

РАСПРОСТРАНЕНИЕ, ДИФРАКЦИЯ И РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

УДК 537.874.6

М. Е. КАЛИБЕРДА¹, Л. Н. ЛИТВИНЕНКО², С. А. ПОГАРСКИЙ¹

¹ Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина,
пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61022, Украина
E-mail: Sergey.A.Pogarsky@univer.kharkov.ua

² Радиоастрономический институт НАН Украины,
ул. Краснознаменная, 4, г. Харьков, 61002, Украина

ДИФРАКЦИЯ *H*-ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА МНОГОЭЛЕМЕНТНОЙ ПЛОСКОЙ ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ РЕШЕТКЕ

*Рассматривается задача о дифракции *H*-поляризованной волны на многоэлементной плоской полубесконечной периодической ленточной решетке. Задача сводится к нелинейному операторному уравнению относительно неизвестного оператора отражения решетки. Уравнение получено в результате решения вспомогательной задачи – задачи о дифракции волны на полубесконечной периодической ленточной решетке типа жалюзи, ленты которой расположены в параллельных плоскостях. Представлены зависимости коэффициента отражения плоских волн для одной, двух, трех и четырех лент на периоде и распределение поля в ближней и дальней зонах.*

Ключевые слова: плоская полубесконечная решетка, полубесконечная решетка типа жалюзи, операторный метод, метод релаксации

1. Введение

Различные полубесконечные структуры интересуют исследователей уже длительное время.

В работах [1–5] рассматривались полубесконечные решетки, состоящие из цилиндрических рассеивателей. Применялся метод Винера–Хопфа в предположении малости радиуса цилиндров и большого периода их расположения по сравнению с длиной волны.

В [6] метод Фолди применялся для решения задачи о дифракции волн на полубесконечной решетке, состоящей из цилиндров, в случае граничного условия Дирихле. Предполагалось, что поперечный размер одиночного рассеивателя мал по сравнению с длиной волны. В работе [7] метод, предложенный в [6], развит на случай полубесконечной решетки из круглых цилиндрических рассеивателей произвольного радиуса как для условия Дирихле, так и для условия Неймана.

В работах [8–11] рассматривались полубесконечные периодические решетки, на периоде которых расположена одиночная лента. Как правило, задачи дифракции на таких решетках решались в предположении одномодового распределения тока на лентах.

В [8] исследована дифракция *E*-поляризованной волны на полубесконечной ленточной решетке. Строгое решение получено методом факторизации. Функции распределения токов на лентах аппроксимируются базисными функциями с неизвестными коэффициентами. Коэффициенты представляются в виде суммы слагаемых, соответствующих бесконечной части решетки и ее краю. В работе [9] применяется аналогичное [8] представление токов на лентах. При решении используется предположение малости ширины ленты или периода решетки по сравнению с длиной волны.

В работе [10] рассматривается полубесконечная ленточная решетка, расположенная на бесконечной диэлектрической подложке с металлизацией

рованной заземленной обратной стороной. Предполагается, что только одна волна является распространяющейся в диэлектрике. Рассеянное электрическое поле в плоскости решетки представляется в виде интеграла Фурье от произведения преобразования Фурье плотности тока на лентях бесконечной решетки и функции Грина с неизвестным коэффициентом. Плотность тока на лентях соответствующей бесконечной решетки определяется методом моментов.

Операторным методом получено строгое решение задач о дифракции на различных полубесконечных периодических системах препятствий как в волноводах, так и в свободном пространстве [12–18]. Отраженное поле выражается через оператор отражения, который определяется из нелинейных операторных уравнений. В настоящей работе операторным методом будет исследоваться полубесконечная ленточная решетка.

При исследовании полубесконечных структур могут возникать сингулярные интегралы и сингулярные интегральные уравнения. Часть таких интегралов удается вычислить с использованием метода перевала [19]. Для вычисления другой части используют численные методы.

В работах [20, 21] предложена методика дискретизации сингулярных интегральных уравнений. Сингулярные интегралы представляются в виде суммы интегралов по частичным областям. В каждой области выполняется процедура регуляризации. Особенностью предложенного метода является использование рекуррентной процедуры разбиения на частичные области. В монографии [22] приведено довольно полное описание методов вычисления сингулярных интегралов и решения сингулярных интегральных уравнений. Построены достаточно общие схемы, использующие в качестве узлов в квадратурных формулах корни обобщенных многочленов Якоби. В настоящей работе при дискретизации сингулярных интегралов во многом используются результаты из [22]. При этом в качестве узлов выбираются корни многочленов Гаусса.

2. Постановка задачи

Рассмотрим задачу о дифракции H -поляризованной волны на многоэлементной плоской полубесконечной решетке, состоящей из лент. Решетка размещается в плоскости xOy . Период решетки равен l . Суммарная ширина всех лент на одиноч-

ном периоде равна $2d$. Вдоль оси Ox структура однородна. Геометрия структуры приведена на рис. 1, *a* для случая одноэлементной решетки.

Предположим, что на решетку из области $z > 0$ падает плоская волна со спектральной функцией $q(\xi)$ (амплитудой Фурье). Тогда единственную отличную от нуля компоненту магнитного поля H_x^{inc} представим в виде

$$H_x^{inc}(y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} q(\xi) \exp(ik\xi y - ik\gamma(\xi)z) d\xi,$$

где $\gamma(\xi) = \sqrt{1 - \xi^2}$, $\text{Re}\gamma \geq 0$, $\text{Im}\gamma \geq 0$, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число. Отраженное (в области $z > 0$) и прошедшее (в области $z < 0$) поля запишем как

$$H_x^{refl}(y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} a_0(\xi) \exp(ik\xi y + ik\gamma(\xi)z) d\xi,$$

$z > 0$;

$$H_x^{trans}(y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} (q(\xi) - a_0(\xi)) \exp(ik\xi y - ik\gamma(\xi)z) d\xi,$$

$z < 0$;

где $a_0(\xi)$ – неизвестная спектральная функция. Зависимость полей от времени примем в виде $e^{-i\omega t}$.

Введем интегральный оператор отражения полубесконечной ленточной решетки \hat{R}_0 с ядром $\hat{R}_0(\xi, \zeta)$. Тогда спектральная функция отраженного поля $a_0(\xi)$ может быть представлена следующим образом:

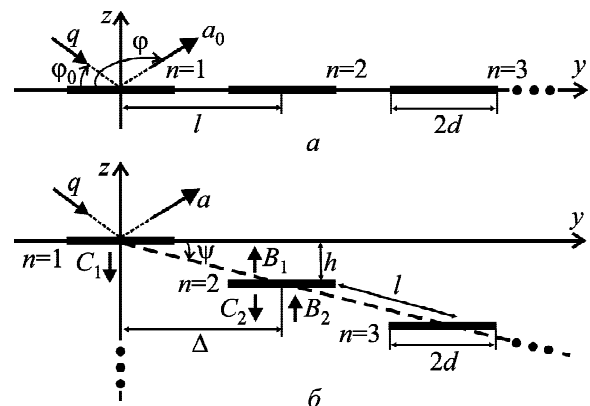


Рис. 1. Геометрия исследуемых структур: *a* – плоская полубесконечная решетка; *b* – полубесконечная решетка типа жалюзи

$$a_0(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{R}_0(\xi, \zeta) q(\zeta) d\zeta. \quad (1)$$

В краткой форме выражение (1) имеет вид

$$a_0 = \hat{R}_0 q. \quad (2)$$

Таким образом, задача сводится к определению интегрального оператора \hat{R}_0 .

Для решения этой задачи рассмотрим вспомогательную задачу: задачу о дифракции H -поляризованной волны на полубесконечной решетке типа жалюзи.

3. Вспомогательная задача

Рассмотрим задачу о дифракции H -поляризованной волны на плоской полубесконечной периодической ленточной решетке, ленты которой лежат в параллельных плоскостях, так называемой полубесконечной решетке типа жалюзи. Решетка типа жалюзи представляет собой многослойную структуру. Расположим первый слой в плоскости $z = 0$. Каждый следующий n -й слой располагается в плоскости $z = -h(n-1)$ так, чтобы y -координаты середин соседних слоев отличались на величину Δ . Суммарная ширина всех лент одиночного слоя равна $2d$. Введем угол ψ

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{h}{\Delta}$$

и период решетки

$$l = \frac{h}{\sin\psi}.$$

Геометрия структуры приведена на рис. 1, б для случая одноэлементной решетки. Отметим, что если $\psi = 0$, то решетка типа жалюзи превращается в плоскую решетку.

Обозначим спектральную функцию поля, падающего на полубесконечную решетку типа жалюзи, как $q(\xi)$, отраженного поля – как $a(\xi)$, а поля между n -й и $(n+1)$ -й лентой – как $B_n(\xi)$ и $C_n(\xi)$. Они связаны между собой следующими соотношениями [17]:

$$a = r q + t S^- e B_1, \quad (3)$$

$$C_1 = t q + r S^- e B_1, \quad (4)$$

$$B_1 = \hat{R} S^+ e C_1, \quad (5)$$

$$B_n = \hat{R} S^+ e C_n, \quad (6)$$

$$C_n = t_{n-1} q + r_n S^- e B_n, \quad n = 2, 3, \dots,$$

где r и t – операторы отражения и прохождения одиночной ленты или системы лент, расположенных на одиночном периоде многоэлементной полубесконечной решетки, которые можно определить методом сингулярных интегральных уравнений [23]; t_n и r_n – операторы прохождения и отражения системы, состоящей из n слоев; \hat{R} – неизвестный оператор отражения полубесконечной решетки типа жалюзи.

В то же время, по аналогии с (2), можно записать

$$a = \hat{R} q. \quad (7)$$

При выводе выражений (3)–(7) использовалась трансляционная симметрия [12], которая заключается в том, что свойства полубесконечной решетки не изменятся, если убрать крайний ее элемент. Это позволяет рассматривать решетку, с одной стороны, как структуру, начинающуюся с ленты номер 1, а с другой стороны, как структуру, начинающуюся с ленты номер 2 и взаимодействующую с одиночной лентой номер 1.

Оператор e определяет изменение амплитуд поля при смещении системы координат на величину h вдоль направления распространения поля. Операторы S^\pm определяют изменение амплитуд поля при смещении системы координат на величину Δ в положительном или отрицательном направлении оси Oy . Их действие на произвольную функцию $g(\xi)$ сводится к умножению на экспоненту:

$$(e g)(\xi) = \exp(ikh\gamma(\xi)) g(\xi),$$

$$(S^\pm g)(\xi) = \exp(\pm ik\Delta\xi) g(\xi).$$

Ввиду того, что поле, отраженное полубесконечной решеткой, может быть представлено в виде суперпозиции полей с дискретным и непрерывным спектром, ядро $\hat{R}(\xi, \zeta)$ оператора отражения \hat{R} может иметь особенности в точках, соответствующих постоянным распространения плоских волн (гармоник Флоке) бесконечной части решетки. После преобразований уравне-

ний (2)–(5) видно, что эти точки являются нулями функции

$$f(\xi, \zeta) = 1 - \exp\left(ik\left(\Delta(\zeta - \xi) + h(\gamma(\xi) + \gamma(\zeta))\right)\right) \quad (8)$$

по каждой из переменных при фиксированной другой переменной. Заметим, что если $\psi \neq 0$ ($h \neq 0$), то у функции $f(\xi, \zeta)$ число действительных нулей конечно по одной переменной при фиксированной другой переменной, и эти нули лежат в интервале $(-1, 1)$.

Для устранения особенностей необходимо проведение процедуры регуляризации, которая заключается в том, что к подынтегральной функции, содержащей особенности, прибавляется такая функция, что их сумма особенностей уже не имеет, и интеграл может быть вычислен с использованием квадратурных формул, а интеграл от добавленной функции может быть вычислен аналитически. Чтобы сохранилось тождество, эта же функция и отнимается.

Вычтем из оператора \hat{R} особенность. Для этого введем оператор R , определяемый формулой

$$R = \hat{R} - S^- e \hat{R} e S^+$$

с ядром

$$R(\xi, \zeta) = \hat{R}(\xi, \zeta) f(\xi, \zeta).$$

Далее введем оператор

$$Bq = B_1 - \hat{R} S^+ e q.$$

Операторы R и B особенностей уже не имеют. Тогда из (3)–(7), после проведения процедуры регуляризации, можно получить операторные уравнения

$$R = r + S^- e B - r S^- e B - r S^- e F_0 R S^+ e, \quad (9)$$

$$B = (I - R F S^+ e r S^- e)^{-1} (R F S^+ e r S^- e F_0 R S^+ e - R F S^+ e r)$$

относительно неизвестных операторов R и B . Здесь I – единичный оператор, операторы F и F_0 – регуляризирующие. Их явный вид приведен в [17].

Подробно способ решения уравнения (9) описан в [17]. Поэтому упомянем лишь ключевые моменты. Операторы, входящие в (9), являются интегральными с интегрированием по бесконеч-

ному интервалу $(-\infty, \infty)$. Согласно условию на ребре [24] подынтегральные функции убывают как $|\xi|^{-3/2}$, $\xi \rightarrow \infty$, где ξ – переменная интегрирования, поэтому бесконечный интервал можно заменить конечным $(-\sigma, \sigma)$. На интервале $(-\sigma, \sigma)$ для дискретизации применяется составная квадратурная формула. В качестве узлов выбираются корни полиномов Лежандра. Каждая плоская волна, падающая под произвольным углом, возбуждает как цилиндрическую волну (непрерывный спектр), так и плоские волны, соответствующие бесконечной части структуры, (дискретный спектр). Поэтому для учета плоских волн при дискретизации (9) в качестве узлов, кроме корней полинома Лежандра, необходимо использовать еще и точки, соответствующие постоянным распространения плоских волн, бесконечной части структуры. Общее число узлов обозначим как N . Разбиение отрезков $(-\sigma, -1)$ и $(1, \sigma)$ является не равномерным, а учитывает характер убывания подынтегральных функций (не медленнее чем $|\xi|^{-3/2}$, $\xi \rightarrow \infty$). В результате такой процедуры дискретизации уравнение (9) заменяется матричным

$$\tilde{R} = P(\tilde{R}) \quad (10)$$

относительно неизвестного вектора $\tilde{R} = (\tilde{R}^i)_{i=1}^{N \times N}$ размерности $N \times N$ оператора R , P – правая часть в (9). Элементами вектора являются значения ядра оператора в узлах.

Для решения уравнения (10) применяется метод релаксации [25]

$$\tilde{R}_p = \hat{\tau}^{-1} \left((\hat{\tau} - I) \tilde{R}_{p-1} + P(\tilde{R}_{p-1}) \right), \quad (11)$$

$$p = 1, 2, \dots, p_{\max},$$

где $\hat{\tau}$ – диагональная матрица с элементами τ , τ – параметр релаксации. Выбор параметра τ позволяет добиться стремления погрешности к нулю и увеличить скорость сходимости процесса. В качестве начального приближения в (11) выбирался оператор отражения от лент на одном периоде полубесконечной структуры, $\tilde{R}_0 = r$.

4. Численные результаты

Будем предполагать, что на решетку падает плоская волна единичной амплитуды под углом φ_0 относительно оси Oy (см. рис. 1).

Как и в работе [17], введем коэффициент отражения r_j плоской волны с номером j , соответствующей спектру плоских волн бесконечной периодической части структуры, и функцию $D(\varphi, \rho)$, описывающую поле в дальней зоне без учета плоских волн (аналог диаграммы направленности). Коэффициент r_j описывается формулой

$$r_j = \frac{\pi - w_j}{\pi} |2\pi R(w_j, \zeta_0)|^2,$$

где $w_j = w_j(\zeta_0) = 180^\circ - \arccos \xi_j(\zeta_0)$ – угол распространения отраженной плоской волны с номером j , соответствующей спектру плоских волн бесконечной части структуры; $\zeta_0 = \cos \varphi_0$. Согласно [19] при $k\rho \gg 1$ рассеянное поле можно представить в виде суммы трех слагаемых: $H_x^{ref}(\varphi, \rho) = H_x^F(\varphi, \rho) + H_x^c(\varphi, \rho) + H_x^{erfc}(\varphi, \rho)$, где $H_x^F(\varphi, \rho)$ – множество плоских волн (гармоник Флоке), соответствующих бесконечной части структуры; $H_x^c(\varphi, \rho)$ – множество цилиндрических волн, рассеянных краем решетки и $H_x^{erfc}(\varphi, \rho)$ – слагаемое, обеспечивающее равномерную непрерывность поля $H_x^{ref}(\varphi, \rho)$ как функции расстояния ρ при его стремлении к бесконечности, $\rho \rightarrow \infty$. Тогда функцию $D(\varphi, \rho)$ можно записать в следующем виде:

$$D(\varphi, \rho) = \frac{\pi |H_x^c(\varphi, \rho) + H_x^{erfc}(\varphi, \rho)|^2}{kd \sin \varphi_0}.$$

Функция $D(\varphi, \rho)$ нормируется на мощность волн, падающей на ленты одиночного периода.

Перед исследованием параметров плоской полубесконечной решетки необходимо установить, насколько правомочным является переход к пределу при $h \rightarrow 0$. На рис. 2 и рис. 3 представлены зависимости модуля компоненты отраженного поля H_x^{ref} от координаты y при $z = 0.1\lambda$ и функции $D(\varphi, \rho)$ от угла φ при $k\rho = 30$, $kl = 7$, $kd = 1.57$ ($2d = \lambda/2$) для одноэлементной полубесконечной решетки. В уравнении (9) в качестве оператора Γ выбирался оператор отражения одиночной ленты. Параметры структуры выбраны таким образом, что только три плоские волны (гармоники Флоке) с номерами $-1, 0$ и 1 , соответствующие спектру волн бесконечной периодической решетки, являются распространяющимися. Остальные плоские волны – затухающие. Значения коэффициента отражения и углов распростра-

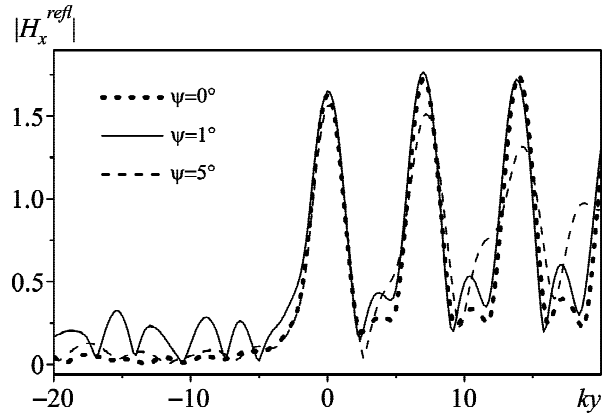


Рис. 2. Амплитуда компоненты H_x^{ref} отраженного поля при $kl = 7$, $kd = 1.57$ ($2d = \lambda/2$), $\varphi_0 = 90^\circ$, $z = 0.1\lambda$

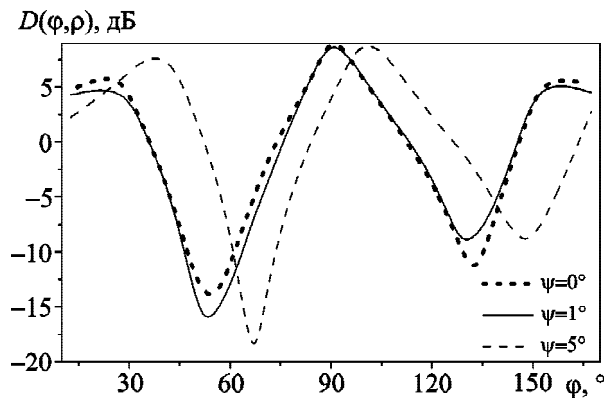


Рис. 3. Зависимость функции $D(\varphi, \rho)$ от полярного угла φ при $kl = 7$, $kd = 1.57$ ($2d = \lambda/2$), $\varphi_0 = 90^\circ$, $k\rho = 30$

нения приведены в табл. 1. Как видно из рисунков, исследуемые кривые для полубесконечной решетки типа жалюзи стремятся к кривым для плоской полубесконечной решетки при $\psi \rightarrow 0$. Касательная компонента магнитного поля имеет максимумы над лентами. При этом амплитуды поля в точке максимума практически совпадают для ленты с номером $n = 1$ в случае плоской решетки и решетки типа жалюзи. Для последующих лент, $n = 2, 3, \dots$, значения амплитуд поля в точке максимума для решетки типа жалюзи становятся меньше соответствующих значений для случая $\psi = 0^\circ$. Это связано со смещением лент в полубесконечной решетке типа жалюзи в направлении отрицательных значений оси Oz . Графики зависимости функции $D(\varphi, \rho)$ от φ практически совпадают для случаев $\psi = 0^\circ$ и $\psi = 1^\circ$. При этом наблюдается смещение максимумов вдоль оси φ примерно на 0.2° для основного

Таблица 1. Угол распространения и коэффициент отражения плоских волн

j	w_j	r_j
-1	26.16°	0.197
0	90°	0.186
1	153.8°	0.034

лепестка и не более чем на 0.5° для боковых лепестков. Это связано с тем, что плоские волны с одинаковым номером, соответствующие бесконечной части структуры, распространяются под разными углами при различных значениях угла ψ . Максимумы расположены вблизи углов распространения плоских волн, соответствующих бесконечной части решетки, (мод Флоке). В случае $\psi = 5^\circ$ наблюдаются значительные отличия. Использовалось 123 узла в составной квадратной формуле и значения $\sigma = 5$, $p_{\max} = 4$, $\tau = 2$. При этом за счет необходимости учета плоских волн (как распространяющихся, так и затухающих) размерность достигала значения $N = 1200$ в случае плоской решетки и $N = 284$ в случае решетки типа жалюзи. Такое различие в размерности N для двух решеток связано с нулями функции $f(\xi, \zeta)$ (8). В случае решетки типа жалюзи ($h > 0$) действительные нули лежат на отрезке $[-1, 1]$, в то время как для плоской решетки ($h = 0$) нули лежат на всей оси $(-\infty, \infty)$.

На рис. 4 представлено распределение отраженного поля (действительная часть компоненты H_x^{refl}) в области над решеткой. Видно, что при углах $26.16^\circ < \varphi < 90^\circ$ от решетки распространяется плоская волна с номером -1. Плоская

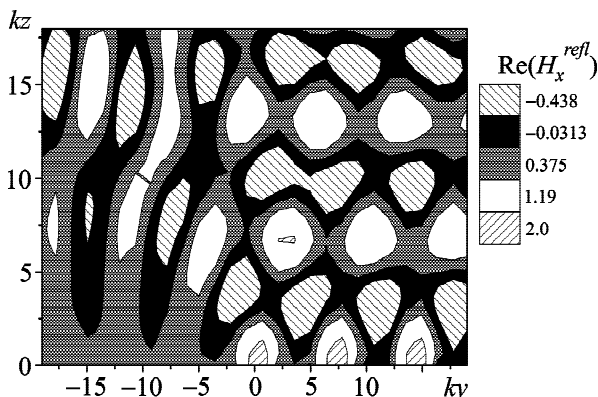


Рис. 4. Действительная часть компоненты H_x^{refl} отраженного поля при $kl = 7$, $kd = 1.57$ ($2d = \lambda/2$), $\varphi_0 = 90^\circ$, $\psi = 0^\circ$

волна с номером j существует лишь в области $w_j < \varphi$ [3, 4, 9], что подтверждается рис. 4. Следует отметить, что граница области отражения моды с номером 1 не заметна на рис. 4. В то же время границы области отражения мод с номерами -1 и 0 при $\varphi = 26.16^\circ$ и $\varphi = 90^\circ$ отчетливо видны.

Рассмотрим двухэлементную плоскую полубесконечную решетку с периодом $kl = 7$ ($\psi = 0^\circ$). На периоде располагаются две ленты равной ширины. Половина ширины каждой ленты равна $kd_1 = 0.785$ ($2d_1 = \lambda/4$), $2d_1 = d$. В уравнении (9) в качестве оператора Γ выбирался оператор отражения двух лент. Расстояние между лентами на периоде, или зазор, обозначим как δ . На рис. 5 представлена зависимость коэффициента отражения плоских волн (мод Флоке) от зазора δ . Маркерами в виде звездочек при $\delta = 0$ обозначены значения коэффициента отражения в случае одноэлементной плоской полубесконечной решетки с половиной ширины ленты $kd_1 = 1.57$ ($2d_1 = \lambda/2$). Создание небольшого зазора между лентами приводит к существенному изменению значения коэффициента отражения как основной волны, так и остальных волн. Это объясняется тем, что токи текут поперек ленты и линии по-

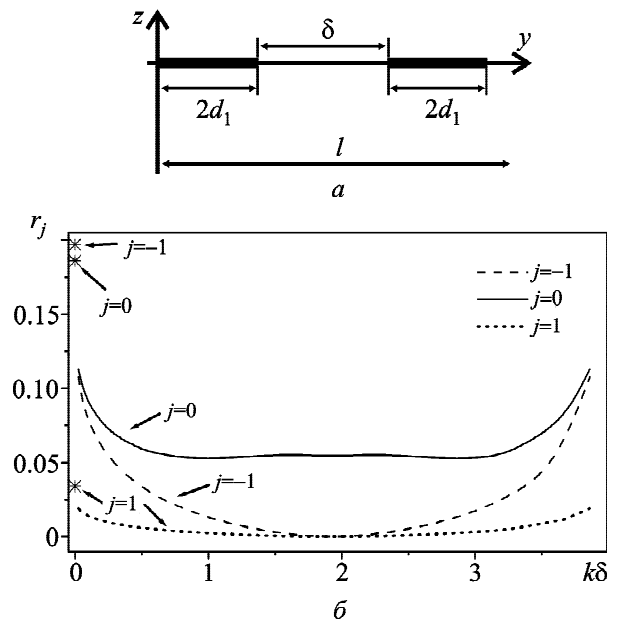


Рис. 5. Двухэлементная плоская полубесконечная решетка (а) и зависимость коэффициента отражения r_j этой решетки от зазора δ при $kl = 7$, $kd_1 = 0.785$ ($2d_1 = \lambda/4$), $kd = 1.57$ ($2d = \lambda/2$), $\varphi_0 = 90^\circ$

верхностных токов пересекаются щелью. Даже в малом зазоре касательная компонента отраженного магнитного поля H_x^{refl} обращается в ноль, а на середине лент одноэлементной решетки ее амплитуда близка к максимальной. При приближении расстояния между серединами лент к половине периода ($2d_1 + \delta = l/2$) коэффициент отражения основной волны стремится к коэффициенту отражения решетки с периодом $l/2$, а коэффициент отражения гармоник с номерами ± 1 – к нулю. Графики симметричны относительно прямой $\delta = l/2 - 2d_1$. При $\delta = l/2 - 2d_1$ расстояние между всеми лентами в полубесконечной решетке равно $l/2$. Если на периоде расположено m лент равной ширины и на одинаковом расстоянии друг от друга, то такая решетка эквивалентна одноэлементной с периодом в m раз меньшим. Поэтому в спектре отличными от нуля будут только гармоники с номерами, кратными m .

На рис. 6. приведены зависимости функции $D(\varphi, \rho)$ от угла φ при трех значениях зазора δ и $k\rho = 30$. В случае зазора $\delta \ll l/2 - 2d_1$ в зависимостях наблюдается наличие трех максимумов, положение которых на оси φ совпадает с углами распространения плоских волн. При приближении зазора δ к величине $l/2 - 2d_1$ значения максимумов убывают, а при $\delta = l/2 - 2d_1$ коэффициент отражения волн с номерами ± 1 равен нулю, $r_{\pm 1} = 0$. На рис. 7 представлены зависимости модуля компоненты отраженного поля H_x^{refl} от координаты y при $z = 0.1\lambda$. При больших значениях зазора δ в зависимостях появляется второй мини-

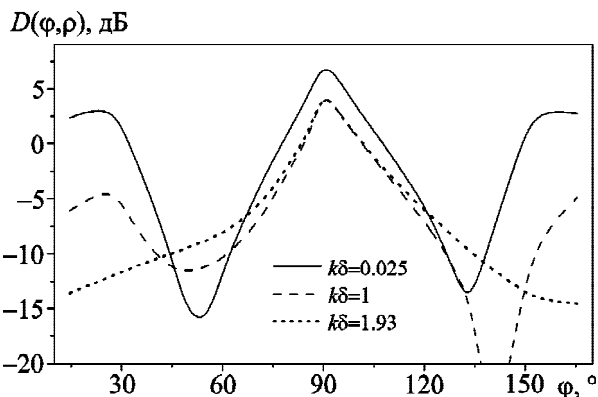


Рис. 6. Зависимость функции $D(\varphi, \rho)$ от полярного угла φ при $kl = 7$, $kd_1 = 0.785$ ($2d_1 = \lambda/4$), $kd = 1.57$ ($2d = \lambda/2$), $\varphi_0 = 90^\circ$, $k\rho = 30$

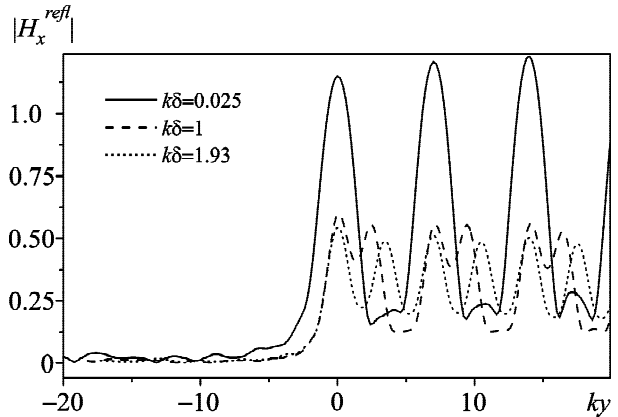


Рис. 7. Амплитуда компоненты H_x^{refl} отраженного поля при $kl = 7$, $kd_1 = 0.785$ ($2d_1 = \lambda/4$), $kd = 1.57$ ($2d = \lambda/2$), $\varphi_0 = 90^\circ$, $z = 0.1\lambda$

мум, положение которого вдоль оси Oy соответствует зазору между лентами на периоде.

На рис. 8 представлено распределение отраженного поля (действительная часть компоненты H_x^{refl}) в области над решеткой. При $\delta \ll l/2 - 2d_1$ (рис. 8, а) распределение поля имеет сходный вид с распределением поля одноэлементной решетки, представленным на рис. 4. При этом амплитуда поля меньше. Рис. 8, б соответствует $\delta = l/2 - 2d_1$. Поле в области $y < 0$ при $z \gg 0$ создается только цилиндрической волной, рассеянной краем структуры, так как $r_{-1} = 0$. Вблизи решетки в области $y < 0$ на распределение поля оказывают влияние еще и затухающие плоские волны с четными номерами ($2j$).

На рис. 9 показана зависимость коэффициента отражения плоских волн (мод Флоке) трех- и четырехэлементной плоской полубесконечной решетки от ширины лент с номерами 2 и 4, kd_2 , при постоянной ширине лент с номерами 1 и 3, $2kd_1 = 1.57$ ($2d_1 = \lambda/2$). Лента 2 расположена симметрично относительно лент 1 и 3. Расстояние между лентами 1 и 3 равно $k\delta = k(l - 2 \cdot 2 \cdot d_1)/2 \approx 1.93$. У четырехэлементной структуры расстояния между соседними лентами а также ширины лент с номерами 2 и 4 одинаковы. В случае присутствия на периоде лишь лент с номерами 1 и 3 (двухэлементная решетка) наименьший период равен $l/2$. При размещении дополнительной ленты малой ширины на периоде (с номером 2) значение коэффициента отражения меняется несущественным образом. При этом коэффициент отражения плос-

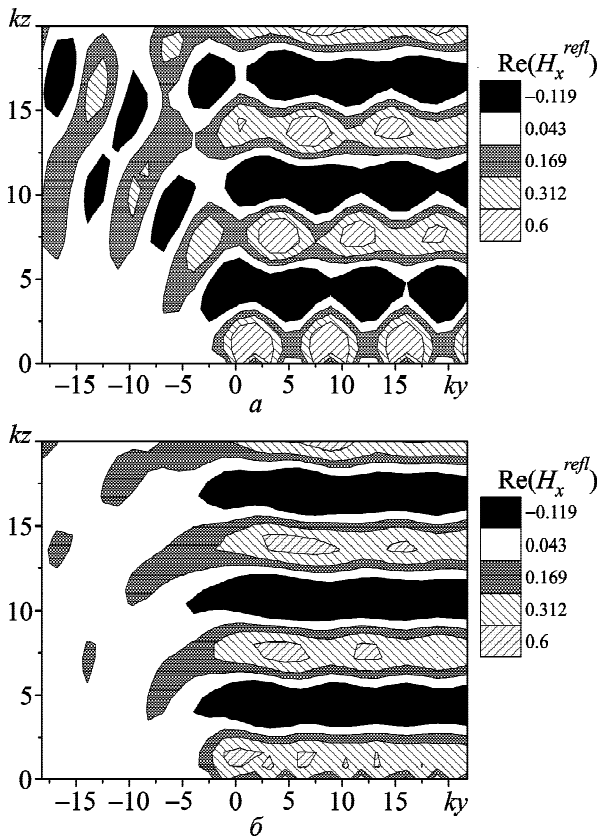


Рис. 8. Действительная часть компоненты H_x^{refl} отраженного поля при $kl = 7$, $kd_1 = 0.785$ ($2d_1 = \lambda/4$), $kd = 1.57$ ($2d = \lambda/2$), $\varphi_0 = 90^\circ$ в случае $k\delta = 1$ (а) и $k\delta = 1.93$ (б)

ких волн с номерами ± 1 увеличивается с ростом ширины ленты. Это связано с тем, что наименьший период такой структуры становится равным l . Размещение четвертой ленты вновь делает структуру периодичной с периодом $l/2$, и коэффициент отражения плоских волн с номерами ± 1 обращается в нуль. Это же верно и для плоских бесконечных периодических решеток, свойства которых достаточно полно описаны в [26].

5. Выводы

В работе получено решение задачи дифракции H -поляризованной волны на многоэлементной плоской полубесконечной решетке. Используется вспомогательная задача – задача дифракции на полубесконечной решетке типа жалюзи. Установлено, что решение вспомогательной задачи численно сводится к решению задачи для плоской полубесконечной решетки при стремлении расстояния между лентами вдоль оси Oz к нулю ($h \rightarrow 0$ или $\psi \rightarrow 0$). Рассеянное решеткой поле

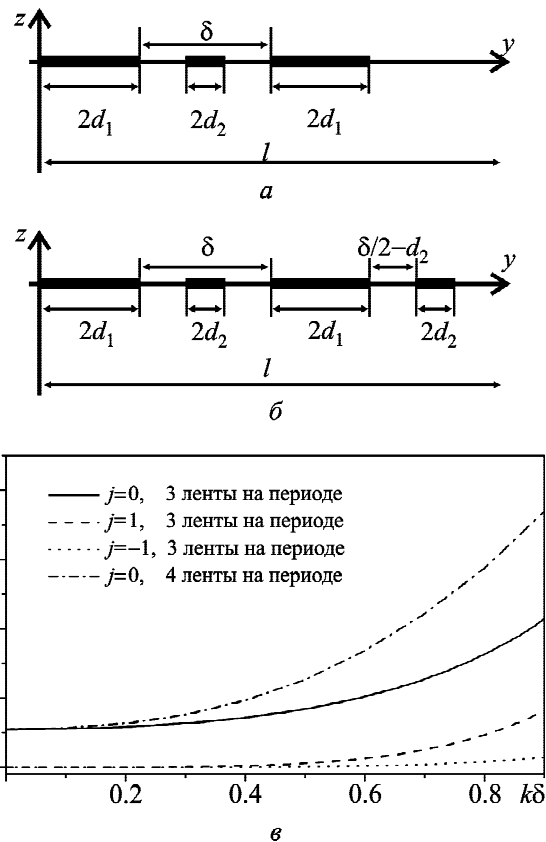


Рис. 9. Трехэлементная (а) и четырехэлементная (б) плоские полубесконечные решетки, а также амплитуда компоненты H_x^{refl} отраженного поля при $kl = 7$, $kd_1 = 0.785$ ($2d_1 = \lambda/4$), $k\delta = 1.93$, $\varphi_0 = 90^\circ$, $z = 0.1\lambda$ (в)

выражается через оператор отражения, который находится из нелинейного операторного уравнения. Благодаря тому, что вид операторного уравнения не зависит от вида одиночного препятствия, подход, предложенный в работе, удаётся без затруднений применить к исследованию многоэлементных решеток.

Рассмотрено распределение поля в ближней и дальней зоне, а также зависимости коэффициента отражения от геометрических параметров решетки при резонансном соотношении ширины ленты и длины волны. Показано, что внесение лент небольшой ширины не оказывает существенного влияния на рассеянное поле, в то время как узкая щель оказывает значительное влияние. В случае m -элементной решетки если на периоде расположено m лент равной ширины на одинаковом расстоянии друг от друга, то в спектре отличными от нуля будут только гармоники с номерами, кратными m . При этом поле в области

$u < 0$ создается преимущественно цилиндрической волной, рассеянной краем решетки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фельд Я. Н. Дифракция электромагнитной волны на полубесконечной решетке // Радиотехника и электроника. – 1958. – Т. 13, № 7. – С. 882–889.
2. Фельд Я. Н. О бесконечных системах линейных алгебраических уравнений, связанных с задачами о полубесконечных периодических структурах // Доклады АН СССР. – 1955. – Т. 102, № 2. – С. 257–260.
3. Hills N. L. and Karp S. N. Semi-Infinite Diffraction Gratings – I // Commun. Pure Appl. Math. – 1965. – Vol. 18, No. 1/2. – P. 203–233.
4. Hills N. L. Semi-Infinite Diffraction Gratings. II. Inward Resonance // Commun. Pure Appl. Math. – 1965. – Vol. 18, No. 3. – P. 385–395.
5. Wasylkiwskyj W. Mutual coupling effects in semi-infinite arrays // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1973. – Vol. 21, No. 3. – P. 277–285.
6. Linton C. M. and Martin P. A. Semi-infinite arrays of isotropic point-scatterers. A unified approach // SIAM J. Appl. Math. – 2004. – Vol. 64, No. 3. – P. 1035–1056.
7. Linton C. M., Porter R., and Thompson I. Scattering by a Semi-Infinite Periodic Array and the Excitation of Surface Waves // SIAM J. Appl. Math. – 2007. – Vol. 67, No. 5. – P. 1233–1258.
8. Capolino F. and Albani M. Truncation effects in a semi-infinite periodic array of thin strips: A discrete Wiener-Hopf formulation // Radio Sci. – 2009. – Vol. 44, Is. 2. – id. RS2S91.
9. Nishimoto M. and Ikuno H. Analysis of electromagnetic wave diffraction by a semi-infinite strip grating and evaluation of end-effects // Prog. Electromagn. Res. (PIER) – 1999. – Vol. 23. – P. 39–58.
10. Caminita F., Nannetti M., and Maci S. An efficient approach to the solution of a semi-infinite strip grating printed on infinite grounded slab excited by a surface wave // XXIX URSI General Assembly. – Chicago, Illinois (USA). – 2008. – BPS 2.5.
11. Nepa P., Manara G., and Armogida A. EM scattering from the edge of a semi-infinite planar strip grating using approximate boundary conditions // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2005. – Vol. 53, No. 1. – P. 82–90.
12. Литвиненко Л. М., Резник І. І., Литвиненко Д. Л. Дифракція хвиль на напівнескінченних періодичних структурах // Доповіді АН Української РСР. – 1991. – № 6. – С. 62–66.
13. Lytvynenko L. M. and Prosvirnin S. L. Wave Diffraction by Periodic Multilayer Structures. – Cottenham, UK: Cambridge Scientific Publishers, 2012. – 158 p.
14. Kaliberda M. E., Litvinenko L. N., and Pogarsky S. A. Operator Method in the Analysis of Electromagnetic Wave Diffraction by Planar Screens // J. Commun. Technol. Electron. – 2009. – Vol. 54, No. 9. – P. 975–981.
15. Kaliberda M. E., Lytvynenko L. N., and Pogarsky S. A. Electrodynamic characteristics of multilayered system of plane screens with a slot // Radio Physics and Radio Astronomy. – 2011. – Vol. 2, Is. 4. – P. 339–344.
16. Lytvynenko L. M., Kaliberda M. E., and Pogarsky S. A. Solution of Waves Transformation Problem in Axially Symmetric Structures // Frequenz. – 2012. – Vol. 66, No. 1–2. – P. 17–25.
17. Lytvynenko L. M., Kaliberda M. E., and Pogarsky S. A. Wave diffraction by semi-infinite venetian blind type grating // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2013. – Vol. 61, No. 12. – P. 6120–6127.
18. Vorobyov S. N. and Lytvynenko L. M. Electromagnetic wave diffraction by semi-infinite strip grating // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2011. – Vol. 59, No. 6. – P. 2169–2177.
19. Felsen L. B. and Marcuvits N. Radiation and Scattering of Waves. – Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1973. – ch. 4.
20. Meszmer P. Hierarchical quadrature for multidimensional singular integrals // J. Numer. Math. – 2010. – Vol. 18, No. 2. – P. 91–117.
21. Meszmer P. Hierarchical quadrature for multidimensional singular integrals – Part II // J. Numer. Math. – 2014. – Vol. 22, No. 1. – P. 33–60.
22. Лифанов И. К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент (в математической физике, аэродинамике, теории упругости и дифракции волн). – М: ТОО “Янус”, 1995. – 520 с.
23. Nosich A. A. and Gandel Y. V. Numerical Analysis of Quasioptical Multireflector Antennas in 2-D With the Method of Discrete Singularities: E-Wave Case // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2007. – Vol. 55, No. 2. – P. 399–406.
24. Мумтра Р., Лу С. Аналитические методы теории волноводов. – М.: Мир, 1974. – 325 с.
25. Ortega J. M. and Rheinboldt W. C. Iterative Solution of Nonlinear Equations in Several Variables. – New York: Academic Press, 1970. – 566 p.
26. Шестопалов В. П., Литвиненко Л. Н., Масалов С. А., Сологуб В. Г. Дифракция волн на решетках. – Харьков: Издательство ХГУ, 1973. – 287 с.

М. С. Калиберда¹, Л. М. Литвиненко², С. О. Погарский¹

¹Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, пл. Свободи, 4, м. Харків, 61022, Україна

²Радіоастрономічний інститут НАН України, вул. Червонопрапорна, 4, м. Харків, 61002, Україна

ДИФРАКЦІЯ Н-ПОЛЯРИЗОВАНОЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ ХВИЛІ НА БАГАТОЕЛЕМЕНТНІЙ ПЛОСКІЙ НАПІВНЕСКІНЧЕННІЙ РЕШІТЦІ

Розглядається задача дифракції Н-поляризованої хвилі на багатоелементній плоскій напівнескінченній періодичній стрічковій решітці. Задачу зведено до нелінійного операторного рівняння відносно невідомого оператора відбиття решітки. Рівняння отримане в результаті розв’язання допоміжної задачі – задачі дифракції хвилі на напівнескінченній періодичній стрічковій решітці типу жалюзі, стрічки якої лежать у паралельних площинах. Надаються залежності коефіцієнта відбиття плоских хвиль для однієї, двох та чотирьох стрічок на періоді та розподіл поля у ближній та дальній зонах.

*M. E. Kaliberda*¹, *L. M. Lytvynenko*², and *S. A. Pogarsky*¹

¹V. Kazarin National University of Kharkiv,
4, Svoboda Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine

²Institute of Radio Astronomy, National Academy
of Sciences of Ukraine,
4, Chervonopraporna St., Kharkiv, 61002, Ukraine

THE *H*-POLARIZED ELECTROMAGNETIC WAVE
DIFFRACTION BY MULTI-ELEMENT PLANE
SEMI-INFINITE GRATING

The *H*-polarized wave diffraction by multi-element plane semi-infinite periodic strip grating is considered. The problem

is reduced to a nonlinear operator equation with respect to the unknown reflection operator of a structure. The equation is obtained as a result of solution of the auxiliary problem – wave diffraction by semi-infinite periodic venetian blind-type grating with the strips placed in parallel planes. The dependences of the reflection coefficient of plane waves are presented for one, two, three and four strips per period and for the near and far fields are calculated.

Статья поступила в редакцию 02.07.2014