

УДК 533.9...15:621.396.67  
PACS 52.40.Fd; 52.75.-d

Ю. В. Кириченко<sup>1</sup>, В. Д. Карлов<sup>2</sup>, А. С. Кійко<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Национальный научный центр Харьковский физико-технический институт  
1, ул. Академическая, Харьков, 61108, Украина

E-mail: kiryuv51@ukr.net

<sup>2</sup>Харьковский национальный университет воздушных сил им. И. Кожедуба  
77/79, ул. Сумская, Харьков, 61023, Украина

E-mail: andriy.kiyko@gmail.com

## ИЗЛУЧЕНИЕ ПЛОСКОГО ПЛАЗМЕННОГО СЛОЯ С МАЛЫМ ИЗГИБОМ

Плазменные антенны являются объектом интенсивных теоретических и экспериментальных исследований. Одной из разновидностей плазменных антенн являются так называемые петлевые антенны, представляющие собой изогнутые газоразрядные трубки, заполненные холодной плазмой. Существенное влияние на диаграмму направленности и интенсивность излучения такой антенны оказывают угол и радиус кривизны закругления трубки. В данной работе теоретически исследуется модель петлевой плазменной антенны, представляющей собой плоский слой плазмы на металлической подложке с малым углом изгиба. Вычислены диаграммы направленности и коэффициенты преобразования энергии поверхностной волны для различных параметров задачи. Показано, что в излучение преобразуется 1...10 % энергии поверхностной волны при угле изгиба  $\varphi = 0,3$  рад. Диаграммы направленности имеют один лепесток с максимумом под острыми углами. Ил. 3. Библиогр.: 5 назв.

**Ключевые слова:** петлевые антенны, холодная плазма, диаграмма направленности, замедление поверхностной волны.

Изучение плазменных антенн связано с возможностью использования ограниченной плазмы в качестве приемных и передающих антенн диапазона сверхвысоких частот. В работе [1] продемонстрирована возможность использования столба низкотемпературной плазмы, поддерживаемой поверхностной волной, в качестве передающей антенны на частоте в несколько десятков мегагерц. В статье [2] описана петлевая плазменная антенна, представляющая собой изогнутый столб газоразрядной плазмы, заключенный в диэлектрическую оболочку. В качестве такой антенны может быть использована обычная люминесцентная лампа. В петлевой антенне поверхностная волна, проходя через изгиб, частично преобразуется в излучение.

В настоящей работе исследуется преобразование поверхностной волны в изогнутом плоском слое изотропной холодной плазмы, расположенном на металлической подложке. Проходя через изгиб, поверхностная волна частично отражается от изгиба, частично проходит через него. Некоторая доля энергии поверхностной волны преобразуется на изгибе в излучение. Такая система служит моделью планарной петлевой плазменной антенны.

В работах [3, 4] рассматривалось распространение поверхностных волн вдоль закругленных импедансных поверхностей. В них было показано, что волны, распространяющиеся вдоль изгиба, неустойчивы к излучению. Качественно это можно объяснить следующим образом. Фазовая угловая скорость волны с угловой и временной зависимостью  $\exp(\pm i(\nu\varphi - \omega t))$  постоянна и равна  $\omega/\nu$  (сек<sup>-1</sup>). По мере удаления от центра

кривизны линейная скорость фронта волны растет и, начиная с некоторого расстояния, превышает скорость волны в свободном пространстве. При этом волна отрывается от искривленной направляющей поверхности и превращается в излучение (высвечивает). Это излучение возникает независимо от соотношения длины волны и радиуса кривизны.

В настоящей работе вычисляются коэффициенты преобразования энергии поверхностной волны в энергию отраженной и прошедшей волн и в энергию излучения. В статье [4] исследована зависимость диаграммы излучения от замедления поверхностной волны.

**1. Постановка задачи.** Метод, который используется в настоящей работе, близок к методу спектрального разложения Шевченко [5], согласно которому полное поле раскладывается по набору функций плазменного слоя, включающему в себя поверхностные и так называемые псевдоповерхностные волны открытой волноведущей системы. Коэффициенты разложения, зависящие при наличии неоднородности от координаты, удовлетворяют системе интегро-дифференциальных уравнений. Решение этой системы уравнений дает искомые коэффициенты преобразования энергии поверхностной волны. В нашем случае неоднородностью является изгиб.

На рис. 1 показан изогнутый между точками  $A$  и  $B$  плоский слой плазмы, расположенный на металлической подложке с проводимостью  $\sigma = \infty$ . Левее точки  $A$  и правее точки  $B$  находятся прямолинейные участки этой открытой волноведущей системы. В направлении  $\vec{e}_z$ , перпендикулярном плоскости рисунка, слой однороден.

Толщина плазменного слоя равна  $a$ . Угол изгиба с радиусом кривизны  $R$  предполагается малым  $\varphi_0 \ll 1$ . (1)

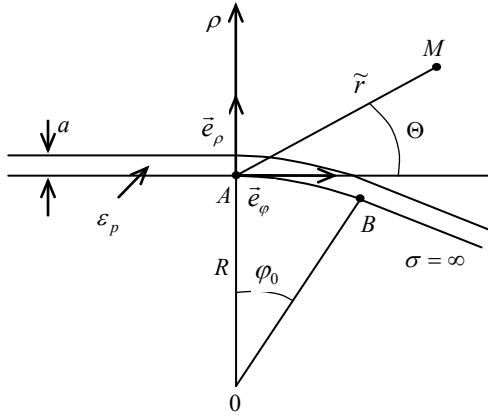


Рис. 1. Слой плазмы на металлической подложке с закруглением

Орты  $\vec{e}_\varphi$  и  $\vec{e}_\rho$  указывают направления изменения полярных координат  $\rho$  и  $\varphi$ . Введем расстояние  $r$  от металлической подложки  $\rho = R + r$ . (2)

Плазма предполагается холодной и изотропной. Ее диэлектрическая проницаемость равна

$$\varepsilon_p = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad (3)$$

где  $\omega$  – частота волны;  $\omega_p^2 = 4\pi n e^2 / m_e$  – плазменная частота электронной плазмы;  $e$ ,  $m_e$  – заряд и масса электрона;  $n$  – плотность плазмы.

При перемещении вдоль изогнутого участка от точки  $A$  к точке  $B$  направления осей системы координат  $(\rho, \varphi)$ , т. е. орты  $\vec{e}_\varphi$  и  $\vec{e}_\rho$ , изменяют свои направления. В силу предположения (1) эти изменения малы.

По плоскому участку, расположенному левее точки  $A$ , на закругление набегают единственная продольно-поперечная поверхностная  $E$ -волна. Продольная и поперечная компоненты ее поля  $\vec{E}$  в точке  $A$  совпадают соответственно с компонентами  $E_{\varphi 0}(\varphi, \rho, t)$  и  $E_{\rho 0}(\varphi, \rho, t)$  волны на закруглении. Поперечная компонента поля  $\vec{H}$  поверхностной волны в слое совпадает с  $H_{z 0}(\varphi, \rho, t)$  волны на закруглении. Это следует из условия непрерывности полей  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  в точке  $A$ . На участке  $AB$ , который представляет собой неоднородность данной открытой волноведущей системы, поверхностная волна преобразуется в прошедшую и отраженную поверхностные волны и частично в излучение. На рис. 1 показаны координаты  $(\tilde{r}, \theta)$  точки наблюдения  $M$ . Зависимость

поля от координаты  $\varphi$  и времени определяется множителем  $\exp(\pm i(k_l R \varphi - \omega t))$ , где  $k_l$  – волновой вектор волны, распространяющейся в направлении  $\vec{e}_\varphi$ . В случае поверхностных волн волновой вектор будем обозначать символом  $k_l^0$ . Все компоненты электромагнитного поля выражаются через составляющую магнитного поля  $H_z$  следующим образом:

$$E_\rho(\rho) = \mp \frac{k_l R}{k \rho \varepsilon_p} H_z(\rho), \quad (4)$$

$$E_\varphi(\rho) = -\frac{i}{k \varepsilon_p} \frac{dH_z(\rho)}{d\rho},$$

где  $k = \omega / c$ . Для поля вне плазменного слоя, т. е. при  $r > 0$ , в (4) и ниже следует положить  $\varepsilon_p = 1$ .

Компонента  $H_z(\rho)$  удовлетворяет следующему уравнению:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial H_z}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \varphi^2} + k^2 \varepsilon_p H_z = 0. \quad (5)$$

Уравнение (5) с учетом замены (2) принимает вид

$$\frac{\partial^2 H_z(\varphi, r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r+R} \frac{\partial H_z(\varphi, r)}{\partial r} + \frac{1}{(r+R)^2} \frac{\partial^2 H_z(\varphi, r)}{\partial \varphi^2} + k^2 \varepsilon_p H_z(\varphi, r) = 0. \quad (6)$$

Покажем, что

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} \gg \frac{1}{r+R} \frac{\partial H_z}{\partial r}. \quad (7)$$

Неравенство (7) выполняется, если

$$1 \gg \frac{\Delta r}{r+R}, \quad (8)$$

где  $\Delta r$  – характерное расстояние, на котором изменяется поле  $H_z(r)$ . Для поверхностной волны  $\Delta r$  имеет порядок расстояния, на котором поле экспоненциально убывает, причем  $\Delta r \ll R$ . Для псевдоповерхностной волны, которая определяет излучение в дальней зоне, где  $r$  велико, условие  $\Delta r \ll r+R$  очевидно. В обоих случаях неравенство (8), а значит, и (7) выполняются. Поэтому вторым слагаемым в (6) можно пренебречь. После этого уравнение (6) принимает вид

$$(r+R)^2 \frac{\partial^2 H_z(\varphi, r)}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 H_z(\varphi, r)}{\partial \varphi^2} + (r+R)^2 k^2 \varepsilon_p H_z(\varphi, r) = 0. \quad (9)$$

Одно из решений  $H_{z 0}(\varphi, \rho)$  уравнения (5) экспоненциально убывает в направлении  $\vec{e}_\rho$ . Оно существует при условиях

$$(k_l^0)^2 > k^2, \quad \omega_p^2 > 2\omega^2 \quad (10)$$

и соответствует медленной поверхностной волне. Радиальная часть решения уравнения (9) является функцией поперечного сечения  $\Psi_0(\rho)$  для поверхностных волн в методе спектрального разложения [5]:

$$H_{z0}(\rho) = \Psi_0(\rho). \quad (11)$$

Решения  $H_z(\varphi, \rho)$  уравнений (9), соответствующие быстрым псевдоповерхностным волнам, существуют при условии

$$k_l^2 < k^2. \quad (12)$$

Для них также вводится функция поперечного сечения

$$H_z(\rho, \kappa_0) = \Psi(\rho, \kappa_0), \quad (13)$$

где  $\kappa_0^2 = k^2 - k_l^2$ .

**2. Основные уравнения.** Решение  $H_z(\varphi, r)$  уравнения (5), соответствующее распространению волн вдоль направления  $\vec{e}_\varphi$  и в обратном направлении, есть суперпозиция соответствующих поверхностных и псевдоповерхностных волн. Представим ее в виде:

$$H_z(\varphi, r) = (B_+^0 \exp(ik_l^0 R\varphi) + B_-^0 \exp(-ik_l^0 R\varphi))\Psi_0 + \int_0^\infty d\kappa_0 (B_+(\kappa_0) \exp(ik_l R\varphi) + B_-(\kappa_0) \exp(-ik_l R\varphi))\Psi, \quad (14)$$

где  $\Psi_0 \equiv \Psi_0(\rho)$ ,  $\Psi \equiv \Psi(\rho, \kappa_0)$ .

Из соотношения (14) следует формула

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_z(\varphi, r)}{\partial \varphi} &= ik_l^0 R (B_+^0 \exp(ik_l^0 R\varphi) - B_-^0 \exp(-ik_l^0 R\varphi))\Psi_0 + \\ &+ i \int_0^\infty d\kappa_0 k_l R (B_+(\kappa_0) \exp(ik_l R\varphi) - B_-(\kappa_0) \exp(-ik_l R\varphi))\Psi. \end{aligned} \quad (15)$$

В (14), (15) и ниже сделан переход от координаты  $\rho$  к  $r$  с помощью соотношения (2). Далее используется метод [5], который является обобщением метода поперечных сечений [6]. Согласно этому методу, поле волны в фиксированном поперечном сечении закругленного плазменного слоя считается локально равным полю плоского слоя в этом же сечении. Будем полагать, что дисперсионные свойства плазменного слоя и функции поперечного сечения  $\Psi_0(r)$  (11) и  $\Psi(r, \kappa_0)$  (13) близки к таковым для плоского слоя плазмы. Последний был подробно рассмотрен в работе [7].

При этом коэффициенты разложений в (14), (15) следует считать зависящими от продольной координаты, в нашем случае от угла  $\varphi$ :

$$B_\pm^0 = B_\pm^0(\varphi), \quad B_\pm(\kappa_0) = B_\pm(\varphi, \kappa_0). \quad (16)$$

Зависимость амплитуд (16) от  $\varphi$  учитывает неоднородность направляющей системы в виде закругления.

Для дальнейшего удобно перейти в соотношениях (14), (15) к виду

$$\begin{aligned} C_\pm^0(\varphi) &= B_\pm^0(\varphi) \exp(\pm ik_l^0 R\varphi), \\ C_\pm(\varphi, \kappa_0) &= B_\pm(\varphi, \kappa_0) \exp(\pm ik_l R\varphi). \end{aligned} \quad (17)$$

При этом (14), (15) принимают вид

$$\begin{aligned} H_z(\varphi, r) &= (C_+^0(\varphi) + C_-^0(\varphi))\Psi_0(r) + \\ &+ \int_0^\infty d\kappa_0 (C_+(\varphi, \kappa_0) + C_-(\varphi, \kappa_0))\Psi(r, \kappa_0); \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_z(\varphi, r)}{\partial \varphi} &= ik_l^0 R (C_+^0(\varphi) - C_-^0(\varphi))\Psi_0(r) + \\ &+ i \int_0^\infty d\kappa_0 k_l R (C_+(\varphi, \kappa_0) - C_-(\varphi, \kappa_0))\Psi(r, \kappa_0). \end{aligned} \quad (19)$$

Дисперсионное уравнение для поверхностных волн [7]:

$$(\kappa^0 a) \operatorname{th}(\kappa^0 a) = -\varepsilon_p(\kappa_0^0 a), \quad (20)$$

где  $(\kappa_0^0)^2 = (k_l^0)^2 - k^2 > 0$ ,

$$(\kappa^0)^2 = \omega_p^2 / c^2 + (\kappa_0^0)^2 > 0.$$

Здесь предполагается, что постоянные распространения для плоского слоя плазмы локально совпадают с постоянными распространения для закругленного слоя. Уравнение (20) при заданных величинах  $a$  и  $\omega$  имеет единственное решение  $k_l^0$ . Важной характеристикой поверхностной волны является ее замедление  $\xi$ , определяемое соотношением  $\xi = v_{ph} / c$ , где  $v_{ph}$  – фазовая скорость поверхностной волны,  $c$  – скорость света.

Функция  $\Psi_0(r)$  для плоского плазменного слоя определяется формулой [7]

$$\Psi_0(r) = \frac{1}{N_0} \begin{cases} \exp(-\kappa_0^0 r), & a \leq r < \infty, \\ \frac{\exp(-\kappa_0^0 a)}{\operatorname{ch}(\kappa_0^0 a)} \operatorname{ch}(\kappa^0 r), & 0 \leq r \leq a, \end{cases} \quad (21)$$

где  $N_0$  – нормировочный множитель, который определяется из условия

$$\int_0^\infty dr \frac{1}{\varepsilon_p(r)} (\Psi_0(r))^2 = 1. \quad (22)$$

Функция  $\Psi(r, \kappa_0)$  для плоского плазменного слоя дается соотношением [7]

$$\Psi(r, \kappa_0) = \frac{1}{2N(\kappa_0)} \times \begin{cases} E_1 \exp(i\kappa_0 r) + E_2 \exp(-i\kappa_0 r), & a \leq r < \infty, \\ \exp(\kappa r) + \exp(-\kappa r), & 0 \leq r \leq a, \end{cases} \quad (23)$$

где  $E_1 = \left( \text{ch}(\kappa a) - i \frac{\kappa}{\kappa_0 \varepsilon_p} \text{sh}(\kappa a) \right) \exp(-i\kappa_0 a);$

$E_2 = (E_1)^*$ ;  $\kappa^2 = \omega_p^2 / c^2 - \kappa_0^2$ , символ \* здесь обозначает комплексное сопряжение. Функция (23) не убывает на бесконечности и нормирована на  $\delta$ -функцию

$$\int_0^\infty dr \frac{1}{\varepsilon_p(r)} \Psi(r, \kappa_0) \Psi(r, \tilde{\kappa}_0) = \delta(\kappa_0 - \tilde{\kappa}_0). \quad (24)$$

Выполняется также условие ортогональности поверхностных (21) и псевдоповерхностных (23) волн

$$\int_0^\infty dr \frac{1}{\varepsilon_p(r)} \Psi(r, \kappa_0) \Psi_0(r) = 0. \quad (25)$$

Далее применяем метод, близкий к методу неопределенных коэффициентов, для решения дифференциальных уравнений. Дифференцируя (18) по  $\varphi$  и сравнивая результат с (19), получаем

$$\begin{aligned} & (C_+^{0'} + C_-^{0'}) \Psi_0 + \int_0^\infty d\kappa_0 (C_+' + C_-') \Psi = \\ & = ik_l^0 R (C_+^0 - C_-^0) \Psi_0 + i \int_0^\infty d\kappa_0 k_l R (C_+ - C_-) \Psi, \end{aligned} \quad (26)$$

где штрих обозначает дифференцирование по углу  $\varphi$ . Подставляя (18) в первое и третье, а (19) во второе слагаемое левой части уравнения (9), получаем

$$\begin{aligned} & ik_l^0 R (C_+^{0'} - C_-^{0'}) \Psi_0 + (r^2 + 2rR + R^2) k_l^{02} \Psi_0 (C_+^0 + C_-^0) + \\ & + i \int_0^\infty d\kappa_0 k_l R (C_+' - C_-') \Psi + \\ & + (r^2 + 2rR + R^2) k_l^2 \int_0^\infty d\kappa_0 (C_+ + C_-) \Psi = 0. \end{aligned} \quad (27)$$

В (26), (27) для простоты записи не указаны аргументы функций. Умножая уравнения (26), (27) последовательно на  $\Psi_0$  (21) и  $\Psi$  (23) и используя условия ортогональности и нормировки (22), (24), (25), получаем следующие интегро-дифференциальные уравнения для амплитуд разложения (17):

$$\begin{aligned} & C_+^{0'} - ik_l^0 R C_+^0 = \\ & = S_1 C_+^0 + S_1 C_-^0 + \int_0^\infty d\tilde{\kappa}_0 (S_2 \tilde{C}_+ + S_2 \tilde{C}_-); \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} & C_-^{0'} + ik_l^0 R C_-^0 = \\ & = -S_1 C_+^0 - S_1 C_-^0 - \int_0^\infty d\tilde{\kappa}_0 (S_2 \tilde{C}_+ + S_2 \tilde{C}_-); \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} & C_+' - ik_l R C_+ = \\ & = S_3 C_+^0 + S_3 C_-^0 + \int_0^\infty d\tilde{\kappa}_0 (S_4 \tilde{C}_+ + S_4 \tilde{C}_-); \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} & C_-' + ik_l R C_- = \\ & = -S_3 C_+^0 - S_3 C_-^0 - \int_0^\infty d\tilde{\kappa}_0 (S_4 \tilde{C}_+ + S_4 \tilde{C}_-), \end{aligned} \quad (31)$$

где  $C_\pm = C_\pm(\kappa_0, \varphi)$ ,  $\tilde{C}_\pm = C_\pm(\tilde{\kappa}_0, \varphi)$ ;

$$S_1 = ik_l^0 \left( J_1 + \frac{J_2}{2R} \right), S_2(\kappa_0) = i \frac{k_l^2}{k_l^0} \left( J_3 + \frac{J_4}{2R} \right); \quad (32)$$

$$S_3(\kappa_0) = i \frac{k_l^{02}}{k_l} \left( J_3 + \frac{J_4}{2R} \right), \quad (33)$$

$$S_4(\tilde{\kappa}_0, \kappa_0) = i \frac{\tilde{k}_l^2}{k_l} \left( J_5 + \frac{J_6}{2R} \right);$$

$$J_1 = \int_0^\infty dr r \frac{\Psi_0^2}{\varepsilon_p(r)}, J_2 = \int_0^\infty dr r^2 \frac{\Psi_0^2}{\varepsilon_p(r)},$$

$$J_3 = \int_0^\infty dr r \frac{\Psi_0 \Psi}{\varepsilon_p(r)}, J_4 = \int_0^\infty dr r^2 \frac{\Psi_0 \Psi}{\varepsilon_p(r)},$$

$$J_5 = \int_0^\infty dr r \frac{\tilde{\Psi} \Psi}{\varepsilon_p(r)}, J_6 = \int_0^\infty dr r^2 \frac{\tilde{\Psi} \Psi}{\varepsilon_p(r)},$$

где  $\tilde{\Psi} = \Psi(\tilde{\kappa}_0)$ . Формулы для интегралов  $J_i$  ( $i=1..6$ ) громоздки и для краткости изложения не приводятся. Возвращаясь с помощью соотношений (17) к амплитудам  $B_\pm^0(\varphi)$ ,  $B_\pm(\varphi, \kappa_0)$ , преобразуем уравнения (28)–(31) к следующей системе интегральных уравнений:

$$\begin{aligned} & B_+^0 = 1 + \int_0^\varphi d\varphi (A_1 B_+^0 + A_2 B_-^0) + \\ & + \int_0^\varphi d\varphi \int_0^\infty d\tilde{\kappa}_0 (A_3 \tilde{B}_+ + \tilde{A}_4 B_-); \end{aligned} \quad (34)$$

$$B_-^0 = \int_{\varphi_0}^{\varphi} d\varphi (A_2^* B_+^0 + A_1^* B_-^0) + \int_{\varphi_0}^{\varphi} d\varphi \int_0^{\infty} d\tilde{\kappa}_0 (A_4^* \tilde{B}_+ + A_3^* \tilde{B}_-); \quad (35)$$

$$B_+ = \int_0^{\varphi} d\varphi (A_5 B_+^0 + A_6 B_-^0) + \int_0^{\varphi} d\varphi \int_0^{\infty} d\tilde{\kappa}_0 (A_7 \tilde{B}_+ + A_8 \tilde{B}_-); \quad (36)$$

$$B_- = \int_{\varphi_0}^{\varphi} d\varphi (A_6^* B_+^0 + A_5^* B_-^0) + \int_{\varphi_0}^{\varphi} d\varphi \int_0^{\infty} d\tilde{\kappa}_0 (A_8^* \tilde{B}_+ + A_7^* \tilde{B}_-), \quad (37)$$

где  $B_{\pm} = B_{\pm}(\kappa_0, \varphi)$ ,  $\tilde{B}_{\pm} = B_{\pm}(\tilde{\kappa}_0, \varphi)$ ,

$$\begin{aligned} A_1 &= S_1, \quad A_2(\varphi) = S_1 \exp(-2ik_l^0 R \varphi), \\ A_3(\varphi, \kappa_0) &= S_2(\kappa_0) \exp(i(k_l - k_l^0) R \varphi), \\ A_4(\varphi, \kappa_0) &= S_2(\kappa_0) \exp(-i(k_l + k_l^0) R \varphi), \\ A_5(\varphi, \kappa_0) &= S_3(\kappa_0) \exp(i(k_l^0 - k_l) R \varphi), \\ A_6(\varphi, \kappa_0) &= S_3(\kappa_0) \exp(-i(k_l^0 + k_l) R \varphi), \\ A_7(\varphi, \tilde{\kappa}_0, \kappa_0) &= S_4(\tilde{\kappa}_0, \kappa_0) \exp(i(\tilde{k}_l - k_l) R \varphi), \\ A_8(\varphi, \tilde{\kappa}_0, \kappa_0) &= S_4(\tilde{\kappa}_0, \kappa_0) \exp(-i(\tilde{k}_l + k_l) R \varphi). \end{aligned}$$

Уравнения (34)–(36) удовлетворяют граничным условиям на концах закругления, из которых следует

$$\begin{aligned} B_+^0(\varphi=0) &= 1, \quad B_-^0(\varphi=\varphi_0) = 0, \\ B_+(\varphi=0, \kappa_0) &= 0, \quad B_-(\varphi=\varphi_0, \kappa_0) = 0. \end{aligned} \quad (38)$$

В соотношениях (38) учтена непрерывность полей в точках  $A$  и  $B$  на рис. 1.

Подчеркнем, что уравнению (9) удовлетворяет суперпозиция (18) в целом. При этом коэффициенты разложения должны удовлетворять уравнениям (28)–(31).

Коэффициенты  $A_i$  ( $i=1...8$ ), определенные выше, имеют смысл коэффициентов связи прошедшей поверхностной, отраженной поверхностной волн, а также волн излучения между собой.

В работе предполагается, что прямолинейные участки слоя плазмы на рис. 1 не дают вклада в излучение. Поэтому  $A_i = 0$  ( $i=1...8$ ) при  $\varphi < 0$  и  $\varphi > \varphi_0$ .

Отметим, что при  $R \rightarrow \infty$  интегралы по  $\varphi$ , входящие в уравнения (34)–(37), стремятся к

нулю, так как коэффициенты  $A_i$  ( $i=2...8$ ) являются осциллирующими функциям аргумента  $R\varphi$ . Поэтому излучение исчезает в случае прямолинейного слоя однородной плазмы. Это говорит о том, что искривление проводящей поверхности является неоднородностью, приводящей к преобразованию энергии поверхностной волны в излучение.

**3. Результаты вычислений.** Решив уравнения (34)–(37), можно с помощью формул (4) найти компоненты электромагнитного поля и определить векторы Пойнтинга для поверхностной и псевдоповерхностной волн. Вектор Пойнтинга для поверхностной волны имеет вид

$$\vec{\Pi}_0 = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} \left\{ -\vec{e}_{\varphi} E_{0\rho} (H_{0z})^* + \vec{e}_{\rho} E_{0\varphi} (H_{0z})^* \right\},$$

где индекс 0 относится к поверхностным волнам. Из этой формулы и соотношений (4) видно, что второе слагаемое равно нулю. Поэтому вектор  $\vec{\Pi}_0$  имеет одну составляющую, направленную вдоль  $\vec{e}_{\varphi}$  или в обратном направлении. Коэффициенты преобразования энергии поверхностной волны, набегавшей на закругление, в энергию прошедшей и отраженной поверхностных волн  $\eta_0^+$  и  $\eta_0^-$  соответственно, определяются соотношениями  $\eta_0^+ = P_0^+ / P_0$ ,  $\eta_0^- = P_0^- / P_0$ , где  $P_0$  – мощность поверхностной волны, приходящей на изгиб,  $P_0^{\pm}$  – мощности прошедшей и отраженной поверхностных волн. Эти коэффициенты оказываются равными

$$\eta_0^{\pm} = |B_{\pm}^0(\varphi_0)|^2. \quad (39)$$

Величина  $\Delta\eta = 1 - \eta_0^+ - \eta_0^-$  – есть доля энергии поверхностной волны, которая преобразуется в излучение. Для нахождения вектора Пойнтинга  $\vec{\Pi}$  поля излучения в дальней зоне надо вычислить асимптотику интеграла в (18) [5, 7]. В результате получаем

$$\vec{\Pi} = \frac{c}{8\pi} \left\{ \vec{e}_{\varphi} \cos\theta |H_z|^2 \frac{R}{\rho} + \vec{e}_{\rho} \sin\theta |H_z|^2 \right\},$$

откуда следуют формулы для углового распределения мощности излучения в дальней зоне ( $\rho \rightarrow \infty$ )

$$\begin{aligned} \frac{dP^{\pm}(\theta)}{d\theta} &= \\ &= \frac{ck}{32\pi} \sin^2(2\theta) |B_{\pm}(k \sin\theta, \pm k \cos\theta, \varphi_0)|^2, \end{aligned} \quad (40)$$

где знак «+» относится к излучению под острыми углами ( $0 < \theta < \pi/2$ ), а знак «-» соответствует излучению под тупыми углами ( $\pi/2 < \theta < \pi$ ). Формула (40) позволяет определить диаграмму

направленности, в том числе и нормированную диаграмму направленности (НДН).

Коэффициенты  $\eta^+$ ,  $\eta^-$  преобразования энергии поверхностной волны в энергию излучения под острыми и тупыми углами соответственно определяются соотношениями

$$\eta^+ = \int_0^{\pi/2} d\theta \frac{dP^+(\theta)}{d\theta} / P_0, \quad \eta^- = \int_{\pi/2}^{\pi} d\theta \frac{dP^-(\theta)}{d\theta} / P_0.$$

Чтобы изгиб на небольшой угол (1) был малой неоднородностью, длина поверхностной волны  $\lambda$  должна превышать длину дуги изгиба, т. е. должно выполняться условие

$$\lambda \gg R\varphi_0. \quad (41)$$

В нулевом приближении поверхностная волна проходит через изгиб без искажения. Это соответствует таким амплитудам:  $B_+^0 = 1$ ,  $B_-^0 = B_+ = B_- = 0$ . Подставляя эти значения в правые части уравнений (34)–(37), получим амплитуды в первом приближении по малой неоднородности. В настоящей работе мы ограничимся этим приближением, что соответствует условию (1).

Решение задачи полностью определяется заданием 4-х параметров. Это угол  $\varphi_0$ , плотность плазмы или ее диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_p$  (3), электрический радиус кривизны изгиба  $R/\lambda_0$ , электрическая толщина слоя плазмы  $a/\lambda_0$ , где  $\lambda_0 = 2\pi c/\omega$  – длина волны в вакууме. Результаты вычислений при некоторых значениях этих параметров приведены на рис. 2, 3.

На рис. 2 показаны НДН, вычисленные при значениях  $\varphi_0 = 0,3$ ,  $R/\lambda_0 = 0,5$ ,  $a/\lambda_0 = 0,05$ .

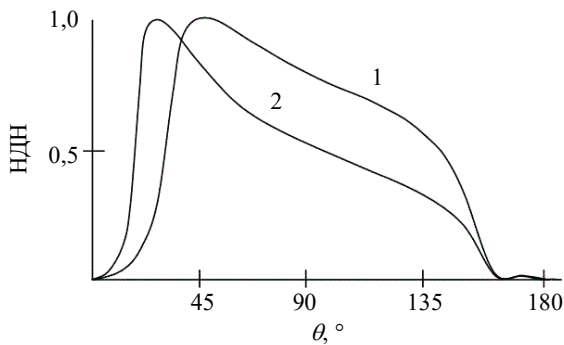


Рис. 2. Графики зависимости НДН от угла излучения при  $\varphi_0 = 0,3$ ,  $R/\lambda_0 = 0,5$ ,  $a/\lambda_0 = 0,05$

Кривая 1 соответствует значению диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_p = -1,1$ . При этом получены следующие величины:  $\xi = 1,21$ ,  $\eta_0^+ = 0,851$ ,  $\eta_0^- = 0,127$ ,  $\Delta\eta = 0,022$ ,  $\eta^+/\eta^- = 2,4$ ,  $\theta_{\max} = 45^\circ$  – угол, под которым излучение максимально. Кривая 2 соответствует значению

$\varepsilon_p = -2,0$ . Для этого значения  $\xi = 1,1$ ,  $\eta_0^+ = 0,717$ ,  $\eta_0^- = 0,268$ ,  $\Delta\eta = 0,015$ ,  $\eta^+/\eta^- = 3,4$ ,  $\theta_{\max} = 28^\circ$ . Видно, что НДН имеет один лепесток, направленный под острым углом. Ширина лепестка и положение его максимума  $\theta_{\max}$  уменьшаются с ростом плотности плазмы  $n$ , а  $\eta^+/\eta^-$  растет. Другими словами, с ростом  $n$  улучшается остронаправленность излучения. Доля энергии  $\Delta\eta$  поверхностной волны, трансформированной в излучение, несколько уменьшается с ростом  $n_e$  и составляет примерно 1–2 %.

На рис. 3 представлены результаты вычислений при следующих параметрах задачи:  $\varphi_0 = 0,3$ ,  $R/\lambda_0 = 1,0$ ,  $a/\lambda_0 = 0,03$ . Кривая 1 получена при значении  $\varepsilon_p = -2,0$ . При этом  $\xi = 1,04$ ,  $\eta_0^+ = 0,747$ ,  $\eta_0^- = 0,138$ ,  $\Delta\eta = 0,115$ ,  $\eta^+/\eta^- = 19,1$ ,  $\theta_{\max} = 18^\circ$ .

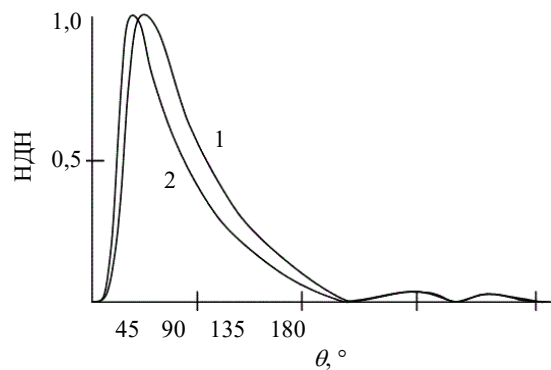


Рис. 3. Графики зависимости НДН от угла излучения при  $\varphi_0 = 0,3$ ,  $R/\lambda_0 = 1,0$ ,  $a/\lambda_0 = 0,03$

Кривой 2 соответствует  $\varepsilon_p = -7,0$ . Для этого значения диэлектрической проницаемости получено  $\xi = 1,02$ ,  $\eta_0^+ = 0,592$ ,  $\eta_0^- = 0,324$ ,  $\Delta\eta = 0,085$ ,  $\eta^+/\eta^- = 28$ ,  $\theta_{\max} = 11^\circ$ . Видно, что ширина лепестка НДН и положение его максимума  $\theta_{\max}$  уменьшаются с ростом плотности плазмы  $n$ , а  $\eta^+/\eta^-$  растет. То есть, как и в предыдущем случае, с ростом  $n$  максимум излучения приближается к направлению распространения поверхностной волны по участку левее точки  $A$  на рис. 1. Доля энергии  $\Delta\eta$  поверхностной волны, трансформированной в излучение, составляет примерно 10 %.

В обоих случаях ширина главного лепестка и угол  $\theta_{\max}$  уменьшаются при уменьшении замедления  $\xi$  поверхностной волны. Отметим, что качественно подобный результат для изгиба импедансной плоскости был получен в работе [4].

**Выводы.** В работе исследовано преобразование поверхностной волны в плазменном слое в излучение при прохождении ее через неоднородность, представляющую собой малый изгиб. Условия малости неоднородности даются неравенствами (1) и (41). В качестве примера вычислены коэффициенты трансформации энергии поверхностной волны в энергию прошедшей и отраженной поверхностных волн и в энергию излучения при различных параметрах такой открытой волноведущей системы. Найдены нормированные диаграммы направленности. Показано, что с ростом плотности плазмы, когда замедление поверхностной волны уменьшается, угол максимального излучения и ширина диаграммы уменьшаются.

Авторы благодарят В. А. Буца (Институт плазменной электроники и новых методов ускорения ННЦ ХФТИ) за полезное обсуждение результатов работы.

#### Библиографический список

1. Истомин Е. Н., Карфидов Д. М., Минаев И. М., Рухадзе А. А., Тараканов В. П., Сергейчев К. Ф., Трефилов А. Ю. Плазменный несимметричный вибратор с возбуждением поверхностной волной. *Физика плазмы*. 2006. Т. 32, № 5. С. 423–435.
2. Jenn D. C. Plasma antennas: Survey of Techniques and the Current State of the Art. Naval Postgraduate School, Prepared for SPAWWAR PMW 189. San Diego. 2003. 27 p.
3. Миллер М. И., Таланов В. И. Поверхностные электромагнитные волны, направляемые границей с малой кривизной. *Журн. техн. физики*. 1956. Т. 24, вып. 12. С. 2755–2765.
4. Шевченко В. В. Прохождение поверхностной волны через изгиб плоской направляющей поверхности. *Радиотехника и электрон.* 1963. Т. 8, № 12. С. 1988–1997.
5. Шевченко В. В. Плавные переходы в открытых волноводах. Введение в теорию. Москва: Наука, 1969. 191 с.
6. Каценеленбаум Б. З. Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами. Москва: Изд-во АН СССР, 1961. 216 с.
7. Кириченко Ю. В. Излучение продольно неоднородного плазменного слоя. *Радиотехника и электрон.* 2017. Т. 62, № 2. С. 165–174.

#### REFERENCES

1. ISTOMIN, E. N., KARFIDOV, D. M., MINAEV, I. M., RUKHADZE, A. A., TARAKANOV, V. P., SERGEICHEV, K. F., TREFILOV, A. Yu., 2006. Plasma asymmetric dipole antenna excited by a surface wave. *Plasma Physics Reports*. Vol. 32, no. 5, pp. 388–400.
2. JENN, D. C., 2003. Plasma antennas: Survey of Techniques and the Current State of the Art. Naval Postgraduate School, Prepared for SPAWWAR PMW 189. San Diego.
3. MILLER, M. I., TALANOV, V. I., 1956. Surface electromagnetic waves directed by boundary with the small curvature.

*Zhurnal tekhnicheskoy fiziki*. Vol. 24, Iss. 12, pp. 2755–2765 (in Russian).

4. SHEVCHENKO, V. V., 1963. Passage of surface waves through crook of plane directional surface. *Radiotekhnika i elektronika*. Vol. 8, no. 12, pp. 1988–1997 (in Russian).
5. SHEVCHENKO, V. V., 1969. Smooth transitions in open guides. Introduction in theory. Moscow: Nauka Publ. (in Russian).
6. KATSENELEBAUM, B. Z., 1961. The theory of nonregular guides with smoothly changeable parameters. Moscow: Publ. Academy of Sciences of the USSR (in Russian).
7. KIRICHENKO, Yu. V., 2017. Study of a longitudinally nonuniform plasma layer. *J. Communications Technol. and Electron.* Vol. 62, no. 2, pp. 165–174.

*Рукопись поступила 27.03.2017.*

Y. V. Kirichenko, V. D. Karlov, A. S. Kiyko

#### RADIATION OF THE FLAT PLASMA LAYER WITH SMALL BENDING

Plasma antennas are the subject of intense theoretical and experimental studies. One of the types of plasma antennas is the so-called loop antenna, which is a curved gas discharge tube filled with cold plasma. An angle and curvature radius of the tube significantly affect radiation pattern and intensity of this antenna. In this paper, we theoretically study the model of the plasma loop antenna, which is a flat layer of plasma on a metal substrate with a small bending angle. Radiation patterns and energy transformation coefficients of the surface wave have been calculated for various parameters of the problem. It has been shown that up to 10% of the surface wave energy is converted into radiation at a bending angle of 0.3 rad. Radiation patterns have one petal with a maximum at acute angles.

**Key words:** loop antenna, cold plasma, radiation pattern, slowing of the surface wave.

Ю. В. Кириченко, В. Д. Карлов, А. С. Кійко

#### ВИПРОМІНЮВАННЯ ПЛОСКОГО ПЛАЗМОВОГО ШАРУ З МАЛИМ ВИГИНОМ

Плазмові антени є об'єктом інтенсивних теоретичних і експериментальних досліджень. Одним з різновидів плазмових антен є так звані петльові антени, що являють собою вигнуті газорозрядні трубки, які заповнені холодною плазмою. Істотний вплив на діаграму спрямованості та інтенсивність випромінювання такої антени мають кут і радіус кривизни заокруглення трубки. У цій роботі теоретично досліджується модель петльової плазмової антени, що являє собою плоский шар плазми на металевій підкладці з малим кутом вигину. У роботі були обчислені діаграми спрямованості і коефіцієнти перетворення енергії поверхневої хвилі для різних параметрів задачі. Показано, що на випромінювання перетворюється 1...10% енергії поверхневої хвилі при куті вигину площини 0,3 рад. Діаграми спрямованості мають одну пелюстку з максимумом під гострими кутами.

**Ключові слова:** петльові антени, холодна плазма, діаграма спрямованості, уповільнення поверхневої хвилі.