УДК 621.396.3

В. К. Иванов, А. О. Силин, А. М. Стадник

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОМПЛЕКСНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ЖИДКОСТЕЙ КОАКСИАЛЬНЫМИ ЗОНДАМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОДЛОЖЕК ИЗ МЕТАМАТЕРИАЛА

Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины 12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина E-mail: <u>ivanov@ire.kharkov.ua</u>

Предложена модификация метода определения комплексной диэлектрической проницаемости жидких сред коаксиальными зондами, основанная на использовании подложек из метаматериала с известными характеристиками. Показано, что при определенных соотношениях электрических параметров и толщин слоя зондируемой среды и подложки возникают резонансные уменьшения отражений от конца зонда, нагруженного на такую двухслойную структуру. Это позволяет определять комплексную диэлектрическую проницаемость исследуемой среды в широком диапазоне ее изменения, основываясь только на амплитудных измерениях коэффициента отражения зонда в ограниченном диапазоне частот в сочетании с подбором оптимальной толщины зондируемого слоя. Ил. 7. Библиогр.: 36 назв.

Ключевые слова: комплексная диэлектрическая проницаемость, коаксиальная линия, адмитанс, метаматериал.

Метод открытого конца коаксиальной линии благодаря своим уникальным особенностям (таким как широкополосность, неинвазивность, локальность) является одним из наиболее широкоприменяемых для измерений комплексной диэлектрической проницаемости диссипативных сред в микроволновом диапазоне [1]. Суть и особенности метода применительно к биологическим тканям можно найти в обзоре [2].

Для эффективного использования метода важны оценка чувствительности [3], корректный учет погрешностей [4] и дополнительных усложнений, возникающих при зондировании слоев конечной толщины [5, 6] и в близкой задаче об изолированных коаксиальных зондах [7].

Однако по-прежнему остаются востребованными задачи:

 – разработка максимально удобных для инженерной практики методов анализа и расчета электрических параметров традиционных материалов;

 – адаптация метода открытого конца коаксиальной линии для измерения характеристик материалов с необычными свойствами, не существующими в природе [8];

 использование таких свойств для расширения возможностей самого метода.

Примером таких метаматериалов, вызывающих в последнее время большой интерес, являются вещества с одновременно отрицательными диэлектрической $\varepsilon(\omega)$ и магнитной $\mu(\omega)$ проницаемостями.

Достаточно отметить, что список литературы, посвященной теоретическим аспектам, путям создания и технологии производства реальных образцов метаматериалов, а также перспективам их практического применения, помимо все возрастающего количества статей и докладов, насчитывает и ряд монографий [9–18].

Поскольку отрицательные значения вещественной части диэлектрической/магнитной

проницаемости являются одним из условий существования, соответственно, поперечно-магнитных *TM* или поперечно-электрических *TE* поверхностных волн на границе раздела двух сред, то именно слои из метаматериала будут обладать необычными электродинамическими характеристиками.

Например, для плоской границы раздела между обычным диэлектриком и метаматериалом поток энергии поверхностных волн направлен вдоль границы и меняет знак при переходе через нее, что может проявляться в фокусирующих свойствах такой границы [19]. Соответственно, плоский слой метаматериала с точки зрения его фокусирующих свойств можно рассматривать как систему из двух собирающих линз.

Не касаясь аспектов физической реализации так называемой суперлинзы [20, 21], отметим, что использование подложек как из метаматериалов, так и из материалов с отрицательными $\mu(\omega)$ уже получило широкое распространение, например, для миниатюризации различных компонентов и микрополосковых патч-антенн [22–28].

Целью работы является разработка методики использования тонких плоскопараллельных слоев (подложек) метаматериалов для повышения чувствительности и расширения диапазона измерений комплексной диэлектрической проницаемости методом открытого конца коаксиальной линии.

1. Постановка задачи. Рассмотрим снабженную бесконечным идеально проводящим фланцем коаксиальную линию, внутренний и внешний радиусы которой равны *a* и *b*. Если выбрать ось *z* цилиндрической системы кординат (ρ , ϕ , *z*) вдоль оси коаксиальной линии, то плоскость фланца будет определяться уравнением *z* = 0 (рис. 1).

Первый прилегающий слой толщиной d_1 представляет собой зондируемую среду и занимает область $0 < z \le d_1$. Второй слой (подложка) тол-

щиной d_2 состоит из метаматериала, занимает область $d_1 < z \le d_1 + d_2$ и ограничен идеально проводящей плоскостью.



Рис. 1. Геометрия задачи

Для сокращения записи далее везде опущена зависимость от времени вида $e^{j\omega t}$, а величины, относящиеся к коаксиальной линии, имеют индекс *c*, к первому слою – 1, ко второму – 2.

Так, комплексные относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости всех сред ($\alpha = c, 1, 2$) будут иметь вид

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\alpha}(\omega) &= \varepsilon_{\alpha}'(\omega) - j\varepsilon_{\alpha}''(\omega), \\ \mu_{\alpha}(\omega) &= \mu_{\alpha}''(\omega) - j\mu_{\alpha}''(\omega). \end{aligned}$$

Оба слоя предполагаем пассивными, т. е. с потерями ($\varepsilon''_{\alpha}(\omega) \ge 0$, $\mu''_{\alpha}(\omega) \ge 0$, $\alpha = 1, 2$). Заполнение коаксиальной линии и зондируемая среда являются обычными материалами ($\varepsilon'_{\alpha}(\omega) > 0$, $\mu'_{\alpha}(\omega) > 0$, $\alpha = c, 1$), а подложка – метаматериалом ($\varepsilon'_{2}(\omega) < 0, \mu'_{2}(\omega) < 0$).

Размеры коаксиальной линии и рабочая частота допускают распространение только основной моды (*TEM*-волны). Наличие открытого конца линии приводит к появлению в ней также отраженной *TEM*-волны и возбуждению мод высших порядков, причем в силу аксиальной симметрии задачи возбуждаются только моды TM_{0n} .

Необходимо теоретически рассчитать нормированный адмитанс открытого конца коаксиальной линии *Y*, который посредством соотношения $Y = \frac{1-R_0}{1+R_0}$ связан с экспериментально из-

меряемым коэффициентом отражения основной моды R_0 .

2. Основные расчетные соотношения. Решение задачи нахождения но рмированного адмитанса *Y* подробно изложено в наших работах [2, 6, 7], поэтому мы приведем здесь только конечные результаты. Обобщения, связанные с наличием метаматериала, являются непосредственными и не требуют введение понятия отрицательного коэффициента преломления [29, 30]. Основное значение квадратного корня из комплексного числа находится по стандартной формуле: если $u = z^2$, то $z = \sqrt{|u|}e^{j\frac{\arg u}{2}}$ (второе значение отличается знаком).

Адмитанс коаксиальной линии. Нормированный адмитанс коаксиальной линии, нагруженной на представленную на рис. 1 структуру, представляется в виде [2] $Y = Y^{(0)} + \sum_{n=1}^{\infty} Y^{(n)}$, где

$$Y^{(0)} = \gamma_0 \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_c} D_{00}$$
 и $Y^{(n)} = \gamma_0 \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_c} D_{n0} r_n$ соответству-

ют приближению основной моды и учету возбуждения высшей моды n-го порядка, а величины r_n находят из системы линейных уравнений

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(D_{nm} + \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_1} \frac{\delta_{nm}}{\gamma_n} \right) r_n = -D_{0m}.$$
 (1)

В физически обоснованном приближении учета лишь конечного числа *N* высших мод бесконечная система (1) редуцируется к конечной, решение которой можно как записать аналитически, так и достаточно просто осуществить численными методами. В формулах выше $\gamma_0 = jk_c$, $\gamma_n = \sqrt{p_n^2 - k_c^2}$ $(n \ge 1)$ – постоянные распространения основной и высших мод, где $k_c = \sqrt{\varepsilon_c \mu_c} k_0$ и $k_0 = \omega/c$ – волновые числа в коаксиальной линии и вакууме. Величины

$$D_{nn'} = \int_{0}^{\infty} F(q) \frac{D_n(q)D_{n'}(q)}{\kappa_1(q)} q dq,$$
 (2)

а явный вид функций $D_n(q)$

$$\begin{split} D_0(q) &= N_0 \frac{J_0(qa) - J_0(qb)}{q}, \\ D_n(q) &= \frac{2N_n q}{\pi p_n} \frac{J_0(qb) J_0(p_n a) - J_0(qa) J_0(p_n b)}{(p_n^2 - q^2) J_0(p_n b)}, \end{split}$$

 $p_n(n \ge 1)$ - упорядоченные по возрастанию корни уравнения $Y_0(p_n a)J_0(p_n b) = J_0(p_n a)Y_0(p_n b),$ $J_m(x)$ и $Y_m(x)$ - функции Бесселя порядка *m* первого и второго рода. В выражении (2)

$$F(q) = \frac{1 + R_1(q)}{1 - R_1(q)},$$

$$R_{1}(q) = e^{-2\kappa_{1}(q)d_{1}} \frac{1 - \frac{\varepsilon_{1}\kappa_{2}(q)}{\varepsilon_{2}\kappa_{1}(q)} \frac{1 - e^{-2\kappa_{2}(q)d_{2}}}{1 + e^{-2\kappa_{2}(q)d_{2}}}}{1 + \frac{\varepsilon_{1}\kappa_{2}(q)}{\varepsilon_{2}\kappa_{1}(q)} \frac{1 - e^{-2\kappa_{2}(q)d_{2}}}{1 + e^{-2\kappa_{2}(q)d_{2}}}},$$

 $\kappa_{\alpha}(q) = \sqrt{q^2 - k_{\alpha}^2}, \quad k_{\alpha}^2 = \varepsilon_{\alpha} \mu_{\alpha} k_0^2 - \text{квадрат волно$ $вого числа в среде <math>\alpha = 1, 2$. Для выбранной ветви квадратного корня наличие (пусть даже сколь угодно малых) потерь, т. е. $\varepsilon_{\alpha}''(\omega) > 0, \quad \mu_{\alpha}''(\omega) > 0,$ обеспечивает выполнение при любых $0 \le q < \infty$ неравенств $\text{Re} \kappa_1(q) > 0, \quad \text{Im} \kappa_1(q) > 0$ для обычной (зондируемой) среды и $\text{Re} \kappa_2(q) > 0, \quad \text{Im} \kappa_2(q) < 0 -$ для метаматериала (подложки).

Как будет показано далее, частотная зависимость R_0 в данной структуре имеет особенности, отсутствующие в случае аналогичной двухслойной структуры из обычных материалов. Это проявляется в резком (резонансном) уменьшении $\Gamma = |R_0|$ на частоте, определяемой характеристиками зондируемой среды. Для понимания этого явления представляется полезным (а для оценки пределов применимости метода и просто необходим) расчет электрического и магнитного полей в рассматриваемой структуре.

Поле в коаксиальной линии. Единственная отличная от нуля компонента магнитного поля в коаксиальной линии (при z < 0) представляется в виде

$$H_{c\phi}(\rho, z) = H_{c\phi}^{(0)}(\rho, z) + \sum_{n=1}^{\infty} r_n H_{c\phi}^{(n)}(\rho, z),$$

$$H_{c\phi}^{(0)}(\rho, z) = j\omega\varepsilon_0\varepsilon_c U_0 \frac{f_0(\rho)}{\gamma_0} \Big(e^{-\gamma_0 z} - R_0 e^{\gamma_0 z} \Big), \quad (3)$$

$$H_{c\phi}^{(n)}(\rho, z) = -j\omega\varepsilon_0\varepsilon_c U_0 \Big(1 + R_0 \Big) \frac{f_n(\rho)}{\gamma_n} e^{\gamma_n z},$$

где множитель U_0 обеспечивает нужную размерность; индекс n = 0 соответствует основной моде, а $n \ge 1$ -модам высших порядков, распределение поля в которых определяется функциями

$$f_0(\rho) = N_0 / \rho,$$

$$f_n(\rho) = N_n [Y_0(p_n a) J_1(p_n \rho) - J_0(p_n a) Y_1(p_n \rho)].$$

Нормировочные множители определяются условием ортонормированности функций $\{f_n(\rho)\}$

$$N_0 = \frac{1}{\sqrt{\ln(b_n)}}, N_n = \frac{\pi p_n}{\sqrt{2}} \left[\frac{J_0^2(p_n a)}{J_0^2(p_n b)} - 1 \right]^{-1/2}, n \ge 1.$$

Поперечная компонента электрического поля имеет сходную структуру:

$$E_{c\rho}(\rho, z) = E_{c\rho}^{(0)}(\rho, z) + \sum_{n=1}^{\infty} r_n E_{c\rho}^{(n)}(\rho, z),$$

$$E_{c\rho}^{(0)}(\rho, z) = U_0 f_0(\rho) \Big(e^{-\gamma_0 z} + R_0 e^{\gamma_0 z} \Big),$$

$$E_{c\rho}^{(n)}(\rho, z) = U_0 \Big(1 + R_0 \Big) f_n(\rho) e^{\gamma_n z},$$

(4)

а у продольной компоненты отсутствует член, соответствующий нулевой моде:

$$E_{cz}(\rho, z) = \sum_{n=1}^{\infty} r_n E_{cz}^{(n)}(\rho, z),$$

$$E_{cz}^{(n)}(\rho, z) = -U_0 (1 + R_0) \frac{g_n(\rho)}{\gamma_n} e^{\gamma_n z},$$
(5)
Equation (5)

$$g_n(\rho) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} [\rho f_n(\rho)] =$$

= $N_n p_n [J_0(p_n \rho) Y_0(p_n a) - J_0(p_n a) Y_0(p_n \rho)].$

Поле в зондируемой среде. Приводимые ниже выражения для магнитного и электрического полей в области $0 < z \le d_1$ учитывают переотражения на границах зондируемой среды:

$$H_{1\varphi}(\rho, z) = \sum_{n=0}^{\infty} r_n H_{1\varphi}^{(n)}(\rho, z);$$
(6)

$$E_{1\rho}(\rho, z) = \sum_{n=0}^{\infty} r_n E_{1\rho}^{(n)}(\rho, z);$$
(7)

$$E_{1z}(\rho, z) = \sum_{n=0}^{\infty} r_n E_{1z}^{(n)}(\rho, z),$$
(8)

где соответственно

$$\begin{split} H_{1\varphi}^{(n)}(\rho,z) &= j \omega \varepsilon_0 \varepsilon_1 U_0 (1+R_0) \times \\ \times \int_0^{\infty} D_n(q) \, \frac{e^{-\kappa_1(q)z} + R_1(q) e^{\kappa_1(q)z}}{\kappa_1(q) [1-R_1(q)]} \, J_1(q\rho) q dq; \\ E_{1\rho}^{(n)}(\rho,z) &= U_0 (1+R_0) \times \\ \times \int_0^{\infty} D_n(q) \, \frac{e^{-\kappa_1(q)z} - R_1(q) e^{\kappa_1(q)z}}{1-R_1(q)} \, J_1(q\rho) q dq; \\ E_{1z}^{(n)}(\rho,z) &= U_0 (1+R_0) \times \\ \times \int_0^{\infty} D_n(q) \, \frac{e^{-\kappa_1(q)z} + R_1(q) e^{\kappa_1(q)z}}{\kappa_1(q) [1-R_1(q)]} \, J_0(q\rho) q^2 dq. \end{split}$$

Для единообразия записи в этих и последующих формулах мы доопределили величину $r_0 \equiv 1$.

Поле в слое метаматериала. В области $d_1 < z \le d_1 + d_2$ азимутальная компонента магнитного поля может быть представлена в виде

$$H_{2\varphi}(\rho, z) = \sum_{n=0}^{\infty} r_n H_{2\varphi}^{(n)}(\rho, z),$$
(9)

где

$$\begin{split} H_{2\varphi}^{(n)}(\rho,z) &= j\omega\varepsilon_{0}\varepsilon_{2}U_{0}(1+R_{0}) \times \\ \times \int_{0}^{\infty} T(q)D_{n}(q) \frac{e^{-\kappa_{2}(q)z} + R_{2}(q)e^{\kappa_{2}(q)z}}{\kappa_{2}(q)[1-R_{1}(q)]} J_{1}(q\rho)qdq. \end{split}$$

Радиальная компонента электрического поля

$$E_{2\rho}(\rho, z) = \sum_{n=0}^{\infty} r_n E_{2\rho}^{(n)}(\rho, z),$$
(10)

где

$$E_{2\rho}^{(n)}(\rho, z) = U_0 (1+R_0) \times \int_0^{\infty} T(q) D_n(q) \frac{e^{-\kappa_2(q)z} - R_2(q)e^{\kappa_2(q)z}}{1-R_1(q)} J_1(q\rho) q dq.$$

Продольная компонента электрического поля

$$E_{2z}(\rho, z) = \sum_{n=0}^{\infty} r_n E_{2z}^{(n)}(\rho, z),$$
(11)

где

$$E_{2z}^{(n)}(\rho, z) = U_0 (1+R_0) \times \\ \times \int_0^\infty T(q) D_n(q) \frac{e^{-\kappa_2(q)z} + R_2(q) e^{\kappa_2(q)z}}{\kappa_2(q) [1-R_1(q)]} J_0(q\rho) q^2 dq.$$

В этих формулах

$$R_{2}(q) = e^{-2\kappa_{2}(q)(d_{1}+d_{2})};$$

$$T(q) = \frac{2\frac{\kappa_{2}(q)}{\varepsilon_{2}}e^{-[\kappa_{2}(q)-\kappa_{1}(q)]d_{1}}}{\left(\frac{\kappa_{1}(q)}{\varepsilon_{1}} + \frac{\kappa_{2}(q)}{\varepsilon_{2}}\right) - \left(\frac{\kappa_{1}(q)}{\varepsilon_{1}} - \frac{\kappa_{2}(q)}{\varepsilon_{2}}\right)e^{-2\kappa_{2}(q)d_{2}}}$$

Для понимания физической природы механизмов, ответственных за формирование электромагнитного поля в слое, полезно заметить, что один из полюсов подынтегральных выражений (9)–(11) соответствует обращению в нуль знаменателя выражения для T(q), что с учетом соотношений $\kappa_{\alpha}^2(q) = q^2 - k_{\alpha}^2$ ($\alpha = 1, 2$) представляет собой дисперсионное уравнение для электромагнитных поперечно-магнитных поверхностных волн, возбуждаемых в слое метаматериала с проницаемостями ε_2, μ_2 толщиной d_2 , ограниченного с одной стороны проводящей плоскостью, с другой – магнитодиэлектриком с проницаемостями ε_1, μ_1 .

Модельные среды для метаматериалов. Первые экспериментальные реализации метаматериалов представляли собой наложение решетки из так называемых щелевых кольцевых резонаторов (split ring resonators), имеющих в определенном частотном диапазоне отрицательные значения $\mu(\omega)$, и решетки проволочек, имеющих в определенном частотном диапазоне отрицательные значения $\varepsilon(\omega)$ [31].

При расчетах для относительных диэлектрической и магнитной проницаемостей мы использовали следующие общие формы частотной зависимости:

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_{ep}^2 - \omega_{e0}^2}{\omega^2 - \omega_{e0}^2 - i\gamma_e \omega},$$

$$\mu(\omega) = 1 - \frac{\omega_{mp}^2 - \omega_{m0}^2}{\omega^2 - \omega_{m0}^2 - i\gamma_m \omega},$$
(12)

где ω_{e0} (ω_{m0}) и ω_{ep} (ω_{mp}) – электрическая (магнитная) резонансная и плазменная круговые частоты соответственно [32, 33].

В численных расчетах использовались следующие значения входящих в (12) параметров: $f_{mp} = 10,95 \,\Gamma\Gamma\mu$, $f_{m0} = 10,05 \,\Gamma\Gamma\mu$, $f_{ep} = 12,8 \,\Gamma\Gamma\mu$, $f_{e0} = 10,3 \,\Gamma\Gamma\mu$, $\gamma_e = \gamma_m = 10 \,\mathrm{M}\Gamma\mu$ ($f = \omega/2\pi$) [34].

3. Результаты расчетов. В расчетах принималось, что коаксиальная линия с параметрами a = 0,7 мм, b = 2,3 мм, $\varepsilon_c = 2,05$, соответствующими стандартному полужесткому кабелю типа РК50-4-27, нагружена на двухслойную структуру. Первый слой представляет зондируемую среду с ε'_1 в пределах от 2 до 20 и тангенсом угла диэлектрических потерь $tg\delta_1 \le 0,2$.

Второй слой, ограниченный проводящей плоскостью, является метаматериалом, параметры которого представлены выше. Частотные зависимости диэлектрической и магнитной проницаемостей такого материала, рассчитанные по формулам (12), приведены на рис. 2.



Рис. 2. Частотная зависимость комплексных диэлектрической (сплошные кривые) и магнитной (штриховые кривые) проницаемостей метаматериала: а) – вещественные части; б) – мнимые части

Здесь заштрихованы, а также показаны на врезках в укрупненном масштабе область частот и соответствующих значений $\varepsilon', \varepsilon'', \mu', \mu''$, где обнаруживаются эффекты резонансного умень-

шения отражения от открытого конца коаксиальной линии, нагруженной на рассматриваемую двухслойную структуру.

На рис. 3 показана частотная зависимость модуля коэффициента отражения $\Gamma = |R_0|$ для случая 2-мм слоя зондируемой среды с $\varepsilon = 5 - j0,1$. Видно, что при толщине подложки 1 мм на частоте 10,804 ГГц возникает резонансный минимум коэффициента отражения ($\Gamma \approx 0,034$), добротность которого составляет несколько сотен (сплошная кривая).



Рис. 3. Частотная зависимость модуля коэффициента отражения от слоя жидкости толщиной 2 мм при различных подложках

Такая особенность полностью отсутствует, когда слой зондируемой среды непосредственно ограничен проводящей плоскостью (штриховая кривая) или когда под ним находится, например, толстый слой пенопласта (штрихпунктирная кривая). В случае толстого слоя метаматериала ($d_2 \ge 10 \text{ мм}$), который для данной задачи может рассматриваться как полупространство, уменьшение Г менее выражено и размазано в частотной области (пунктирная кривая).

Для тех же параметров материалов подложки и зондируемой среды на той же частоте рассчитана зависимость Γ от толщины слоя зондируемой среды d_1 (рис. 4).



Рис. 4. Зависимость модуля коэффициента отражения от толщины слоя жидкости при толщине подложки из метаматериала 1 мм (сплошная кривая), 10 мм (пунктирная) и при ее отсутствии (штриховая)

Показано, что при миллиметровой подложке метаматериала существует оптимальная толщина слоя зондируемой среды, обеспечивающая минимум Γ , в то время как в случае отсутствия подложки или ее значительной толщины хорошего согласования зонда не наблюдается ни при каких значениях $d_1 \ge 0,5$ мм.

Отметим, что уменьшение Γ по мере приближения толщины слоя к оптимальному значению происходит достаточно плавно, поэтому поиск оптимума не должен представлять трудностей в эксперименте.

Характерный вид частотной зависимости Г для 2-мм слоя зондируемой среды с параметрами $\varepsilon' = 5$ и tg $\delta = 0,02$, а также для значений ε' , отличающихся на ± 5 % (при том же tg δ), приведены на рис. 5.

Из него видно, что такие отличия в диэлектрических параметрах зондируемой среды могут быть надежно измерены в эксперименте.



Рис. 5. Частотная зависимость модуля коэффициента отражения от 2-мм слоя жидкости с $\varepsilon'_1 = 5$ (сплошная кривая), $\varepsilon'_1 = 5,25$ (пунктирная) и $\varepsilon'_1 = 4,75$ (штриховая)

На рис. 6 приведена зависимость частоты минимума Γ от значения ε' зондируемой среды при толщине ее слоя 2 мм (в предположении неизменной величины $tg\delta = 0,02$) и толщине подложки метаматериала 1 мм. На этом же графике приведены соответствующие значения Γ и ширины резонансных кривых $\Delta f_{\rm p}$ по уровню 3 дБ.

Эти данные показывают, что при такой величине потерь в зондируемой среде явно выраженные резонансы ($\Gamma < 0,1$; добротность $Q \ge 50$) наблюдаются во всем анализируемом диапазоне изменения ε' даже при неизменной толщине слоя $d_1 = 2$ мм. Проведенная после обнаружения такого резонанса подстройка толщины d_1 позволит для любого ε' получить $\Gamma < 0,01$ и $Q \ge 500$.

Расчеты показывают, что при выбранном зонде и использовании металлизированной подложки толщиной 1 мм из метаматериала с вышеприведенными параметрами возможно измерение с погрешностью не более 5 % значений ε' , изменяющихся в пределах от 2 до 20 при тангенсе угла диэлектрических потерь $0,01 \le tg\delta \le 0,2$ в частотном диапазоне 10,5...11,4 ГГц. При этом оптимальная толщина слоя зондируемой среды, обеспечивающая минимальную величину коэффициента отражения, лежит в пределах 0,5...1,2 мм при максимальных значениях $tg\delta$ и в пределах 1,8...2,3 мм при минимальных.



Рис. 6. Зависимость частоты минимума коэффициента отражения, соответствующего его значения и ширины резонанса от диэлектрической проницаемости жидкости

Изменение ε' приводит к смещению резонансной частоты (вверх при уменьшении ε' и вниз при увеличении), а изменение ε'' приводит к изменению модуля коэффициента отражения на частоте резонанса, причем если первоначально была найдена оптимальная толщина слоя зондируемой среды, то как уменьшение, так и увеличение ε'' будет приводить к увеличению Г. Установить характер изменения ε'' можно регулировкой толщины слоя до получения нового минимума Г. Если при уменьшении толщины частота резонанса смещается вниз, то ε'' уменьшается, а если смещается вверх, то возростает.

4. Методика измерения комплексной диэлектрической проницаемости жидкостей коаксиальным зондом. Приведенные выше результаты расчетов позволяют предложить следующую последовательность действий:

– сначала для известных параметров подложки и диапазона возможных значений комплексной диэлектрической проницаемости исследуемой жидкости рассчитывают начальную толщину слоя и диапазон свиппируемых частот (в нашем случае это 2 мм и 10,5...11,4 ГГц соответственно);

 в панорамном режиме измерений в этом диапазоне частот находят резонансный минимум Г;

– сужая полосу свиппирования, регулировкой толщины слоя зондируемой среды d_1 (глубины по-гружения зонда в жидкость) добиваются абсолют-

ного минимума Г и измеряют соответствующую резонансную частоту;

 находят вещественную и мнимую части комплексной диэлектрической проницаемости, решая итерационными методами обратную задачу.

Одним из достоинств предлагаемого метода является то, что он не требует фазовых измерений, а следовательно, соответствующей дорогостоящей аппаратуры. Для его реализации достаточно иметь лишь стандартный панорамный измеритель модуля коэффициента отражения с полосой перестройки ~10 % и несложное механическое устройство юстировки и перемещения зонда, обеспечивающее точность установки расстояния от конца зонда до подложки порядка 0,01 мм.

Метод также удобен для мониторинга малых относительных изменений диэлектрических параметров исследуемой жидкости в процессе экспериментов.

Границы применимости методики. В реальных условиях фланец зонда, образец и проводящая подложка метаматериала имеют конечный радиус, что требует дополнительно обосновать приближение отсутствия границ в радиальном направлении. Если для обычных сред область, влияющая на результаты измерений, имеет размеры порядка диаметра апертуры зонда [2, 35, 36], то в данном случае они могут быть существенно иными.

Основным отличием рассматриваемой задачи является наличие резонансных частот, на которых происходит эффективное излучение ($\Gamma < 0,1$) из коаксиальной линии в зондируемую среду. Следовательно, на этих частотах существенно увеличивается доля от подводимой энергии, высвечиваемая в радиальном направлении, и доля, поглощаемая в зондируемой среде и в подложке. Выражения для компонент электромагнитного поля (6)–(11) позволяют численно оценить как величину энергии (поток вектора Пойнтинга), вытекающей через боковую поверхность цилиндра радиусом ρ_b и высотой $d_1 + d_2$, так и величину энергии, поглощаемой в его объеме.

На рис. 7 представлено распределение вектора Пойнтинга в рассматриваемой структуре (2-мм слой зондируемой среды с $\varepsilon = 5 - j0,1$ и миллиметровая подложка из метаматериала с приведенными выше параметрами) на частоте 10,804 ГГц. Расчеты по формулам (3)–(11), проведенные для этого распределения, показали, что при данном значении $\Gamma \approx 0,034$ обратно в коаксиальную линию отражается только 0,12 % от подводимой мощности. Через боковую поверхность цилиндра радиусом $\rho_b = 10$ мм вытекает 3,06 %, а в его объеме поглощается 96,82 % от этой мощности. При $\rho_b = 20$ мм доля вытекающей мощности уменьшается до 0,2 %. Очевидно, что при таком радиусе фланца зонда вполне можно пользоваться решениями, полученными в предположении бесконечного фланца.



Рис. 7. Поле вектора Пойнтинга в исследуемой структуре на частоте минимума коэффициента отражения

Сложная топология поля вектора Пойнтинга характерна именно для резонансного уменьшения коэффициента отражения R_0 и объясняется эффективным возбуждением поверхностных электромагнитных волн на границе обычный диэлектрик – метаматериал.

На границе $z = d_1$ компонента вектора Пойнтинга Π_z непрерывна, а компонента Π_ρ должна менять знак. В зондируемой среде ($0 < z < d_1$) из физических соображений $\Pi_\rho > 0$ при $\rho \to \infty$ и $\Pi_\rho < 0$ при $\rho \to 0$. Необходимость выполнения этих условий для непрерывного поля вектора Пойнтинга и приводит к появлению вихревых структур, которые видны на рис. 7.

Выводы. Показано, что при нагрузке открытого конца коаксиальной линии на слой зондируемой среды, лежащий на тонкой подложке из метаматериала, на частотной зависимости коэффициента отражения появляются резонансные минимумы, которые могут быть объяснены эффективным возбуждением поперечно-магнитной поверхностной волны на границе обычной среды и метаматериала.

На основе этого явления предложена модификация метода измерения комплексной диэлектрической проницаемости жидкостей коаксиальным зондом, которая требует только амплитудных измерений коэффициента отражения и возможности регулировать и измерять толщину слоя зондируемой жидкости с точностью 0,01 мм. При этом измерения в полосе частот порядка 10 % могут обеспечить определение диэлектрической проницаемости одним и тем же зондом в диапазоне ее значений не менее декады с погрешностью менее 5 %.

- Krupka J. Frequency domain complex permittivity measurements at microwave frequencies / J. Krupka // Meas. Sci. Technol. – 2006. – <u>17</u>, N 6. – P. R55–R70.
- Иванов В. К. Измерение комплексной диэлектрической проницаемости веществ методом открытого конца коаксиальной линии / В. К. Иванов, А. О. Силин, А. М. Стадник // Успехи современной радиоэлектрон. – 2007. – № 7. – С. 66–79.
- Ivanov V. K. Sensitivity of coaxial probes for measurement of complex permittivity of dissipative media / V. K. Ivanov, O. O. Silin, O. M. Stadnyk // Radioelectronics and Communications Systems. – 2006. – <u>49</u>, N 6. – P. 28–33.
- Ivanov V. K. Errors of determination of complex permittivity by the method of open-ended coaxial line / V. K. Ivanov, O. O. Silin, O. M. Stadnyk // Telecommunications and Radio Engineering. – 2006. – <u>65</u>, N 6–10. – P. 949–965.
- Wu M. An improved coaxial probe technique for measuring microwave permittivity of thin dielectric materials / M. Wu, X. Yao, L. Zhang // Meas. Sci. Technol. – 2000. – <u>11</u>, N 11. – P. 1617–1622.
- Иванов В. К. Особенности определения диэлектрической проницаемости тонких слоев коаксиальными зондами / В. К. Иванов, А. О. Силин, А. М. Стадник // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2007. – <u>12</u>, № 3. – С. 38–45.
- Ivanov V. K. Determination of dielectric permittivity of materials by an isolated coaxial probe / V. K. Ivanov, O. O. Silin, O. M. Stadnyk // Radioelectronics and Communications Systems. – 2007. – <u>50</u>, N 7. – P. 367–374.
- Ivanov V. K. Determination of electromagnetic properties of metamaterials with open-ended coaxial lines / V. K. Ivanov, O. O. Silin, O. M. Stadnyk // 18th Int. Crimean Conf. «Microwave & Telecommunication Technology» (CriMiCo'2008): proc. – Sevastopol, 2008. – P. 763–764.
- Eleftheriades G. V. Negative-Refraction Metamaterials: Fundamental Principles and Applications / G. V. Eleftheriades, K. G. Balmain (Eds). – NY: Wiley-IEEE Press, 2005. – 418 p.
- Engheta N. Metamaterials: Physics and Engineering Explorations / N. Engheta, R. W. Ziolkowski (Eds). – NY: Wiley-IEEE Press, 2006. – 414 p.
- Sarychev A. K. Electrodynamics of Metamaterials / A. K. Sarychev, V. M. Shalaev. – New Jersy: World Scientific, 2007. – 247 p.
- Marques R. Metamaterials with Negative Parameters: Theory, Design, and Microwave Applications / R. Marques, F. Martin, M. Sorolla. – Hoboken: Wiley, 2008. – 315 p.
- Ramakrishna S. A. Physics and Applications of Negative Refractive Index Materials / S. A. Ramakrishna, T. M. Grzegorczyk. – Bellingham: SPIE Press, 2009. – 414 p.
- Hao Y. FDTD Modeling of Metamaterials: Theory and Applications / Y. Hao, R. Mittra. – Boston: Artech House, 2009. – 396 p.
- Murk B. A. Metamaterials: Critique and Alternatives / B. A. Munk. – Hoboken: Wiley, 2009. – 189 p.
- Capolino F. Theory and Phenomena of Metamaterials / F. Capolino. – Boca Raton: CRC Press, 2009. – 992 p.
- Solymar L. Waves in Metamaterials / L. Solymar, E. Shamonina. – NY: Oxford University Press, 2009. – 368 p.
- Cui T. J. Metamaterials: Theory, Design, and Applications / T. J. Cui, D. R. Smith, R. P. Liu (Eds). – NY: Springer, 2010. – 367 p.

- Петрин А. Б. О распространении электромагнитной волны в среде с отрицательным преломлением от точечного источника, расположенного в воздухе / А. Б. Петрин // Письма в журн. эксперим. и теорет. физики. 2008. <u>87</u>, № 9. С. 550–555.
- Pendry J. B. Negative Refraction Makes a Perfect Lens / J. B. Pendry // Phys. Rev. Lett. – 2000. – <u>85</u>, N 18. – P. 3966– 3969.
- Zhang X. Superlenses to Overcome the Diffraction Limit / X. Zhang, Z. W. Liu // Nature Materials. – 2008. – <u>7</u>, N 6. – P. 435–441.
- Engheta N. An idea for thin subwavelength cavity resonators using metamaterials with negative permittivity and permeability / N. Engheta // IEEE Antennas Wireless Propag. Lett. – 2002. – 1, N 1. – P. 10–13.
- Mosallaei H. Magneto-Dielectrics in Electromagnetics: Concept and Applications / H. Mosallaei, K. Sarabandi // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2004. – 52, N 6. – P. 1558–1567.
- Metamaterial Covers Over a Small Aperture / A. Alu, F. Bilotti, N. Engheta, L. Vegni // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2006. – <u>54</u>, N 6. – P. 1632–1643.
- Subwavelength, Compact, Resonant Patch Antennas Loaded With Metamaterials / A. Alu, F. Bilotti, N. Engheta, L. Vegni // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2007. – <u>55</u>, N 1. – P. 0013– 0025.
- Subwavelength Planar Leaky-Wave Components With Metamaterial Bilayers / A. Alu, F. Bilotti, N. Engheta, L. Vegni // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2007. – <u>55</u>, N 3. – P. 882–891.
- Patch Antenna Based on Metamaterials for a RFID Transponder / E. Ugarte-Munoz, F. J. Herraiz-Martinez, V. Gonzalez-Posadas, D. Segovia-Vargas // Radioengineering. 2008. <u>17</u>, N 2. P. 66–71.
- Chen P. Y. Sub-Wavelength Elliptical Patch Antenna Loaded With μ-Negative Metamaterials / P. Y. Chen, A. Alu // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2010. – <u>58</u>, N. 9. – P. 2909–2919.
- Веселаго В. Г. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями є и µ / В. Г. Веселаго // Успехи физ. наук. – 1967. – <u>92</u>, вып. 3. – С. 517–526.
- Веселаго В. Г. Электродинамика материалов с отрицательным коэффициентом преломления / В. Г. Веселаго // Успехи физ. наук. – 2003. – <u>173</u>, вып. 7. – С. 790–794.
- Composite Medium with Simultaneously Negative Permeability and Permittivity / D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier et al. // Phys. Rev. Lett. – 2000. – <u>84</u>, N 18. – P. 4184–4187.
- Microwave transmission through a two-dimensional, isotropic left-handed material / R. A. Shelby, D. R. Smith, S. C. Nemat-Nasser, S. Schultz // Appl. Phys. Lett. – 2001. – <u>78</u>, N 4. – P. 489–491.
- Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena / J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, W. J. Stewart // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 1999. – <u>47</u>, N 11. – P. 2075–2084.
- Shelby R. A. Experimental Verification of a Negative Index of Refraction / R. A. Shelby, D. R. Smith, S. Schultz // Science. – 2001. – 292, N 5514. – P. 77–79.
- 35. Sensing volume of open-ended coaxial probes for dielectric characterization of breast tissue at microwave frequencies /

D. M. Hagl, D. Popovic, S. C. Hagness et al. // IEEE Trans. Microw. Theory Tech. – 2003. – <u>51</u>, N 4. – P. 1194–1206.

36. Hoshina S. A numerical study on the measurement region of an open-ended coaxial probe used for complex permittivity measurement / S. Hoshina, Y. Kanai, M. Miyakawa // IEEE Trans. on Magnetics. – 2001. – <u>37</u>, N 5. – P. 3311–3314.

V. K. Ivanov, O. O. Silin, O. M. Stadnyk

MEASUREMENT OF COMPLEX PERMITTIVITY OF LIQUIDS USING OPEN-ENDED COAXIAL-LINE AND METAMATERIAL SUBSTRATE

Modification of the method for determination of complex permittivity of liquid media by open-ended coaxial line probes, based on using metamaterial substrate with known characteristics, is proposed. It is shown, that under certain relations between electric parameters and thicknesses of media under test and substrate, resonance decrease of reflection from the end of probe loaded on such a two-layered structure, arise. Thus, determination of complex permittivity of media under test in wide range of its variation, being based on measurements of probe amplitude reflection coefficient only in finite frequency range in combination with fitting optimal thickness of tested layer is possible.

Key words: complex permittivity, coaxial line, admittance, metamaterial.

В. К. Іванов, О. О. Сілін, О. М. Стадник

ВИЗНАЧЕННЯ КОМПЛЕКСНОЇ ДІЕЛЕКТРИЧНОЇ ПРОНИКНОСТІ РІДИН КОАКСІАЛЬНИМИ ЗОНДАМИ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ПІДКЛАДОК З МЕТАМАТЕРІАЛУ

Запропоновано модифікацію методу визначення комплексної діелектричної проникності рідких середовищ коаксіальними зондами, яка базується на застосуванні підкладок з метаматеріалу з відомими характеристиками. Показано, що при певних співвідношеннях електричних параметрів і товщин шару середовища, яке зондують, та підкладки з'являються резонансні зменшення відбиття від кінця зонду, що навантажений на таку двошарову структуру. Це дозволяє визначати комплексну діелектричну проникність досліджуваного середовища у широкому діапазоні її змін, базуючись тільки на амплітудних вимірюваннях коефіцієнту відбиття зонду в обмеженому діапазоні частот сумісно з підбором оптимальної товщини шару, який зондують.

Ключові слова: комплексна діелектрична проникність, коаксіальна лінія, адмітанс, метаматериал.

Рукопись поступила 09.12.10 г.