

## ЩОДО ПИТАННЯ ВИБОРУ МОДЕЛІ СЛАБКИХ МІЖПЛАНЕТНИХ МЕРЕХТІНЬ РАДІОВИПРОМІНЮВАННЯ КОСМІЧНИХ ДЖЕРЕЛ В ДІАПАЗОНІ $8 \div 80$ МГц

*Предмет і мета роботи: Огляд моделей поширення електромагнітних хвиль у випадково-неоднорідних середовищах стосовно визначення можливості їх використання для опису слабких міжпланетних мерехтінь радіовипромінювання космічних джерел в діапазоні  $8 \div 80$  МГц, а також оцінка умов застосовності моделей для цього випадку та порівняння спектрів мерехтінь, розрахованих на основі різних моделей.*

*Методи і методологія: огляд літератури, аналіз, математичні розрахунки.*

*Результати: На основі наукових публікацій розглянуто задачу поширення радіовипромінювання космічних джерел з частотою в діапазоні від 8 до 80 МГц в міжпланетній плазмі в режимі слабого розсіяння (великі елонгації). Показано етапи розв'язування задачі, коли шляхом врахування певних обмежень виконується поступовий перехід від рівняння Максвелла до більш простого параболічного рівняння. Розглянуто основні наближені методи розв'язування параболічного рівняння (метод плавних збурень, метод інтегралів уздовж траєкторій, метод фазового екрана). Виконано оцінку умов застосовності самого параболічного рівняння й перелічених вище методів знаходження його наближених розв'язків. Показано, що саме параболічне рівняння і зазначені вище методи знаходження його наближених розв'язків можуть використовуватися в випадку задачі поширення радіовипромінювання космічних джерел з частотою в діапазоні від 8 до 80 МГц в міжпланетній плазмі в режимі слабого розсіяння. Для кожного методу наведено взяті з літературних джерел вирази для спектру мерехтінь. Шляхом розрахунку доведено, що в режимі слабого розсіяння методи плавних збурень, інтегралів вздовж траєкторій і фазового екрана дають близькі спектри мерехтінь. Невеликою зміною параметрів міжпланетної плазми можливо сумістити кожен модельний спектр з експериментальним, але такі варіації модельного спектру будуть порядку похибки одержання експериментального спектру, яка при звичайній статистиці спостережень міжпланетних мерехтінь в діапазоні  $8 \div 80$  МГц становить  $10 \div 20$  %.*

*Висновок: Три методи: метод плавних збурень, метод інтегралів уздовж траєкторій, метод фазового екрана (із застереженням) – можуть бути застосовані для моделювання слабких міжпланетних мерехтінь радіовипромінювання космічних радіоджерел в діапазоні  $8 \div 80$  МГц.*

*Ключові слова: поширення, радіовипромінювання, міжпланетні мерехтіння, режим слабого розсіяння, метод плавних збурень, метод інтегралів уздовж траєкторій, метод фазового екрана*

### 1. Вступ

Електромагнітне випромінювання космічних об'єктів, наприклад, пульсарів, галактик, квазарів, на шляху до спостерігача проходить послідовно три середовища (рис. 1), кожне з яких вносить збурення в його характеристики.

При цьому спостерігаються чотири основні ефекти: флуктуації інтенсивності й фази (мерехтіння) [1], рефракція [2], збільшення кутових розмірів [3] і розширення імпульсів сигналу [4]. З одного боку, такі збурення спотворюють випромінювання джерела, а з іншого – відкривають унікальну можливість одержання інформації про середовище поширення. У цій статті ми оглянемо теоретичні моделі поширення електромагнітних хвиль у випадково-неоднорідних середовищах з точки зору їх використання для опису поширення

радіовипромінювання космічних джерел з частотою  $8 \div 80$  МГц у міжпланетній плазмі в режимі слабого розсіяння. Такий режим у вказаному частотному діапазоні реалізується на елонгаціях (кутах між напрямком на Сонце й напрямком на джерело) понад  $90^\circ$ . Основна увага буде приділятися можливості інтерпретації на основі таких моделей даних міжпланетних мерехтінь (флуктуації інтенсивності) космічних радіоджерел [5–7] у режимі слабких мерехтінь, коли індекс мерехтінь  $m \ll 1$ . Вибір частотного діапазону пов'язаний з великим інтересом, який проявляється останнім часом до низькочастотної радіоастрономії й який супроводжується будівництвом низки гігантських радіотелескопів, таких як LOFAR (Європа, діапазони робочих частот  $30 \div 80$  МГц та  $110 \div 240$  МГц), LWA (США, діапазон робочих частот  $20 \div 80$  МГц), SKA (Авст-

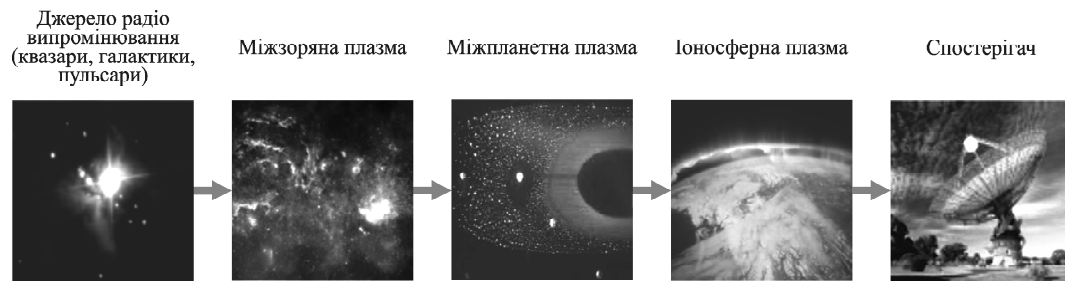


Рис. 1. Радіовипромінювання космічних об'єктів на шляху до спостерігача на Землі

раля, діапазон робочих частот  $50 \div 2000$  МГц), NenuFAR (Франція, діапазон робочих частот  $8 \div 80$  МГц) та ГУРТ (Україна, діапазон робочих частот  $8 \div 80$  МГц). Ці радіотелескопи стануть потужною підтримкою існуючому найбільшому в світі радіотелескопу УТР-2 (Україна, діапазон робочих частот  $8 \div 32$  МГц) і створений на його основі системі радіоінтерферометрів УРАН (Україна, діапазон робочих частот  $8 \div 32$  МГц) [8]. При цьому спостереження міжпланетних мерехтін є одним з головних напрямів досліджень на вказаних радіотелескопах. У цій роботі буде оцінено виконання умов застосовності кожної моделі для вибраного діапазону робочих частот у випадку слабких мерехтін. Слід наголосити, що аналіз умов застосовності є ключовим питанням під час вибору теоретичної моделі будь-якого процесу чи явища. Спектри мерехтін, розраховані на основі різних моделей, будуть порівняні також з типовим експериментальним спектром.

Наразі для інтерпретації даних міжпланетних мерехтін космічних джерел у діапазоні  $8 \div 32$  МГц (нижня частина діапазону  $8 \div 80$  МГц, який є предметом цього дослідження) застосовувалися метод фазового екрана [9, 10] й метод інтегралів уздовж траєкторій [11–13]. У роботі [10] сказано, що для аналізу міжпланетних мерехтін декаметрового радіовипромінювання космічних радіоджерел на великих елонгаціях можна застосовувати модель тонкого фазового екрана, оскільки в цьому випадку зі збільшенням відстані від спостерігача на Землі розмір зони Френеля збільшується повільніше, ніж внутрішній масштаб турбулентності, а тому основний вклад у мерехтіння буде вносити шар плазми, розташований на відстані приблизно 1 а. о. Це твердження є єдиним опублікованим обґрунтуванням можливості використання моделі фазового екрана для інтерпретації даних слабких мерехтін у декаметровому діапазоні радіохвиль.

Обговорення цього твердження буде нижче в розділі 3. У роботі [14] показано, що моделювання коронального викиду маси (КВМ) в міжпланетному просторі тонким розсіюючим шаром є вдалим підходом при поясненні його динаміки, оскільки область стиснення, розташована між тілом КВМ і ударною хвилею, є досить компактна й містить істотно щільнішу плазму, ніж навколишній незбурений сонячний вітер. У роботі [11] вказується на неможливість застосування моделі фазового екрана у випадку міжпланетних мерехтін у декаметровому діапазоні радіохвиль на великих елонгаціях, оскільки не виконується умова  $L_0 \ll \sqrt{z\lambda}$ , де  $L_0$  – зовнішній масштаб турбулентності,  $z$  – відстань до екрану, а  $\lambda$  – довжина хвилі. Якщо прийняти  $L_0 \approx 6.96 \cdot 10^8$  м (радіус Сонця) [15],  $z = 1$  а. о.  $= 1.5 \cdot 10^{11}$  м, то ця умова взагалі не виконується для будь-яких радіочастот. Це є досить дивним, оскільки модель фазового екрана давно й успішно використовується для інтерпретації даних міжпланетних мерехтін у діапазоні радіочастот. Крім того, для діапазону частот  $8 \div 80$  МГц можливість застосування методу плавних збурень не аналізувалася взагалі. Всі ці питання і є предметом дослідження цієї статті.

## 2. Рівняння Гельмгольца та геометрична оптика

Загальновідомо, що поширення електромагнітних хвиль при магнітній проникності середовища  $\mu = 1$ , провідності середовища  $\sigma = 0$  описується диференціальними рівняннями Максвелла:

$$\text{rot } \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}(\vec{r}, t)}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\text{rot } \vec{H}(\vec{r}, t) = \frac{1}{c} \frac{\partial (\epsilon(\vec{r}, t) \vec{E}(\vec{r}, t))}{\partial t},$$

де  $\vec{E}(\vec{r}, t)$ ,  $\vec{H}(\vec{r}, t)$  – напруженості електричного й магнітного полів,  $\varepsilon(\vec{r}, t)$  – діелектрична проникність випадково-неоднорідного середовища.

У випадку скалярного монохроматичного хвильового поля  $u(\vec{r}, t)$ , яке за цих умов можна записати як  $u(\vec{r}, t) = u(\vec{r}) \exp(-i\omega t)$ , поширення хвилі в випадково-неоднорідному середовищі описується рівнянням Гельмгольца:

$$\Delta u(\vec{r}) + k_0^2 \varepsilon(\vec{r}) u(\vec{r}) = 0, \quad (2)$$

де  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  – оператор Лапласа,

$k_0 = \frac{\omega}{c}$  – хвильове число у вакуумі.

Рівняння (2) можна переписати у вигляді

$$\Delta u + k^2 [1 + \tilde{\varepsilon}(\vec{r})] u = 0, \quad (3)$$

де  $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \langle \varepsilon \rangle$  – квадрат хвильового числа в середовищі,

$\tilde{\varepsilon} = \frac{[\varepsilon(\vec{r}) - \langle \varepsilon \rangle]}{\langle \varepsilon \rangle}$  – відносна величина флуктуацій діелектричної проникності,  $\langle \varepsilon \rangle$  – середнє (за ансамблем реалізації середовища) значення  $\varepsilon(\vec{r})$  [16, 17].

Загальних методів розв'язування навіть такого простого, порівняно з рівняннями Максвелла (1), рівняння не існує. І загалом, задачі про поширення хвиль в випадково-неоднорідних середовищах розв'язуються, як правило, наближеними методами, оскільки відповідні диференціальні (чи інтегральні) рівняння містять в коефіцієнтах випадкові функції координат і/або часу, які описують ці неоднорідні середовища. Тому розглянемо наближені методи розв'язування задач про проходження хвиль через середовища з великомасштабними неоднорідностями, характерні розміри яких набагато більші довжини хвилі:  $l_\varepsilon \gg \lambda$ . У цьому випадку розсіянням на великі кути (у тому числі й розсіянням назад) можна знехтувати. У результаті флуктуації хвильового поля визначаються переважно тими неоднорідностями, які знаходяться в околі променя, який з'єднує джерело й точку спостереження. Тому мовиться, як правило, не про розсіяння, а про поширення хвиль у випадково-неоднорідному середовищі з великомасштабними неоднорідностями [16].

Для розв'язування задач про флуктуації короткохвильових ( $l_\varepsilon \gg \lambda$ ) полів внаслідок розсіяння

на неоднорідностях середовища існує кілька основних методів:

- 1) метод геометричної оптики [16];
- 2) метод плавних збурень [16–19];
- 3) метод інтегралів уздовж траєкторій, цей метод відомий ще як метод континуальних інтегралів, метод Фейнманівських інтегралів, [20–23];
- 4) метод фазового екрана [24, 25].

Метод геометричної оптики – наближений метод розв'язування рівняння Гельмгольца (3). Ідея методу полягає в тому, що розв'язок рівняння (3) шукають у вигляді ряду

$$u = \left( A_0 + \frac{A_1}{ik} + \frac{A_2}{(ik)^2} + \dots \right) \exp(ik\varphi), \quad (4)$$

де  $k$  – хвильове число,  $S$  – фаза,  $\varphi = S/k$  – ейконал. Підставивши (4) в рівняння (3) й прирівнявши до нуля коефіцієнти біля однакових степенів  $k$ , отримують систему рівнянь для ейконала  $\varphi$  та коефіцієнтів  $A_i$ ,  $i \in N_0$ . У методі геометричної оптики обмежуються тільки першим із цих рівнянь – рівнянням ейконала (в основному через те, що ряд (4) є асимптотичним) [16]. Одна з умов застосування методу геометричної оптики – виконання нерівності  $\sqrt{\lambda L} \ll l_\varepsilon$  (тут  $L$  – дистанція, яку проходить хвиля;  $\lambda$  – довжина хвилі). Ця нерівність означає, що радіус першої зони Френеля  $\sqrt{\lambda L}$  набагато менший характерних розмірів неоднорідностей  $l_\varepsilon$ . Але міжпланетні мерехтіння виникають на неоднорідностях, розміри яких дорівнюють або менші радіуса першої зони Френеля. Отже, для міжпланетних мерехтінь в декаметровому діапазоні радіохвиль умова  $\sqrt{\lambda L} \ll l_\varepsilon$  не виконується.

Для застосування методів плавних збурень, інтегралів уздовж траєкторій, фазового екрана треба здійснити перехід від рівняння Гельмгольца до параболічного рівняння. Цей перехід здійснюється за допомогою застосування методу параболічного рівняння.

### 3. Параболічне рівняння й методи його розв'язування

Рівняння Гельмгольца – це точне рівняння. Для опису поширення хвиль у випадково-неоднорідному середовищі використовують його наближення – параболічне рівняння. Параболічне рівняння вперше було використано М. О. Леон-

товичем (1903–1981) для розв’язування детермінованої задачі про дифракцію радіохвиль навколо Землі (1946 р.) [26].

Якщо поле записане у вигляді  $u(\vec{\rho}, z) = v(\vec{\rho}, z) \exp(ikz)$ ,  $\vec{\rho} = (x, y)$ , де  $v(\vec{\rho}, z)$  – комплексна амплітуда хвилі, яка разом із своєю похідною по  $z$  повільно змінюються на довжині хвилі, й виконуються нерівності [16]

$$l_\epsilon \gg \lambda, \quad \frac{\lambda z}{l_\epsilon^2} \ll \left(\frac{l_\epsilon}{\lambda}\right)^2, \quad \pi^2 k^2 z \int_{k\sqrt{z}}^{2k} \Phi_\epsilon(\kappa) \kappa d\kappa \ll 1, \quad (5)$$

де  $\Phi_\epsilon(\kappa)$  – спектр неоднорідностей, то поширення хвиль у випадково-неоднорідному середовищі можна описати за допомогою параболічного рівняння [16]:

$$2ik \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + k^2 \tilde{\epsilon}(\vec{\rho}, z) v = 0. \quad (6)$$

У параболічному рівнянні (6) враховано багатократне розсіяння хвиль вперед і знехтувано розсіяння назад (це забезпечує виконання третьої нерівності з (5)), дифракцію враховано в наближенні Френеля [16]. Це рівняння є диференціальним рівнянням в частинних похідних першого порядку по  $z$  (на площині  $z = \text{const}$  достатньо ставити лише одну граничну умову). Параболічне рівняння (6) простіше, ніж рівняння Гельмгольца (3), але й це рівняння розв’язати в загальному випадку не можна. Один із наближених методів його розв’язування – метод плавних збурень. Метод плавних збурень вперше запропонував С. М. Ритов (1908–1996) для детермінованої задачі про дифракцію світла на ультразвуковій хвилі [18]. Цей метод для розв’язування статистичних задач у 1953 р. застосував О. М. Обухов (1918–1989) [19].

Сутність методу плавних збурень [16, 17] полягає в тому, що комплексну амплітуду хвилі  $v(\vec{\rho}, z)$  представляють у вигляді

$$v(\vec{\rho}, z) = A_0 \exp\left(iS'(\vec{\rho}, z) + \ln \frac{A(\vec{\rho}, z)}{A_0}\right) = A_0 \exp(\Phi(\vec{\rho}, z)), \quad (7)$$

де  $S' = S - kz$  – відхилення фази від регулярного її набігу  $kz$  у відсутності неоднорідностей.

У рівності (7)  $\Phi(\vec{\rho}, z) = \ln \frac{v(\vec{\rho}, z)}{A_0}$  – комплексна фаза,  $\Phi = \chi + iS'$ ,  $\ln \frac{A}{A_0} \equiv \chi$  – рівень хвилі. Підставивши (7) у параболічне рівняння (6), одержують таке рівняння для комплексної фази:

$$2ik \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \Delta_\perp \Phi + (\nabla_\perp \Phi)^2 + k^2 \tilde{\epsilon}(\vec{\rho}, z) = 0, \quad (8)$$

де  $\Delta_\perp = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ ,  $\nabla_\perp = \left(\frac{\partial}{\partial x}; \frac{\partial}{\partial y}\right)$  – оператори Лапласа й Гамільтона відповідно, які діють у картинній площині. Розв’язок рівняння (8) шукають у вигляді ряду, кожен член якого  $\Phi_i \sim \sigma_\epsilon^i$ :

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots \quad (9)$$

Підставивши (9) у (8) і прирівнюючи до нуля групи одного порядку мализни, одержують систему послідовних наближень. Як правило, обмежуються тільки першим наближенням (першим членом ряду (9)) і розглядають перше з рівнянь цієї системи. За виконання умов (5) і умови  $\sqrt{kL} \gg 1$ , виражають  $\Phi_1$  через квадратури:

$$\Phi_1(\vec{\rho}, z) = -k^2 \int_0^z d^2 \vec{\rho}' \int dz' K(\vec{\rho} - \vec{\rho}', z - z') \tilde{\epsilon}(\vec{\rho}', z'), \quad (10)$$

де  $K(\vec{\rho} - \vec{\rho}', z - z') = -\frac{1}{4\pi(z - z')} \exp\left(\frac{ik(\vec{\rho} - \vec{\rho}')^2}{2(z - z')}\right)$  відрізняється від френелівського наближення функції Гріна рівняння Гельмгольца відсутністю множника  $\exp(ik(z - z'))$  [16].

Розглянемо виконання умов застосовності методу плавних збурень до розв’язування задачі поширення в міжпланетній плазмі радіохвиль декаметрового діапазону, тобто дослідимо виконання умов (5) і умови  $\sqrt{kL} \gg 1$  для  $\lambda = 12$  м і  $L = 1$  а. о.  $= 1.5 \cdot 10^{11}$  м.

1.  $l_\epsilon \gg \lambda$ . Для сформульованої задачі  $\lambda = 12$  м, а розміри неоднорідностей задовольняють нерівність  $l_0 < l_\epsilon \leq r_{Fren}$ , де  $l_0$  – внутрішній масштаб турбулентності,  $r_{Fren}$  – радіус першої зони Френеля. Як відомо [27, 28],  $l_0 \approx 25 \div 100$  км, а  $r_{Fren} = \sqrt{\lambda L} \approx 6 \cdot 10^5$  м. Тоді  $2.5 \cdot 10^4$  м  $< l_\epsilon \leq 6.0 \cdot 10^5$  м, і розглядувана умова виконується.

2.  $\frac{\lambda L}{l_\varepsilon^2} \ll \left(\frac{l_\varepsilon}{\lambda}\right)^2$ . Оцінімо праву й ліву частини нерівності:  $\left(\frac{l_\varepsilon}{\lambda}\right)^2 \sim 10^8$ ,  $\frac{\lambda L}{l_\varepsilon^2} \sim 10^2$ . І ця умова виконується.

3.  $I = \pi^2 k^2 z \int_{k\sqrt{z}}^{2k} \Phi_\varepsilon(\kappa) \kappa d\kappa \ll 1$ . Враховуючи, що спектр неоднорідностей [15]  $\Phi_\varepsilon(\kappa) = \frac{\kappa^{-11/3}}{r^4}$ , одержуємо  $I \approx \frac{z}{r^4}$ , де  $z$  – відстань від спостерігача

до розсіюючого шару,  $r$  – відстань від Сонця до розсіюючого шару. Зробимо оцінку цієї умови для різних елонгацій. Числове значення  $I$  для випадку малих елонгацій ( $\leq 90^\circ$ ) приблизно 1, а для випадку великих елонгацій ( $> 90^\circ$ )  $I \approx 0.1 \ll 1$ .

Отже, умова  $I = \pi^2 k^2 z \int_{k\sqrt{z}}^{2k} \Phi_\varepsilon(\kappa) \kappa d\kappa \ll 1$  виконується у випадку великих елонгацій.

4.  $\sqrt{kL} \gg 1$ . Ця умова означає, що на довжині траси  $L$  вкладається багато довжин хвиль  $\lambda$ . Для значень  $\lambda = 12$  м і  $L = 1$  а. о.  $= 1.5 \cdot 10^{11}$  м нерівність  $\sqrt{kL} \gg 1$  очевидна.

Таким чином, умови застосовності методу плавних збурень виконуються для поширення в міжпланетній плазмі радіовипромінювання космічних джерел з частотою в діапазоні від 8 до 80 МГц.

Ще один метод, який застосовується для знаходження наближених розв'язків параболічного рівняння – метод інтегралів уздовж траєкторій, відомий ще як метод континуальних інтегралів. Вперше цей метод був застосований Н. Вінером (1894–1964) для розв'язування задач теорії дифузії і броунівського руху. Р. Фейнман (1918–1988) застосував цей метод для формулювання теорії квантової механіки. Нині це один із потужних методів теоретичної фізики.

Застосувавши метод інтегралів уздовж траєкторій, розв'язок параболічного рівняння (6) можна записати в квадратурах через функцію Гріна  $G(\vec{\rho}, \vec{\rho}', z)$ :

$$u(\vec{\rho}, z) = \int d^2 \vec{\rho}' u_0(\vec{\rho}') G(\vec{\rho}, \vec{\rho}', z), \quad (11)$$

$$G(\vec{\rho}, \vec{\rho}', z) = \int D\vec{r}(z) \exp \left[ i \frac{k}{2} \int_0^L [\vec{t}(z)]^2 dz - ik \int_0^L n[\vec{r}(z), z] dz \right], \quad (12)$$

де  $D\vec{r}(z)$  – диференціал в просторі неперервних траєкторій  $\vec{r}(z)$ ,  $\vec{t}(z) = \frac{d\vec{r}}{dz}$ ,  $n[\vec{r}(z), z]$  – показник заломлення. Інтегрування в (12) виконується уздовж усіх можливих траєкторій, які задовольняють граничним умовам  $\vec{r}(0) = \vec{\rho}'$ ,  $\vec{r}(L) = \vec{\rho}$ . Таким чином, з використанням розглянутих вище двох методів (методу плавних збурень і методу інтегралів уздовж траєкторій) розв'язок записується у квадратурах через функцію Гріна, але в різних модифікаціях і наближеннях (формули (10)–(12)). Оскільки метод інтегралів уздовж траєкторій – це метод розв'язування параболічного рівняння, всі умови, за яких було отримано це рівняння, мають виконуватися (було перевірено вище) й для застосовності методу інтегралів уздовж траєкторій.

Розглянемо ще один спосіб моделювання поширення радіохвиль в міжпланетній плазмі – модель фазового екрана. Як видно з розглянутого вище, в загальному випадку опис процесу розсіяння має досить складний математичний апарат. А модель фазового екрана описується простим математичним апаратом і є дуже наочною для розуміння [24, 25]. У наближенні фазового екрана вважається, що весь внесок середовища (у загальному випадку середовище може бути фізично досить протяжним) зводиться до модуляції фази падаючої хвилі, а амплітуда не змінюється. При цьому характер розсіяння залежить від співвідношення двох параметрів – розміру зони Френеля  $r_{Fren} = \sqrt{\lambda z}$  й радіуса когерентності фазових флуктуацій  $r_{diff}$ . У цьому випадку зона Френеля – це уявний диск на фазовому екрані з радіусом  $r_{Fren}$ , який характеризується такою властивістю: різниця ходу променів від його центра до країв на відстані від спостерігача  $z$  не перевищує 1 рад. Радіус когерентності задає характерний масштаб (радіус “розсіюючого диска”), в межах якого турбулентність вносить викривлення фази падаючої хвилі, яке не перевищує 1 рад. Якщо радіус когерентності  $r_{diff}$  значно більший радіуса зони Френеля  $r_{Fren}$ , то викривлення хвильового фронту в межах зони Френеля невеликі, й ми маємо режим слабого розсіяння. У іншому випадку ( $r_{diff} < r_{Fren}$ ) розсіяння стає сильним. Слід зазначити, що для великих  $z$  і  $\lambda$  режим сильного розсіяння може мати місце при порівняно невеликих рівнях турбулентності (наприклад, у випадку міжзоряної плазми).

Під час проходження плоскої хвилі через фазовий екран внаслідок зміни показника заломлення змінюється швидкість її поширення, а також стає довшим її шлях як результат заломлення напрямку поширення хвильового фронту. Через це на виході фазового екрана плоска хвиля має випадковий набіг фази відносно незбуреної плоскої хвилі, що призводить до флуктуацій інтенсивності випромінювання в дальній зоні, де знаходиться спостерігач. Флуктуації інтенсивності в просторі внаслідок руху неоднорідностей на промені зору трансформуються в часові флуктуації інтенсивності в точці прийому, які прийнято називати мерехтіннями.

Таким чином, припускаючи, що поле на виході шару з неоднорідностями має тільки збурення фази

$$u|_{z=0} = u_0 \exp\left(-i(\lambda r_e) \int_0^L dz' N_e\right) \quad (13)$$

й розв'язуючи рівняння (6) у вільному просторі з граничними умовами (13), отримуємо на відстані  $L$  від екрана [29]:

$$u(\vec{\rho}, L) = \int d^2\vec{\rho}' \exp\left[\frac{-ik}{2L}(\vec{\rho} - \vec{\rho}')^2 - i(\lambda r_e) \int_0^L dz' N_e\right] u_0(\vec{\rho}').$$

При цьому умови застосовності запишуться такі [30]:

$$z \gg L \gg \sqrt{\lambda L}.$$

Слід зазначити, що для розрахунку флуктуацій фази можна скористатися методом збурень геометричної оптики для ейконала, якщо виконуються умови  $l_e \gg \lambda$  й  $\sigma_e \gg \bar{\epsilon}$  (остання нерівність означає мализну флуктуацій діелектричної проникності).

На частотах понад 100 МГц слабкі мерехтіння спостерігаються на елонгаціях менше  $90^\circ$ , а шар, який має найбільшу густину й вносить максимальний вклад у розсіяння радіохвиль космічних джерел, порівняно компактний (частки астрономічної одиниці) і розташований на відстані близько 1 а. о. від спостерігача на Землі [24, 25]. Тому умови застосовності тонкого фазового екрана, які записані вище, виконуються добре. Хоча й на частотах понад 100 МГц інколи виникає необхідність врахування протяжності розсіюючого

шару міжпланетної плазми. Наприклад, збільшення кутових розмірів джерела в моделі протяжного середовища призводить до зменшення крутизни спектра мерехтінь, а не до її збільшення, як показує модель фазового екрана [31]. При цьому в роботах [31, 32] протяжне середовище товщиною  $L$  моделювалося набором розсіюючих областей товщиною  $\Delta L$  з наступним інтегруванням від спостерігача до границі середовища. У випадку радіовипромінювання космічних джерел з частотою в діапазоні від 8 до 80 МГц слабкі мерехтіння спостерігаються на елонгаціях понад  $90^\circ$ , розсіюючий шар має значну протяжність ( $1 \div 3$  а. о.) і шар з найбільшою густиною плазми розташований близько від спостерігача на Землі [5–7, 9–13]. У цьому випадку можливість застосування моделі фазового екрана не є очевидною. У роботі [10] сказано, що для аналізу міжпланетних мерехтінь декаметрового радіовипромінювання космічних радіоджерел на великих елонгаціях можна застосовувати модель тонкого фазового екрана, оскільки в цьому випадку зі збільшенням відстані від спостерігача на Землі розмір зони Френеля збільшується повільніше, ніж внутрішній масштаб турбулентності, а тому основний вклад в мерехтіння буде вносити шар плазми, який розташований на відстані приблизно 1 а. о. Насправді, наші знання відносно внутрішнього масштабу турбулентності за орбітою Землі досить обмежені. Дійсно, існують дані [27], що внутрішній масштаб турбулентності в широкому інтервалі відстаней від Сонця збільшується як  $l_0 \sim (R/R_S)^{2\beta}$ , де  $R$  – відстань від Сонця,  $R_S$  – радіус Сонця,  $\beta \approx 0.5$ . Існує й альтернативна думка – на малих відстанях від Сонця внутрішній масштаб турбулентності росте, на відстанях  $(100 \div 200)R_S$  досягає максимуму  $l_0 \approx 90 \div 100$  км і далі з віддаленням від Сонця залишається незмінним [28]. У другому випадку умови застосовності моделі фазового екрана будуть погано виконуватися для розсіюючих шарів, які близько розташовані до спостерігача на Землі. Для моделі фазового екрана повинні також виконуватися всі умови, за яких було отримано параболічне рівняння і які було перевірено вище.

Таким чином, для опису поширення в міжпланетній плазмі радіовипромінювання космічних джерел з частотою в діапазоні з 8 до 80 МГц можна використовувати параболічне рівняння, а для знаходження його наближених розв'язків –

метод плавних збурень, метод інтегралів уздовж траєкторій та метод фазового екрана з уточненням, зробленим вище.

Загальновідомо, що випадкові функції характеризуються статистичними моментами. Оскільки поле  $u(\vec{r}, t)$  у загальному випадку й задається випадковою функцією координат і часу, то для характеристики цього поля застосовують статистичні моменти поля різних порядків [17, 33, 34]. Найпростіша характеристика – це момент першого порядку: середнє значення поля  $\langle u \rangle$ . Другий момент випадкового поля – функція когерентності:

$$B_u(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_1, t_2) = \langle u(\vec{r}_1, t_1) u^*(\vec{r}_2, t_2) \rangle.$$

Відомі просторова  $B_u(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t) = \langle u(\vec{r}_1, t) u^*(\vec{r}_2, t) \rangle$  й часова  $B_u(\vec{r}, t_1, t_2) = \langle u(\vec{r}, t_1) u^*(\vec{r}, t_2) \rangle$  функції когерентності. Важливе значення має так звана поперечна просторова функція когерентності  $B_u(\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2, z, t) = \langle u(\vec{\rho}_1, z, t) u^*(\vec{\rho}_2, z, t) \rangle$ ,  $\vec{\rho}_i = (x_i; y_i)$ , оскільки за умови  $\vec{\rho}_1 = \vec{\rho}_2$  функція когерентності – це інтенсивність поля:  $B_u(\vec{\rho}, z, t) = \langle u(\vec{\rho}, z, t) u^*(\vec{\rho}, z, t) \rangle = I(\vec{\rho}, z, t)$  (вісь  $Oz$  орієнтована уздовж напрямку поширення випромінювання, а вектори  $\vec{\rho}_i = (x_i; y_i)$  розміщені в картинній площині).

У загальному випадку для повного задання поля треба знати моменти будь-якого порядку. Але у більшості випадків реєструють лише інтенсивність, тому важливе значення має момент поля четвертого порядку:

$$W = \langle u(\vec{\rho}_1, t_1, z) u^*(\vec{\rho}_2, t_2, z) u(\vec{\rho}_3, t_3, z) u^*(\vec{\rho}_4, t_4, z) \rangle.$$

За умови  $\vec{\rho}_1 = \vec{\rho}_2$ ,  $t_1 = t_2$ ,  $\vec{\rho}_3 = \vec{\rho}_4$ ,  $t_3 = t_4$  момент четвертого порядку поля  $u$  – це момент другого порядку інтенсивності  $I$ :  $B_I = \langle I(\vec{\rho}_1, t_1, z) I(\vec{\rho}_2, t_2, z) \rangle$ .

Четвертий момент поля (другий момент інтенсивності) характеризує флуктуації інтенсивності (мерехтіння). Цей момент пов'язаний з кореляційною функцією флуктуацій інтенсивності. Враховуючи гіпотезу Тейлора (тобто всі часові зміни обумовлені тільки переміщенням просторових збурень з постійною швидкістю  $\vec{v}$ ), ввівши швидкість переносу неоднорідностей перпендикулярно променю зору  $\vec{v}_\perp$ , визначають просторово-часові крос-кореляційні функції флуктуацій інтенсивності  $B(\vec{\rho}, \tau, z) = B(\vec{\rho} - \vec{v}_\perp \tau, t, z)$  [11–13, 23]:

$$\begin{aligned} B(\vec{\rho}, \tau, z) &= \\ &= \langle u(\vec{0}, t, z) u^*(\vec{0}, t, z) u(\vec{\rho}, t + \tau, z) u^*(\vec{\rho}, t + \tau, z) \rangle - \\ &- \langle u(\vec{0}, t, z) u^*(\vec{0}, t, z) \rangle \langle u(\vec{\rho}, t + \tau, z) u^*(\vec{\rho}, t + \tau, z) \rangle. \end{aligned}$$

Спектри мерехтінь пов'язані з кореляційною функцією флуктуацій інтенсивності співвідношенням:

$$W(\vec{\rho}, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} B(\vec{\rho}, \tau, z) \exp(2\pi i f \tau) d\tau.$$

Як вже було сказано, розв'язки параболічного рівняння записуються через різні модифікації і наближення функції Гріна, причому зв'язок між полем і функцією Гріна – лінійний. Тому для обчислення моментів 2-го та 4-го порядків поля достатньо обчислювати ці ж моменти для функції Гріна.

Із застосуванням методів плавних збурень й інтегралів уздовж траєкторій отримано вирази для обчислення часової кореляційної функції мерехтінь [11–13] і частотних спектрів міжпланетних мерехтінь:

$$\begin{aligned} B(t) &\approx 2\pi^2 \frac{L\omega_p^4}{(c\omega)^2} \int_0^1 dz \int_0^\infty d\kappa_\perp d\kappa_\parallel \left[ 1 - \cos(\kappa_\perp^2 Lz^\gamma / k) \right] \times \\ &\times \exp \left[ -\frac{1}{2} (\kappa_\perp Lz\theta)^2 \right] \Phi_N(\kappa_\perp, 0) J_0(\kappa_\perp v_\perp t), \\ W(f) &\approx 2\pi^2 \frac{L\omega_p^4}{(c\omega)^2} \int_0^1 dz \int_a^\infty d\kappa_\perp d\kappa_\parallel \left[ 1 - \cos(\kappa_\perp^2 Lz^\gamma / k) \right] \times \\ &\times \exp \left[ -\frac{1}{2} (\kappa_\perp Lz\theta)^2 \right] \frac{\Phi_N(\kappa_\perp, 0)}{(\kappa_\perp^2 v_\perp^2 - 4\pi^2 f^2)^{1/2}}, \end{aligned}$$

де  $\gamma = 1$  відповідає методу плавних збурень, а  $\gamma = 2$  – методу інтегралів уздовж траєкторій,  $\omega$  – циклічна частота,  $\omega_p$  – плазмова частота,  $\kappa_\perp$  – поперечна складова просторового хвильового числа,  $\Phi_N(\kappa_\perp, 0)$  – просторовий спектр неоднорідностей електронної концентрації (ступеневий),  $J_0(\kappa_\perp v_\perp t)$  – функція Бесселя,  $a = \frac{2\pi f}{v_\perp}$ ,  $v_\perp$  – швидкість перенесення неоднорідностей перпендикулярно до променя зору,  $f$  – флуктуаційна частота.

У випадку фазового екрана спектр потужності записується так [24, 25]:

$$W(f) = 2\pi(\lambda r_e)^2 \times \int_0^L \frac{dz}{|v_{\perp}(z)|} \int_{-\infty}^{\infty} dk_y \Phi_{Ne}(k_x, k_y, k_z = 0, z) \times F_{Fren}(k_x, k_y, z) F_{source}(k_x, k_y, z),$$

де  $x$  та  $y$  – координати в картинній площині,  $z$  – координата уздовж променя зору,  $k = (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)^{1/2}$  – просторова частота,  $\Phi_{Ne}(k_x, k_y, k_z = 0, z) \sim R^{-4} k^{-n}$  – спектр турбулентності,  $F_{Fren}(k_x, k_y, z) = 4 \sin^2(k^2 z \lambda / (4\pi))$  – фільтр Френеля,  $F_{source}(k_x, k_y, z)$  – квадрат кутового спектра радіоджерела.

#### 4. Порівняння моделей

На рис. 2 наведено приклад запису процесу міжпланетних мерехтінь. Це динамічний спектр (інтенсивність джерела випромінювання на площині “робоча частота – час”), який отримано на радіотелескопі УТР-2 на елонгації 125° (режим слабкого розсіяння) під час спостережень квазару 3С196 (кутові розміри  $\theta \approx 2''$ ). Динамічний спектр включає 2048 окремих частотних каналів зі смугою 4 кГц кожен. Вертикальні лінії – міжпланетні мерехтіння, горизонтальні – завади.

Обробка експериментальних даних полягала у виокремленні динамічних спектрів зі слабким впливом іоносфери Землі з наступним усередненням каналів, вільних від завад, для отримання часових реалізацій процесу міжпланетних мерехтінь з високим відношенням сигнал/шум. Ступінь впливу іоносфери Землі може бути оці-

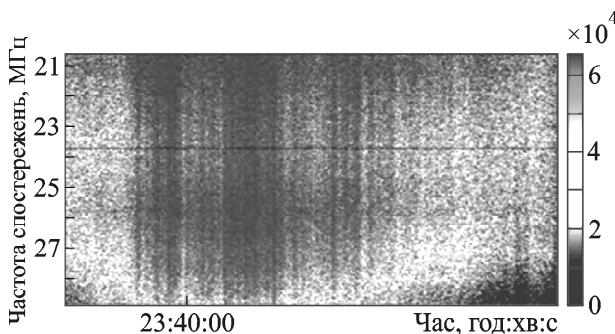


Рис. 2. Динамічний спектр міжпланетних мерехтінь, отриманий на великих елонгаціях на радіотелескопі УТР-2 під час спостережень квазару 3С196

нений з допомогою кількох методів [35]. Найбільш надійний – встановлення високої кореляції реалізацій процесу міжпланетних мерехтінь, записаних на рознесених на кілька сотень кілометрів радіотелескопах. Цей метод і був застосований в нашому випадку для відбору реалізацій процесу міжпланетних мерехтінь (спостереження виконувалися синхронно на радіотелескопах УТР-2 (с. Гракове) і УРАН-2 (м. Полтава), база 152 км). Далі за цими реалізаціями, отриманими за період приблизно 2 год, був оцінений експериментальний спектр мерехтінь (рис. 3, суцільна лінія), який потім порівнювався з розрахунковими спектрами.

Розрахункові спектри мерехтінь були отримані за різними моделями (1 – метод фазового екрана, 2 – метод інтегралів уздовж траєкторій і 3 – метод плавних збурень) для вказаних вище параметрів експерименту й наступних параметрів сонячного вітру:  $V = 500$  км/с, показник спектра турбулентності  $n = 3.3$ , товщина розсіюючого шару  $L = 0.5$  а. о.

Видно, що спектри схожі, хоча й мають деякі відмінності. Аналіз показує, що невеликою зміною параметрів  $V, n, L$  можливо сумістити кожен модельний спектр з експериментальним, але такі варіації модельного спектру будуть порядку похибки одержання експериментального спектру, яка при звичайній статистиці спостережень міжпланетних мерехтінь на низьких частотах становить 10 ÷ 20 % [5–7, 14].

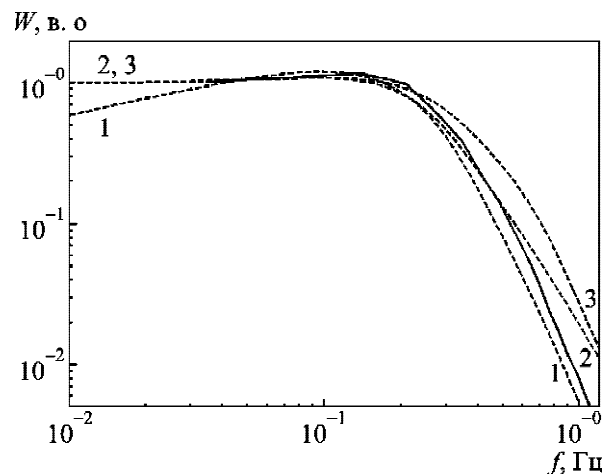


Рис. 3. Експериментальний (суцільна лінія) і модельні (1 – метод фазового екрана, 2 – метод інтегралів уздовж траєкторій і 3 – метод плавних збурень) спектри мерехтінь



## 5. Висновки

Виконано огляд основних моделей поширення електромагнітного випромінювання у випадково-неоднорідних середовищах та оцінку умов застосовності цих методів. З оцінки випливає, що три методи – метод плавних збурень, метод інтегралів уздовж траєкторій, метод фазового екрана (із застереженням) – можуть бути застосовані для моделювання слабких міжпланетних мерехтінь радіовипромінювання космічних радіоджерел в діапазоні 8 ÷ 80 МГц. Розрахунки спектрів мерехтінь показали, що зазначені вище моделі дають близькі результати, а існуючі відмінності знаходяться в основному в межах експериментальних похибок.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- Hewish A., Scott P. F., and Wills D. Interplanetary scintillations of small diameter radio sources. *Nature*. 1964. Vol. 203, Is. 4951. P. 1214–1217. DOI: 10.1038/2031214a0
- Rickett B. J., Coles W. A., and Bourgois G. Slow scintillations in the interstellar medium. *Astron. Astrophys.* 1984. Vol. 134, Is. 2. P. 390–395.
- Coles W. A. and Kaufman J. J. Angular size of the Crab pulsar at 74 MHz. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 1977. Vol. 181, Is. 1. P. 57P–59P. DOI: 10.1093/mnras/181.1.57P
- Lee L. C. and Jokipii J. R. Strong scintillations in astrophysics. II. A theory of temporal broadening of pulses. *Astrophys. J.* 1975. Vol. 201. P. 532–543. DOI: 10.1086/153916
- Фалькович И. С., Коноваленко А. А., Калиниченко Н. Н., Ольяк М. Р., Гридин А. А., Бубнов И. Н., Лекашо А., Рукер Х. О. Вариации параметров струйной структуры солнечного ветра на расстояниях более 1 а. е. в 200–2004 гг. *Радиофизика и радиоастрономия*. 2006. Т. 11, № 1. С. 31–41.
- Фалькович И. С., Коноваленко А. А., Калиниченко Н. Н., Ольяк М. Р., Гридин А. А., Бубнов И. Н., Браженко А. И., Лекашо А., Рукер Х. О. Первые результаты дисперсионного анализа межпланетных мерцаний в декаметровом диапазоне длин волн. *Радиофизика и радиоастрономия*. 2007. Т. 12, № 4. С. 350–356.
- Kalinichenko N. N. A search for compact radio sources in supernova remnants using the interplanetary scintillation technique. *Astrophys. Space Sci.* 2009. Vol. 319, Is. 2. P. 131–138. DOI: 10.1007/s10509-008-9960-y
- Konovalenko A., Sodin L., Zakharenko V., Zarka P., Ulyanov O., Sidorchuk M., Stepkin S., Tokarsky P., Melnik V., Kalinichenko N., Stanislavsky A., Koliadin V., Shepelev V., Dorovskyy V., Ryabov V., Koval A., Bubnov I., Yerin S., Gridin A., Kulishenko V., Reznichenko A., Bortsov V., Lisachenko V., Reznik A., Kvasov G., Mukha D., Litvinenko G., Khristenko A., Shevchenko V. V., Shevchenko V. A., Belov A., Rudavin E., Vasylieva I., Miroshnichenko A., Vasilenko N., Olyak M., Mylostna K., Skoryk A., Shevtsova A., Plakhov M., Kravtsov I., Volvach Y., Lytvinenko O., Shevchuk N., Zhouk I., Bovkun V., Antonov A., Vavriv D., Vinogradov V., Kozhin R., Kravtsov A., Bulakh E., Kuzin A., Vasilyev A., Brazhenko A., Vashchishin R., Pylaev O., Koshovyy V., Lozinsky A., Ivantyshin O., Rucker H. O., Panchenko M., Fischer G., Lecacheux A., Denis L., Coffre A., Griebmeier J.-M., Tagger M., Girard J., Charrier D., Briand C., and Mann G. The modern radio astronomy network in Ukraine: UTR-2, URAN and GURT. *Exp. Astron.* 2016. Vol. 42, Is. 1. P. 11–48. DOI: 10.1007/s10686-016-9498-x
- Жук И. Н. Исследование угловой структуры космических источников методом мерцаний. *Известия вузов. Радиофизика*. 1980. Т. 23, № 8. С. 893–918.
- Bovkoon V. P. and Zhouk I. N. Scintillations of cosmic radio sources in the decameter waveband. *Astrophys. Space Sci.* 1981. Vol. 79, Is. 1. P. 165–180. DOI: 10.1007/BF00655914
- Ольяк М. Р. Об использовании методов статистической радиофизики для анализа межпланетных мерцаний в декаметровом диапазоне радиоволн. *Вестник Харьковского национального университета*. 2002. №. 570, вип. 2. С. 210–211.
- Ольяк М. Р. О методах интерпретации межпланетных мерцаний декаметровых радиоисточников. *Кинематика и физика небесных тел*. 2004. Т. 20, № 5. С. 416–421.
- Ольяк М. Р. Об особенностях применения метода дисперсионного анализа при исследованиях солнечного ветра в декаметровом диапазоне радиоволн. *Радиофизика и радиоастрономия*. 2005. Т. 10, № 4. С. 385–391.
- Калиниченко Н. Н., Коноваленко А. А., Браженко А. И., Соловьев В. В. Корональный выброс массы 15 февраля 2011 г. в межпланетном пространстве и его наблюдения методом мерцаний космических источников в декаметровом диапазоне радиоволн. *Радиофизика и радиоастрономия*. 2013. Т. 18, № 4. С. 301–308.
- Schwenn R. and Marsch E. *Physics of the Inner Heliosphere. 1. Large-Scale Phenomena*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1990. 282 p. DOI: 10.1007/978-3-642-75361-9
- Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. *Введение в статистическую радиофизику. II. Случайные поля*. Москва: Наука, 1978. 463 с.
- Татарский В. И. *Распространение волн в турбулентной атмосфере*. Москва: Наука, 1967. 548 с.
- Рытов С. М. О дифракции света на ультразвуковых волнах. *Известия АН СССР. Отделение математических и естественных наук*. 1937. № 2. С. 223–259.
- Обухов А. М. О влиянии слабых неоднородностей атмосферы на распространение звука и света. *Известия АН СССР. Сер. Геофизика*. 1953. № 2. С. 155–165.
- Feynman R. P. and Hibbs A. R. *Quantum Mechanics and Path Integrals*. New York: McGraw-Hill Companies, Inc., 1965. 365 p.
- Dashen R. Path Integrals for Waves in Random Media. *J. Math. Phys.* 1979. Vol. 20, Is. 5. P. 894–920. DOI: 10.1063/1.524138
- Frehlich R. G. Space-time fourth moment of waves propagating in random media. *Radio Sci.* 1987. Vol. 22, Is. 4. P. 481–490. DOI: 10.1029/RS022i004p00481
- Kukushkin A. and Olyak M. Propagation effects in the radio interferometry of polarized radiation: I. Spatial Fourier components of the Stokes parameters. *Waves Random*

- Media*. 1994. Vol. 4, Is. 1. P. 59–70. DOI: 10.1088/0959-7174/4/1/007
- Kukushkin A. and Olyak M. Propagation effects in the radio interferometry of polarized radiation: II. Fluctuations of polarized radiation in a random magnetoplasma. *Waves Random Media*. 1994. Vol. 4, Is. 1. P. 71–81. DOI: 10.1088/0959-7174/4/1/008
24. Cronin W. M. The analysis of radio scattering and space-probe observations of small-scale structure in the interplanetary medium. *Astrophys. J.* 1970. Vol. 161. P. 755–763. DOI: 10.1086/150576
  25. Salpeter E. E. Interplanetary scintillations. I. Theory. *Astrophys. J.* 1967. Vol. 147. P. 433–448. DOI: 10.1086/149027
  26. Леонтович М. А., Фок В. А. Решение задачи о распространении электромагнитных волн вдоль поверхности Земли по методу параболического уравнения. *ЖЭТФ*. 1946. Т. 16. С. 557–573.
  27. Брауде С. Я., Галанин В. В., Инютин Г. А., Мень А. В., Мори Х., Рашковский С. Л., Сеницын В. Г., Шарыкин Н. К. Турбулентная структура солнечного ветра по наблюдениям в декаметровом диапазоне радиоволн. *Астрономический журнал*. 1995. Т. 72, № 5. С. 761–766.
  28. Manoharan P. K., Kojima M., Gopalswamy N., Kondo T., and Smith Z. Radial evolution and turbulence characteristics of a coronal mass ejection. *Astrophys. J.* 2000. Vol. 530, No. 2. P. 1061–1070. DOI: 10.1086/308378
  29. Shishov V. I. Review of theory of interplanetary and interstellar scintillation. *Astron. Astrophys. Trans.* 2007. Vol. 26, Is. 6. P. 415–427. DOI: 10.1080/10556790701600218
  30. Cohen M. H. High-resolution observations of radio sources. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 1969. Vol. 7, Is. 1. P. 619–664. DOI: 10.1146/annurev.aa.07.090169.003155
  31. Шишов В. И., Шишова Т. Д. Влияние размеров источников на спектры межпланетных мерцаний. Теория. *Астрономический журнал*. 1978. Т. 55, № 2. С. 411–418.
  32. Шишов В. И. Влияние размеров источников на спектры межпланетных мерцаний. Наблюдения. *Астрономический журнал*. 1979. Т. 56, № 3. С. 613–622.
  33. Рыгов С. М. *Введение в статистическую радиофизику. Ч. I. Случайные процессы*. Москва: Наука, 1976. 484 с.
  34. Гочелашвили К. С., Шишов В. И. Волны в случайно-неоднородных средах. *Итоги науки и техники. Сер. Радиофизика. Физические основы электроники. Акустика. Т. 1*. Под ред. Н. Д. Устинова. Москва: ВИНТИ, 1981. 144 с.
  35. Калиниченко Н. Н., Фалькович И. С., Коноваленко А. А., Браженко А. И. Разделение межпланетных и ионосферных мерцаний космических источников в декаметровом диапазоне радиоволн. *Радиофизика и радиоастрономия*. 2013. Т. 18, № 3. С. 210–219.
  3. COLES, W. A. and KAUFMAN, J. J., 1977. Angular size of the Crab pulsar at 74 MHz. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* vol. 181, is. 1, pp. 57P–59P. DOI: 10.1093/mnras/181.1.57P
  4. LEE, L. C. and JOKIPII, J. R., 1975. Strong scintillations in astrophysics. II. A theory of temporal broadening of pulses. *Astrophys. J.* vol. 201, pp. 532–543. DOI: 10.1086/153916
  5. FALKOVICH, I. S., KONOVALENKO, A. A., KALINICHENKO, N. N., OLYAK, M. R., GRIDIN, A. A., BUBNOV, I. N., LECACHEUX, A. and RUCKER, H. O., 2006. Variations of parameters of solar wind stream structure outside 1 AU in 2003-2004. *Radio Phys. Radio Astron.* vol. 11, no. 1, pp. 31–41. (in Russian).
  6. FALKOVICH, I. S., KONOVALENKO, A. A., KALINICHENKO, N. N., OLYAK, M. R., GRIDIN, A. A., BUBNOV, I. N., BRAZHENKO, A. I., LECACHEUX, A. and RUCKER, H. O., 2007. First results of the dispersion analysis of the interplanetary scintillations at decameter wavelengths. *Radio Phys. Radio Astron.* vol. 12, no. 4, pp. 350–356. (in Russian).
  7. KALINICHENKO, N. N., 2009. A search for compact radio sources in supernova remnants using the interplanetary scintillation technique. *Astrophys. Space Sci.* vol. 319, is. 2, pp. 131–138. DOI: 10.1007/s10509-008-9960-y
  8. KONOVALENKO, A., SODIN, L., ZAKHARENKO, V., ZARKA, P., ULYANOV, O., SIDORCHUK, M., STEP-KIN, S., TOKARSKY, P., MELNIK, V., KALINICHENKO, N., STANISLAVSKY, A., KOLIADIN, V., SHEPELEV, V., DOROVSKYY, V., RYABOV, V., KOVAL, A., BUBNOV, I., YERIN, S., GRIDIN, A., KULISHENKO, V., REZNICHENKO, A., BORTSOV, V., LISACHENKO, V., REZNIK, A., KVASOV, G., MUKHA, D., LITVINENKO, G., KRISTENKO, A., SHEVCHENKO, V. V., SHEVCHENKO, V. A., BELOV, A., RUDAVIN, E., VASYLIEVA, I., MIROSHNICHENKO, A., VASILENKO, N., OLYAK, M., MYLOSTNA, K., SKORYK, A., SHEVTSOVA, A., PLAKHOV, M., KRAVTSOV, I., VOLVACH, Y., LYTVINENKO, O., SHEVCHUK, N., ZHOUC, I., BOVKUN, V., ANTONOV, A., VAVRIV, D., VINOGRADOV, V., KOZHIN, R., KRAVTSOV, A., BULAKH, E., KUZIN, A., VASILYEV, A., BRAZHENKO, A., VASHCHISHIN, R., PYLAEV, O., KOSHOVYY, V., LOZINSKY, A., IVANTYSHIN, O., RUCKER, H. O., PANCHENKO, M., FISCHER, G., LECACHEUX, A., DENIS, L., COFFRE, A., GRIEBMEIER, J.-M., TAGGER, M., GIRARD, J., CHARRIER, D., BRIAND, C. and MANN, G., 2016. The modern radio astronomy network in Ukraine: UTR-2, URAN and GURT. *Exp. Astron.* vol. 42, is. 1, pp. 11–48. DOI: 10.1007/s10686-016-9498-x
  9. ZHOUC, N. I., 1980. Analysis of the angular structure of cosmic sources by the scintillation method. Review. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Radiofiz.* vol. 23, no. 8, pp. 893–918. (in Russian).
  10. BOVKOON, V. P. and ZHOUC, I. N., 1981. Scintillations of cosmic radio sources in the decameter waveband. *Astrophys. Space Sci.* vol. 79, is. 1, pp. 165–180. DOI: 10.1007/BF00655914
  11. OLYAK, M. R., 2002. On the application of statistical radiophysics methods for the analysis of decameter in-

- terplanetary scintillations. *Vestnik Kharkovskogo Natsionalnogo Universiteta*. no. 570, is. 2, pp. 210–211. (in Russian).
12. OLYAK, M. R., 2004. On the methods of analysis of decameter radio source scintillations on interplanetary plasma. *Kinematika i Fizika Nebesnykh Tel*. vol. 20, no. 5, pp. 416–421. (in Russian).
  13. OLYAK, M. R., 2005. On the peculiarities of the analysis-of-variance method application in the decameter wavelength study of solar wind. *Radio Phys. Radio Astron*. vol. 10, no. 4, pp. 385–391. (in Russian).
  14. KALINICHENKO, N. N., KONOVALENKO, A. A., BRAZHENKO, A. I. and SOLOV'EV, V. V., 2013. 2011 February 15 CME in the interplanetary medium by observations of radio source scintillations at the decameter wavelengths. *Radio Phys. Radio Astron*. vol. 18, no. 4, pp. 301–308. (in Russian).
  15. SCHWENN, R. and MARSCH, E., 1990. *Physics of the Inner Heliosphere. 1. Large-Scale Phenomena*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag. DOI: 10.1007/978-3-642-75361-9
  16. RYTOV, S. M., KRAVTSOV, YU. A. and TATARSKII, V. I., 1978. *Introduction to statistical radiophysics. Part II. Random fields*. Moscow, Russia: Nauka Publ. (in Russian).
  17. TATARSKII, V. I., 1967. *Propagation of waves in a turbulent atmosphere*. Moscow: Nauka Publ. (in Russian).
  18. RYTOV, S. M., 1937. On the diffraction of light by ultrasonic waves. *Izv. Akad. Nauk SSSR*. no. 2, pp. 223–259. (in Russian).
  19. OBUKHOV, A. M., 1953. On the effect of weak atmospheric inhomogeneities on the propagation of sound and light. *Izv. Akad. Nauk SSSR. Ser. Geofiz.* no. 2, pp. 155–165. (in Russian).
  20. FEYNMAN, R. P. and HIBBS, A. R., 1965. *Quantum Mechanics and Path Integrals*. New York: McGraw-Hill Companies, Inc.
  21. DASHEN, R., 1979. Path Integrals for Waves in Random Media. *J. Math. Phys.* vol. 20, is. 5, pp. 894–920. DOI: 10.1063/1.524138
  22. FREHLICH, R. G., 1987. Space-time fourth moment of waves propagating in random media. *Radio Sci.* vol. 22, is. 4, pp. 481–490. DOI: 10.1029/RS022i004p00481
  23. KUKUSHKIN, A. and OLYAK, M., 1994. Propagation effects in the radio interferometry of polarized radiation: I. Spatial Fourier components of the Stokes parameters. *Waves Random Media*. vol. 4, is. 1, pp. 59–70. DOI: 10.1088/0959-7174/4/1/007
  - KUKUSHKIN, A. and OLYAK, M., 1994. Propagation effects in the radio interferometry of polarized radiation: II. Fluctuations of polarized radiation in a random magnetoplasma. *Waves Random Media*. vol. 4, is. 1, pp. 71–81. DOI: 10.1088/0959-7174/4/1/008
  24. CRONIN, W. M., 1970. The analysis of radio scattering and space-probe observations of small-scale structure in the interplanetary medium. *Astrophys. J.* vol. 161, pp. 755–763. DOI: 10.1086/150576
  25. SALPETER, E. E., 1967. Interplanetary scintillations. I. Theory. *Astrophys. J.* vol. 147, pp. 433–448. DOI: 10.1086/149027
  26. LEONTOVICH, M. A. and FOK, V. A., 1946. Solution of the problem of propagation of electromagnetic waves along the Earth's surface by the method of a parabolic equations. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* vol. 16, pp. 557–573. (in Russian).
  27. BRAUDE, S. YA., GALANIN, V. V., INUTIN, G. A., MEGN, A. V., MORI, X., RASHKOVSKII, S. L., SINITSIN, V. G. and SHARYKIN, N. K., 1995. The turbulent structure of the solar wind from observations in the decameter radio wavelength range. *Astron. Zh.* vol. 72, no. 5, pp. 761–766. (in Russian).
  28. MANOHARAN, P. K., KOJIMA, M., GOPALSWAMY, N., KONDO, T. and SMITH, Z., 2000. Radial evolution and turbulence characteristics of a coronal mass ejection. *Astrophys. J.* vol. 530, no. 2. P. 1061–1070. DOI: 10.1086/308378
  29. SHISHOV, V. I., 2007. Review of theory of interplanetary and interstellar scintillation. *Astron. Astrophys. Trans.* vol. 26, is. 6, pp. 415–427. DOI: 10.1080/10556790701600218
  30. COHEN, M. H., 1969. High-resolution observations of radio sources. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* vol. 7, is. 1, pp. 619–664. DOI: 10.1146/annurev.aa.07.090169.003155
  31. SHISHOV, V. I. and SHISHOVA, T. D., 1978. The influence of the source sizes on the interplanetary scintillation spectra. Theory. *Astron. Zh.* vol. 55, no. 2, pp. 411–418. (in Russian).
  32. SHISHOV, V. I. and SHISHOVA, T. D., 1979. The influence of the source size on the spectra of interplanetary scintillations. Observations. *Astron. Zh.* vol. 56, no. 3, pp. 613–622. (in Russian).
  33. RYTOV, S. M., 1976. *Introduction to statistical radiophysics. Vol. I. Random processes*. Moscow, Russia: Nauka Publ. (in Russian).
  34. GOCHELASHVILI, K. S. and SHISHOV, V. I., 1981. Waves in Randomly Inhomogeneous Media. In: N. D. USTINOV, ed. *Results of science and technology. Radiophysics. Physical Principles of Electronics. Acoustics. Vol. 1*. Moscow, Russia: VINITI Publ. (in Russian).
  35. KALINICHENKO, N. N., FALCOVICH, I. S., KONOVALENKO, A. A. and BRAZHENKO, A. I., 2013. Separation of interplanetary and ionospheric scintillations of cosmic sources at decameter wavelengths. *Radio Phys. Radio Astron*. vol. 18, no. 3, pp. 210–219. (in Russian).

N. V. Kuhai and N. N. Kalinichenko

Institute of Radio Astronomy,  
National Academy of Sciences of Ukraine,  
4, Mystestv St., Kharkiv, 61002, Ukraine

TO THE QUESTION OF CHOOSING THE MODEL  
OF WEAK INTERPLANETARY SCINTILLATIONS  
OF COSMIC SOURCES RADIOEMISSION  
IN RANGE FROM 8 TO 80 MHz

*Purpose:* An overview of the models of electromagnetic wave propagation in random media for the possibility of using them to describe the weak interplanetary scintillations of radio emission of cosmic sources in the range from 8 to 80 MHz, as well as estimation of the applicability conditions of the models for this case and comparison of the scintillation spectra calculated on the basis of different models.

*Design/methodology/approach:* literature review, analysis, mathematical calculations.

*Findings:* On the basis of scientific publications, the problem of propagation of radio emission of cosmic sources with frequency in the range from 8 to 80 MHz in the interplanetary plasma in the weak scattering regime (large elongations) is considered. The stages of solving the problem are shown, when by taking into account some certain constraints a gradual transition from the Maxwell equations to the simpler parabolic equation is carried out. The main approximate methods of solving the parabolic equation (the Rytov method, path integral technique, the phase screen model) are considered. An estimation of the conditions for the applicability of the parabolic equation itself and the above-mentioned methods for finding approximate solutions is made. The evaluation showed that both the parabolic equation and the above-mentioned methods for finding its approximate solutions can be used in the case of the problem of propagation of radio emission of cosmic sources with frequency in the range from 8 to 80 MHz in the interplanetary plasma in the weak scattering regime. For each method, expression for the scintillation spectrum taken from literary sources is given. By calculation it is shown that in the weak scattering regime, the Rytov method, path integral technique and the phase screen model give close scintillation spectra. A small change in the parameters of the interplanetary plasma can fit each model spectrum with the experimental one, but such variations of the model spectrum will be of the order of the error of obtaining the experimental spectrum, which, in the normal statistics of interplanetary scintillation observations in the range from 8 to 80 MHz, is 10 to 20 %.

*Conclusions:* Three methods: the Rytov method, path integral technique, the phase screen method (with caution) can be applied to simulate the weak interplanetary scintillations of cosmic sources radio emission in the range from 8 to 80 MHz.

*Key words:* propagation, radio emission, interplanetary scintillations, weak scattering regime, the Rytov method, path integral technique, phase screen model

Н. В. Кугай, Н. Н. Калініченко

Радиоастрономический институт НАН Украины,  
ул. Мыстэцтв, 4, г. Харьков, 61002, Украина

К ВОПРОСУ ВЫБОРА МОДЕЛИ СЛАБЫХ  
МЕЖПЛАНЕТНЫХ МЕРЦАНИЙ  
РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ ИСТОЧНИКОВ  
В ДИАПАЗОНЕ  $8 \div 80$  МГц

*Предмет и цель работы:* Обзор моделей распространения электромагнитных волн в случайно-неоднородных средах

с целью выяснения возможности их использования для описания слабых межпланетных мерцаний радиоизлучения космических источников в диапазоне  $8 \div 80$  МГц, а также оценка условий применимости моделей для этого случая и сравнение спектров мерцаний, рассчитанных на основе различных моделей.

*Методы и методология:* обзор литературы, анализ, математические расчеты.

*Результаты:* На основе научных публикаций рассмотрена задача распространения радиоизлучения космических источников с частотой в диапазоне от 8 до 80 МГц в межпланетной плазме в режиме слабого рассеяния (большие элонгации). Показаны этапы решения задачи, когда путем учета определенных ограничений осуществляется постепенный переход от уравнений Максвелла к более простому параболическому уравнению. Рассмотрены основные приближенные методы решения параболического уравнения (метод плавных возмущений, метод интегралов вдоль траекторий, метод фазового экрана). Произведена оценка условий применимости самого параболического уравнения и перечисленных выше методов нахождения его приближенных решений. Показано, что само параболическое уравнение и указанные выше методы нахождения его приближенных решений могут использоваться в случае задачи распространения радиоизлучения космических источников с частотой в диапазоне от 8 до 80 МГц в межпланетной плазме в режиме слабого рассеяния. Для каждого метода приведены взятые из литературных источников выражения для спектра мерцаний. Путем расчета показано, что в режиме слабого рассеяния методы плавных возмущений, интегралов вдоль траекторий и фазового экрана дают близкие спектры мерцаний. Небольшим изменением параметров межпланетной плазмы возможно совместить каждый модельный спектр с экспериментальным, но такие вариации модельного спектра будут порядка погрешности получения экспериментального спектра, которая при обычной статистике наблюдений межпланетных мерцаний в диапазоне  $8 \div 80$  МГц составляет  $10 \div 20$  %.

*Заключение:* Три метода: метод плавных возмущений, метод интегралов вдоль траекторий, метод фазового экрана (с оговоркой) – могут быть применены для моделирования слабых межпланетных мерцаний радиоизлучения космических источников в диапазоне  $8 \div 80$  МГц.

*Ключевые слова:* распространение, радиоизлучение, межпланетные мерцания, режим слабого рассеяния, метод плавных возмущений, метод интегралов вдоль траекторий, метод фазового экрана

Стаття надійшла до редакції 01.04.2019