c) = -\frac{1 + 2\rho_c K'_{\nu_p}(\rho_c) / K_{\nu_p}(\rho_c)}{1 + 2\rho_c I'_{\nu_p}(\rho_c) / I_{\nu_p}(\rho_c)}.$$

Неизвестные коэффициенты в (8) находим из условий непрерывности тангенциальных состав-

ляющих полного поля на сферических поверхностях радиуса $r = c_{1(2)}$. Из этих условий получаем сумматорные уравнения в виде функциональных рядов присоединенных функций Лежандра первого порядка [11]. Для определения коэффициентов разложения используем свойство ортогональности функций Лежандра и сведем задачу к решению бесконечных систем линейных алгебраических уравнений (БСЛАУ). После процедуры регуляризации эти системы в матричном виде запишем следующим образом:

$$\begin{cases} X_1 = A^{-1}(A - A_{11})X_1 - A^{-1}A_{12}X_2 + A^{-1}F_1, \\ X_2 = A^{-1}(A - A_{22})X_2 - A^{-1}B_{22}X_2 - \\ - A^{-1}(A_{21} + B_{21})X_1 + A^{-1}F_2. \end{cases} \quad (9)$$

Здесь $X_1 : \{x_n^{(1)}\}_{n=1}^\infty$, $X_2 : \{x_n^{(2)}\}_{n=1}^\infty$ – неизвестные векторы, $x_n^{(1)} = \bar{x}_n^{(1)}q(z_n, \gamma)$, $x_n^{(2)} = \bar{x}_n^{(2)}q(z_n, \gamma)$, $q(z_n, \gamma) = (z_n^2 - 1/4)P_{z_n - 1/2}(\cos \gamma)$. Элементы бесконечных матриц A_{qp} ($q, p = 1, 2$), B_{22} , B_{21} из (9) представим в виде:

$$a_{pn}^{(1,1)} = \frac{\rho_1 W[K_{z_n}, I_{\xi_p}]_{\rho_1}}{(\xi_p^2 - z_n^2)K_{z_n}(\rho_1)I_{\xi_p}(\rho_1)},$$

$$a_{pn}^{(1,2)} = \frac{\rho_1 W[I_{z_n}, I_{\xi_p}]_{\rho_1}}{(\xi_p^2 - z_n^2)I_{z_n}(\rho_2)I_{\xi_p}(\rho_1)},$$

$$a_{pn}^{(2,1)} = \frac{\rho_2 W[K_{\xi_p}, K_{z_n}]_{\rho_2}}{(\xi_p^2 - z_n^2)K_{z_n}(\rho_1)K_{\xi_p}(\rho_2)},$$

$$a_{pn}^{(2,2)} = \frac{\rho_2 W[K_{\xi_p}, I_{z_n}]_{\rho_2}}{(\xi_p^2 - z_n^2)I_{z_n}(\rho_2)K_{\xi_p}(\rho_2)},$$

$$b_{pn}^{(2,1)} = \frac{\rho_2 W[I_{\xi_p}, K_{z_n}]_{\rho_2} \Phi_1(\rho_c)}{(\xi_p^2 - z_n^2)K_{z_n}(\rho_1)I_{\xi_p}(\rho_2)} \delta_{\xi_p \nu_p},$$

$$b_{pn}^{(2,2)} = \frac{\rho_2 W[I_{\xi_p}, I_{z_n}]_{\rho_2} \Phi_1(\rho_c)}{(\xi_p^2 - z_n^2)I_{z_n}(\rho_2)I_{\xi_p}(\rho_2)} \delta_{\xi_p \nu_p},$$

где $W[f_\nu, \varphi_\nu]_x = f_\nu(x)\varphi'_\nu(x) - f'_\nu(x)\varphi_\nu(x)$; $\{\xi_p\}_{p=1}^\infty = \{\nu_m\}_{m=1}^\infty \cup \{\mu_k\}_{k=1}^\infty$ – возрастающая последовательность; $\delta_{\xi_p \nu_p}$ – дельта-символ Кронекера;

$$\Phi_1(\rho_c) =$$

$$= \frac{K_{\xi_p}(\rho_c)I_{\xi_p}(\rho_2) \left[1 + 2\rho_c K'_{\xi_p}(\rho_c)/K_{\xi_p}(\rho_c) \right]}{K_{\xi_p}(\rho_2)I_{\xi_p}(\rho_c) \left[1 + 2\rho_c I'_{\xi_p}(\rho_c)/I_{\xi_p}(\rho_c) \right]}, \quad (10)$$

$$F_1 : \{f_p^{(1)}\}_{p=1}^\infty, \quad f_p^{(1)} = 0; \quad F_2 : \{f_p^{(2)}\}_{p=1}^\infty,$$

$$f_p^{(2)} = \frac{\Phi_2(\rho_c) + A_p I_{\xi_p}(\rho_2) K_{\xi_p}(\rho_0)}{\xi_p \alpha^+(\xi_p, \gamma) K_{\xi_p}(\rho_2) I_{\xi_p}(\rho_2)} \delta_{\xi_p \nu_p}, \quad \rho_0 = sr_0,$$

$$\Phi_2(\rho_c) = -A_p I_{\xi_p}(\rho_2) K_{\xi_p}(\rho_c) Y(\rho_c) \frac{I_{\xi_p}(\rho_0)}{I_{\xi_p}(\rho_c)},$$

$$\alpha^+(\xi_p, \gamma) = -2 \left[(\xi_p^2 - 0.25) \frac{\partial}{\partial \xi} P_{\xi_p - 1/2}(\cos \gamma) \right]^{-1}.$$

Пара регуляризирующих операторов A, A^{-1} в уравнении (9) определяется следующим образом [11, 12]:

$$A : \{a_{pn} = (\xi_p - z_n)^{-1}\}_{p, n=1}^\infty, \quad (11)$$

$$A^{-1} : \left\{ \tau_{kp} = \left\langle \left[M_-^{-1}(\xi_p) \right]' M'_-(z_k)(z_k - \xi_p) \right\rangle^{-1} \right\}_{k, p=1}^\infty.$$

Здесь

$$M_-(\nu) = \left\{ B_0 (1/2 - \nu) \Gamma(1/2 - \nu) e^{-\nu \chi} \prod_{p=1}^\infty (1 - \nu/\xi_p) e^{\nu/\xi_p} \right\}^{-1},$$

где $\Gamma(\cdot)$ – гамма функция,

$$B_0 = -i\pi^{-1/2} \left[P_{-1/2}(\cos \gamma) P_{-1/2}(-\cos \gamma) \right]^{1/2},$$

$$\chi = \frac{\gamma}{\pi} \ln \frac{\gamma}{\pi} + \frac{\pi - \gamma}{\pi} \ln \frac{\pi - \gamma}{\pi} - \psi(3/4) - S(\gamma) - S(\pi - \gamma),$$

$\psi(\tau)$ – логарифмическая производная гамма функции,

$$S(\gamma) = \sum_{n=1}^\infty \left[\frac{\gamma}{\pi(n-1/4)} - \frac{1}{\nu_n} \right],$$

$$S(\pi - \gamma) = \sum_{n=1}^\infty \left[\frac{\pi - \gamma}{\pi(n-1/4)} - \frac{1}{\mu_n} \right];$$

$$M'_-(\eta_k) = \frac{d}{d\eta} [M_-(\eta)]_{\eta=\eta_k}.$$

Заметим, что элементы матричного оператора (11) равны статическому пределу ($|sc_{1(2)}| \rightarrow 0$) выражений для $a_{pn}^{(1,1)}$, $a_{pn}^{(2,2)}$ и совпадают с главной частью его асимптотики, когда $z_n, \xi_p \gg |sc_{1(2)}|$. Это свойство обеспечивает применимость метода редукции для решения бесконечной системы уравнений (8), а получаемое таким образом решение гарантирует выполнение всех необходимых условий.

4. Анализ результатов

Все характеристики поля рассчитывались на основании решения усеченной системы уравнений (9). Количество уравнений, которые удерживались при решении, зависело от длины образующей конуса и угла его раскрытия. Порядок усечения матриц A_{ll} выбирался из соотношения $N_l = |kc_l| + q_l$, где $q_l = 4 \div 10$, $l = 1, 2$.

Исследовалось излучение ТМ-волн через щель в сфероконическом объеме на резонансных частотах закрытого идеально проводящего сфероконического резонатора, которые действительны и определяются как нули знаменателя формулы (10).

Анализировалось поведение модуля магнитной компоненты поля на внешней поверхности конуса в зоне излучения (эта величина пропорциональна модулю плотности тока $|J_r|$ при $r \rightarrow \infty$, $|H_\varphi(\gamma + 0)| \sim |J_r|$), а также диаграммы направленности, которые вычислялись по формуле [5],

$$D(\theta) = \lim_{r \rightarrow \infty} |rH_\varphi e^{-ikr}|.$$

При вычислении $D(\theta)$ и $|H_\varphi|$ нормировались соответственно на величины $I_r^e h k$ и $I_r^e h k / r$, т. е. анализировались безразмерные характеристики как функции параметров резонатора.

Был рассмотрен сфероконический резонатор с круговой щелью, расположенной вблизи вершины конуса ($c_2 < \lambda$, $c_1 \ll \lambda$, где λ – длина волны). Диполь размещался вблизи центра кругового отверстия усеченной конической поверхности. Для рассматриваемого конуса с углом раскрытия $\gamma = 50^\circ$ диаметр отверстия $d = 2kc_2 \sin \gamma \approx \lambda/4$. Положение пиков кривой, приведенной на рис. 2, а, при фиксированных геометрических параметрах рассеивателя соответствуют значениям частот, близким к резонансным частотам $E_{v_1,0n}$ -типов волн закрытого сфероконического резонатора ($\gamma = 50^\circ$, $v_1 = 2.74004$). Следовательно, эти волны могут

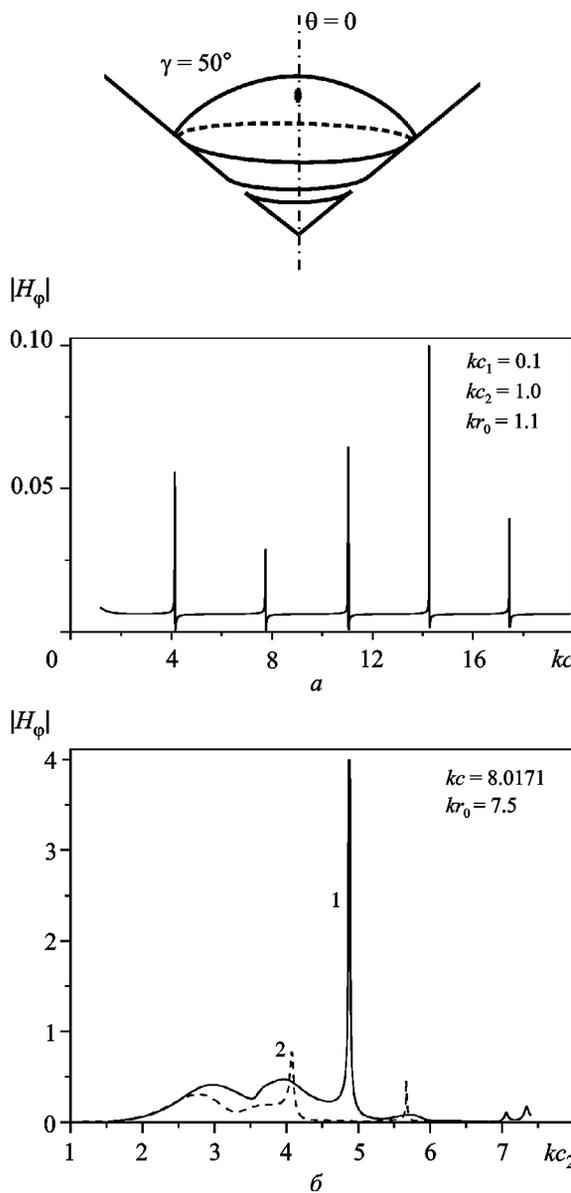


Рис. 2. Зависимость $|H_\varphi(\gamma + 0)|$ -компоненты поля на внешней поверхности конуса от параметра kc (а) и параметра kc_2 (б) при $k(c_2 - c_1) = \text{const}$: кривая 1 – $k(c_2 - c_1) = 1.5$, кривая 2 – $k(c_2 - c_1) = 0.7$

эффективно излучаться из открытого объема сфероконического резонатора через малую щель вблизи вершины конуса. Проведенные исследования показали, что в общем случае эффективность излучения $E_{v_m,0n}$ -типов волн из кольцевой щели в стенке сфероконического резонатора существенно зависит как от ширины щели, так и от ее положения на боковой поверхности конуса. Например, на рис. 2, б показана зависимость $|H_\varphi|$ -компоненты поля от параметра kc_2 при условии, что ши-

рина щели фиксирована ($k(c_2 - c_1) = \text{const}$), т. е. изменение параметра kc_2 соответствует здесь перемещению щели заданной ширины вдоль боковой поверхности конуса. Кривые 1 и 2 на этом рисунке относятся к щелям различной ширины, а значение параметра kc соответствует резонансной частоте $E_{v_2,01}$ -колебания ($v_2 = 6.31862$) закрытого резонатора.

Как следует из поведения кривых на рис. 2, б, наблюдается интенсивное излучение $E_{v_2,01}$ -волны из щели шириной $k(c_2 - c_1) \approx \lambda/4$ (кривая 1), когда положение “верхнего” края щели изменяется в пределах $2.5 < kc_2 < 5$. Максимальное излучение имеет место, когда $kc_2 = 4.87$. Для более узкой щели ($k(c_2 - c_1) \approx \lambda/8$, кривая 2) наблюдаем локальные всплески интенсивности излучения при $kc_2 = 4.06$ и $kc_2 = 5.66$.

Для выяснения потенциальных возможностей формирования диаграмм направленности рассматриваемой структурой, было исследовано угловое распределение поля излучения из щелей при возбуждении в сфероконическом объеме $E_{v_m,0n}$ -резонансных колебаний. На рис. 3 приведены диаграммы направленности поля, излучаемого из щелей разной ширины в боковой стенке сфероконического резонатора. Диаграмма направленности, соответствующая кривой 1 на рис. 3, а, характеризует излучение из щели, параметры которой обеспечивают максимум кривой 1 на рис. 2, б. При этом сфероконический объем возбуждается резонансным $E_{v_2,01}$ -колебанием. Аналогично диаграмма направленности, соответствующая кривой 2 на рис. 3, а, характеризует излучение из щели, параметры которой обеспечивают первый пик кривой 2 на рис. 2, б. Особенностью приведенных диаграмм является то, что в широком диапазоне углов ($50^\circ < \theta < 135^\circ$) поле излучения остается практически постоянным.

Рассматриваемая структура позволяет получить различные формы диаграмм направленности в зависимости от типа резонансных колебаний, возбуждаемых в сфероконическом объеме, а также ширины и положения щели. Например, на рис. 3, б приведены диаграммы направленности, которые формируются при возбуждении в сфероконическом объеме $E_{v_1,04}$ -колебания, а излучение происходит из щелей одинаковой ширины, расположенных на различном расстоянии от вершины конуса. Из этого рисунка видно, что,

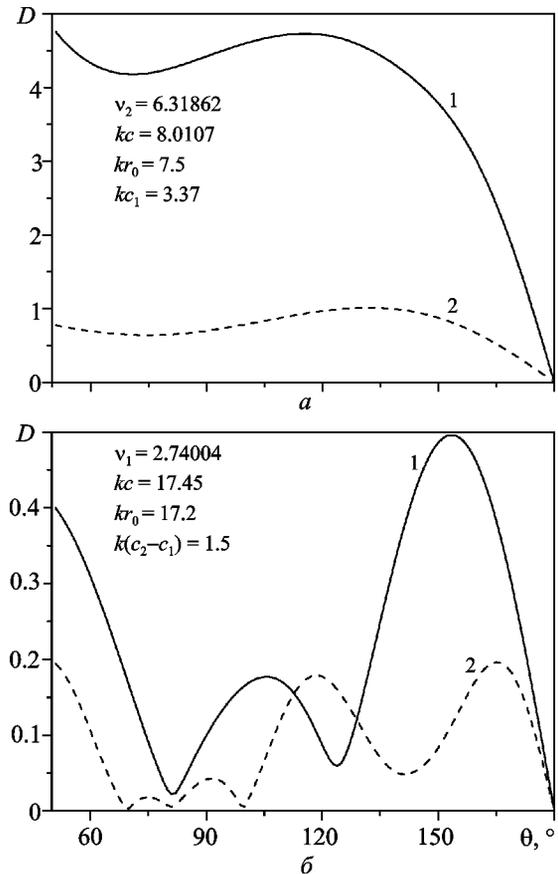


Рис. 3. Диаграммы направленности при возбуждении в сфероконическом объеме резонансных колебаний: а – $E_{v_2,01}$ -типа (кривая 1 – $kc_2 = 4.87$; кривая 2 – $kc_2 = 4.07$); б – $E_{v_1,04}$ -типа (кривая 1 – $kc_1 = 5.72$ и $kc_2 = 7.22$, кривая 2 – $kc_1 = 10.67$ и $kc_2 = 12.17$)

перемещая щели вдоль боковой поверхности резонансного объема, можно существенным образом влиять на форму диаграмм направленности, например, получить диаграмму направленности с максимальным уровнем излучения в направлении, близком к оси симметрии рассматриваемой структуры (кривая 1 на рис. 3, б).

Для выяснения особенностей формирования поля излучения из полусферического резонатора на плоскости через кольцевую щель в дисковой диафрагме был исследован конус Q для случая $\gamma = 91^\circ$. На рис. 4, а показана зависимость $|H_\varphi(\gamma + 0)|$ -компоненты от радиуса внешнего края кругового отверстия диафрагмы kc_2 при возбуждении в полусферическом объеме резонансного $E_{v_1,02}$ -колебания ($v_1 = 1.48273$) соответствующего закрытого полусферического резонатора. При этом внутренний радиус отверстия диафрагмы сохраняется пос-

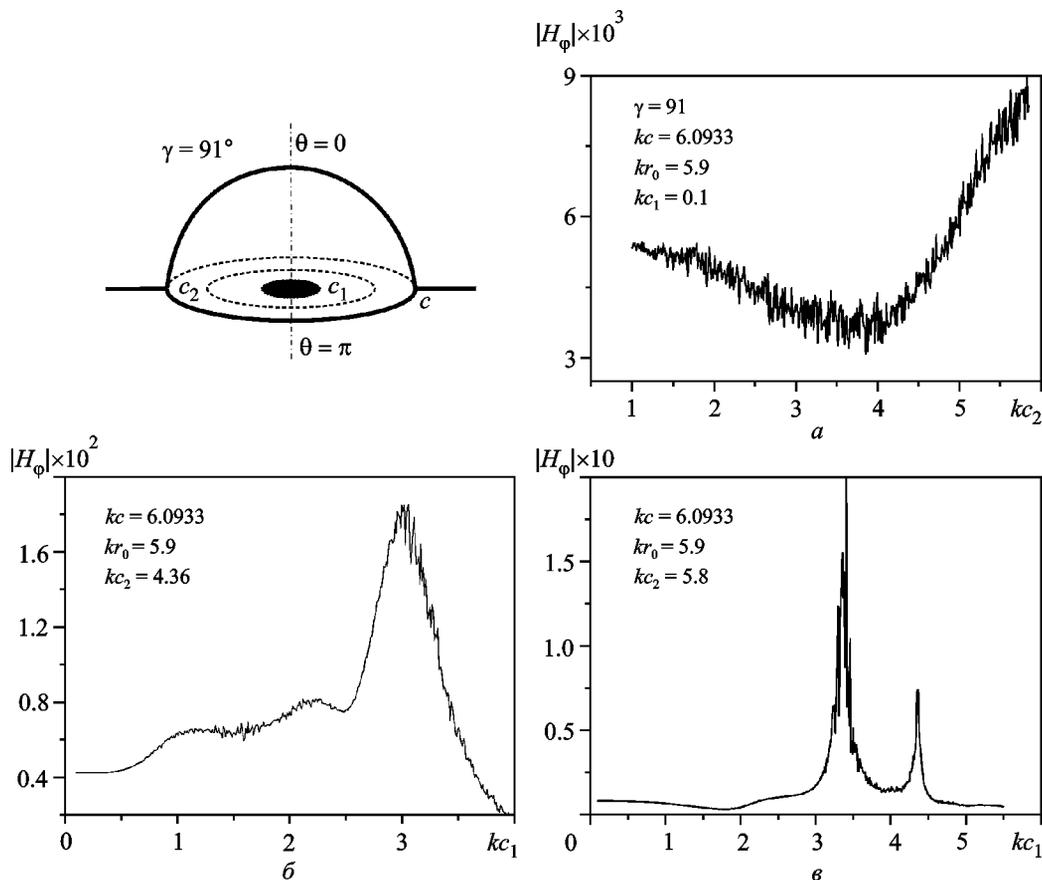


Рис. 4. Зависимость $|H_\phi|$ -компоненты поля на поверхности конуса с $\gamma = 91^\circ$ в зоне излучения от параметра kc_2 при фиксированном значении $kc_1 = 0.1$ (а) и от параметра kc_1 при фиксированных значениях $kc_2 = 4.36$ (б) и $kc_2 = 5.8$ (в)

тоянным ($kc_1 \ll 1$). Здесь увеличение параметра kc_2 соответствует увеличению отверстия диафрагмы и, как видно из рис. 4, а, это приводит к быстрым с небольшим размахом осцилляциям $|H_\phi|$ относительно условной медленно осциллирующей кривой. При увеличении радиуса отверстия, когда $kc_2 > 4$, на фоне частых осцилляций $|H_\phi|$ наблюдается плавное увеличение излучения поля диполя в открытое полупространство. Кривые на рис. 4, б, в иллюстрируют эффект существенного роста $|H_\phi|$ (соответственно в 3.6 и 25 раз) при частичном перекрытии круглого отверстия диском, который достигается путем увеличения параметра kc_1 при фиксированном kc_2 . Этот эффект можно использовать при разработке датчиков для дистанционного контроля размеров деталей в виде дисков.

Если принять $\gamma > \pi/2$, то с помощью рассматриваемой структуры Q можно моделировать излучение поля из круглого отверстия полой сферы в присоединенный к ней бесконечный конический рупор (см. рис. 5). Для анализа излучения необ-

ходимые характеристики рассчитывались с использованием системы уравнений

$$X_2 = A^{-1}(A - A_{22})X_2 - A^{-1}B_{22}X_2 + A^{-1}F_2,$$

полученной из БСЛАУ (9) при $kc_1 = 0$. При этом край среза вершины конуса углублен в сферический объем ($c_2 < c$).

С помощью этой модели было исследовано поле излучения в конический рупор при возбуждении в сферическом объеме резонансных колебаний, соответствующих как сферическому, так и сфероконическому закрытым резонаторам.

На рис. 5, а показана зависимость $|H_\phi|$ -компоненты поля на боковой поверхности рупора как функция параметра kc_2 . Кривые 1 и 2, приведенные на этом рисунке, вычислялись при фиксированных значениях параметра kc , соответствующих резонансным значениям этого параметра для закрытых сфероконического и сферического резонаторов. Кривая 1 соответствует резонансному $E_{v,01}$, а кривая 2 резонансному E_{102} -колебанию. Поведение кри-

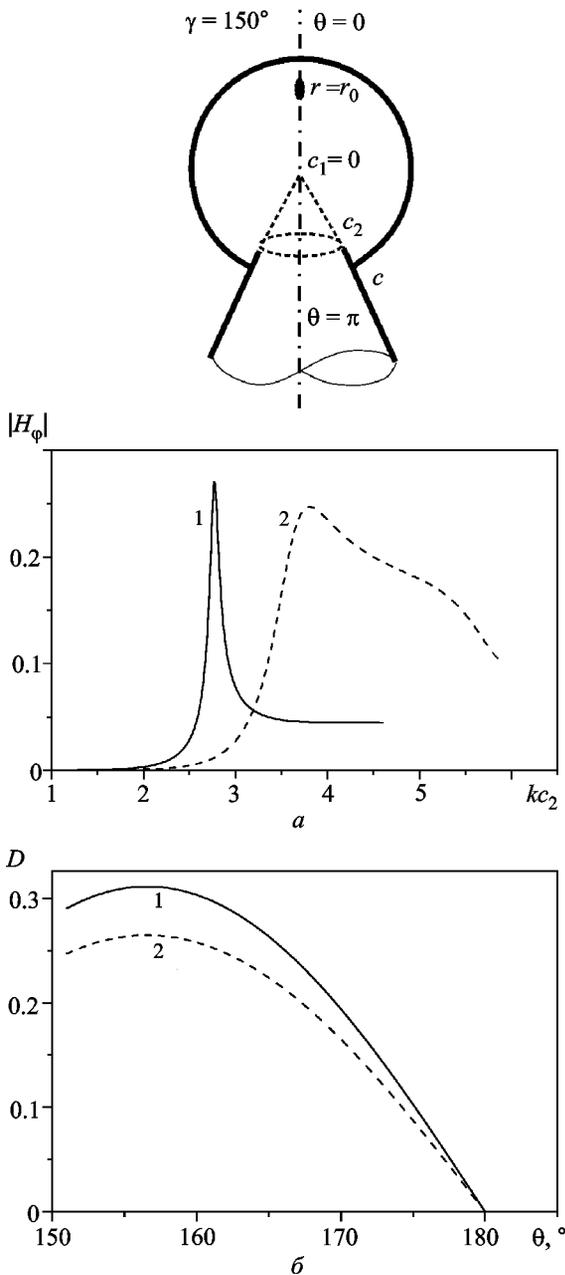


Рис. 5. Поведение поля излучения в конический рупор: *a* – зависимость $|H_\varphi(\gamma + 0)|$ -компоненты поля от параметра kc_2 при возбуждении резонансных $E_{v_1,01}$ -колебания (кривая 1 – $kc = 4.7532$, $kr_0 = 4.7$) и E_{102} -колебания (кривая 2 – $kc = 6.1170$, $kr_0 = 6$); *б* – диаграммы направленности при возбуждении резонансных колебаний $E_{v_1,01}$ -типа (кривая 1 – $kc = 4.7532$, $kc_2 = 2.77$) и E_{102} -типа (кривая 2 – $kc = 6.1170$, $kc_2 = 3.81$)

вых на рис. 5, *a* свидетельствует о возможности существенного увеличения интенсивности излучения в конический рупор, когда его край проникает в сферический резонатор. Этот эффект наблюдается

как при возбуждении резонансного $E_{v_1,01}$ -колебания, когда $c/c_2 = 1.72$ (кривая 1), так и при возбуждения резонансного E_{102} -колебания, когда $c/c_2 = 1.61$ (кривая 2). На рис. 5, *б* приведены соответствующие диаграммы направленности. Кривая 1 на этом рисунке получена для случая возбуждения резонансного $E_{v_1,01}$ -колебания закрытого сфероконического объема, а кривая 2 – для случая возбуждения близкого по частоте резонансного E_{102} -колебания закрытого сферического резонатора.

5. Заключение

На основе метода рядов и метода аналитической регуляризации получено строгое решение задачи об излучения осесимметричной *TM*-волны из кольцевой щели сфероконического резонатора в пространство, ограниченное полубесконечной конической границей. Путем численного анализа установлена возможность эффективного излучения $E_{v_m,0n}$ -типов волн из кольцевой щели сфероконического объема. Показано, что такие параметры, как ширина щели, ее расстояние от вершины конуса, а также тип возбуждаемой в резонансном объеме волны, позволяют эффективно регулировать интенсивность излучения и формировать различные диаграммы направленности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кухарчик П. Д., Сердюк В. М., Титовицкий И. А. Расчет электромагнитных полей объемных резонаторов с учетом потока энергии через щели // ЖТФ. – 2007. – Т. 77, № 4. – С. 83–91.
2. Баранник А. А., Прокопенко Ю. В., Филиппов Ю. Ф., Черпак Н. Т. Влияние ограниченности торцевых экранов на частотный спектр колебаний в цилиндрических квазиоптических диэлектрических резонаторах // Письма в ЖТФ. – 2003. – Т. 29, вып. 13. – С. 31–35.
3. Баранник А. А., Буняев С. А., Черпак Н. Т. Конический квазиоптический резонатор // Письма в ЖТФ. – 2005. – Т. 31, вып. 19. – С. 1–5.
4. Голубничая Г. В., Кириченко А. Я., Максимчук И. Г. Разрежение спектра колебаний шепчущей галереи *H*-типа полусферического диэлектрического резонатора // Письма в ЖТФ. – 2005. – Т. 31, вып. 15. – С. 36–44.
5. Куриляк Д. Б., Назарчук З. Т. Аналітико-числові методи в теорії дифракції хвиль. – Київ: Наук. думка, 2006. – 280 с.
6. Ильченко М. Е., Трубин А. А. Теория диэлектрических резонаторов. – Київ: Либідь, 1993. – 214 с.
7. Vinogradov S. S., Smith P. D., and Vinogradova E. D. Canonical problems in scattering and potential theory. Part II: Acoustic and Electromagnetic Diffraction by Canonical Structures. – Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2002. – 520 p.

8. Попков А. Ю., Поединчук А. Е., Кузьмичев И. К. Объемные резонаторы в виде тел вращения сложной формы: численный алгоритм расчета спектра // Радиофизика и электроника. – 2008. – Т. 13, № 3. – С. 473–480.
9. Лавров Ю. А., Лукьянов В. Д. О частотах свободных колебаний усеченного шарового сектора, покрытого тонкой упругой сферической оболочкой // Записки научных семинаров ПОМИ. – 2002. – Т. 285. – С. 124–134.
10. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Физматлит, 1963. – 1100 с.
11. Куриляк Д. Б. Сумматорные уравнения с присоединенными функциями Лежандра на границе конических и сферической областей и их применение в скалярных задачах теории дифракции // Доп. НАН України. – 2000. – № 10. – С. 70–78.
12. Kuryliak D. B. and Nazarchuk Z. T. Convolution type operators for wave diffraction by conical structures // Radio Sci. – 2008. – Vol. 43, Is. 4. – RS4S03, doi: 10.1029/2007RS003792.

Д. Б. Куриляк, О. Б. Трищук

Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка
НАН України,
вул. Наукова, 5, м. Львів, 79061, Україна

ВИПРОМІНЮВАННЯ *TM*-ХВИЛЬ З АЗИМУТАЛЬНОЇ ЩІЛИНИ СФЕРОКОНІЧНОГО РЕЗОНАТОРА

Розв'язано задачу про випромінювання осесиметричних *TM*-хвиль через кільцеву щілину на боковій поверхні сфероконічного резонатора. Резонатор сформовано з ідеально провідного напівнескінченного конуса з щілиною, у якому

один з секторів закритий ідеально провідною сферичною перегородкою. Для розв'язку задачі використовується метод частинних підобластей і метод аналітичної регуляризації. Задачу зведено до нескінченної системи лінійних алгебраїчних рівнянь другого роду, які допускають розв'язок із заданою точністю. Встановлено закономірності випромінювання резонансних мод через щілину сфероконічного резонатора в залежності від геометричних параметрів резонатора і щілини, а також знайдено особливості формування діаграм спрямованості.

D. B. Kuryliak and O. B. Trishchuk

Karpenko Physico-Mechanical Institute, National Academy
of Sciences of Ukraine,
5, Naukova St., Lviv, 79061, Ukraine

TM-WAVES RADIATION FROM THE AZIMUTAL SLOT IN THE SPHERE-CONICAL RESONATOR

The problem of radiation of axial symmetric *TM* waves by sphere-conical resonator with ring slot in the lateral surface is solved. The resonator is formed of a semi perfectly conducting cone with a slot, in which one of the sectors is closed by a perfectly conducting spherical wall. The method of partial regions and the method of analytical regularization are applied to solve the problem. The problem is reduced to an infinite system of linear algebraic equations of second kind, allowing the solution to a given accuracy. The laws of the resonance modes radiation through the slot of the sphere-conical resonator are determined depending on the geometrical parameters of the cavity and slot, as well as the features of pattern formation clarified.

Стаття постуила в редакцію 29.12.2012