

ВИКОРИСТАННЯ ЯВИЩА РЕЗОНАНСУ ДЛЯ КОМПЛЕКТУВАННЯ КОЛОНИ НАСОСНИХ ШТАНГ

А.П. Олійник, Б.В. Копей, Ю.С. Зінченко, В.Б. Копей

*ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 40534,
e-mail: koreyb@iung.edu.ua*

Змодельовано явище резонансу в комбінованій склопластико-сталевій колоні насосних штанг СШНУ. Для моделювання резонансних та передрезонансних явищ використані звичайні диференціальні рівняння та рівняння з частковими похідними. Представлені математичні залежності та графіки амплітуд коливань системи для кожної моделі.

Модель комбінованої склопластико-сталевій колоні насосних штанг представлена у вигляді довгого еластичного стержня з одним фіксованим кінцем і приєднаним на протилежному кінці вантажем. При цьому вага і пружність нерівномірно розподілені вздовж колони насосних штанг: пружність колони значною мірою залежить від жорсткості склопластикової секції, а основна вага зосереджена в сталевій частині колони.

З огляду на те, що комбінована склопластико-сталеві колони насосних штанг містить склопластикову секцію, в розрахунках необхідно враховувати жорсткість і вагу склопластикових штанг. В результаті отримано остаточну формулу для обчислення частоти власних коливань комбінованої колони насосних штанг.

Використовуючи дану математичну модель, можна підбирати довжину сталевій секції та частоту відкачування верстата-качалки для досягнення максимальної довжини ходу плунжера насоса, що забезпечить максимальну продуктивність СШНУ за найменших затрат.

Ключові слова: резонанс колони насосних штанг, математична модель, комбінована склопластико-сталеві колони, диференціальні рівняння, рівняння з частковими похідними.

Смоделировано явление резонанса в комбинированной стеклопластико-стальной колонне насосных штанг СШНУ. Для моделирования резонансных и передрезонансных явлений использованы обычные дифференциальные уравнения и уравнения с частичными производными. Представлены математические зависимости и графики амплитуд колебаний системы для каждой модели.

Модель комбинированной стеклопластико-стальной колонны насосных штанг представлена в виде длинного эластичного стержня с одним фиксированным концом и присоединенным на противоположном конце грузом. При этом масса и упругость неравномерно распределены вдоль колонны насосных штанг: упругость колонны в значительной степени зависит от жесткости стеклопластиковой секции, а основная масса сосредоточена в стальной части колонны.

Ввиду того, что комбинированная стеклопластико-стальная колони насосных штанг содержит стеклопластиковую секцию, в расчетах необходимо учитывать жесткость и массу стеклопластиковых штанг. В результате получена окончательная формула для вычисления частоты собственных колебаний комбинированной колонны насосных штанг.

Используя данную математическую модель, можно подбирать длину стальной секции и частоту откачки станка-качалки для достижения максимальной длины хода плунжера насоса, который обеспечит максимальную производительность СШНУ при наименьших затратах.

Ключевые слова: резонанс колонны насосных штанг, математическая модель, комбинированная стеклопластико-стальная колонна, дифференциальные уравнения, уравнения с частными производными.

The phenomenon of resonance in combined fiberglass-steel column of pumping units was modeled. For the design of the resonance and pre-resonance phenomena ordinary differential equations and equations with partial derivatives are utilized. Mathematical dependences and graphic arts of amplitudes of vibrations of the system are presented for every model.

Model of combined fiberglass-steel columns of sucker rods is considered as a long elastic bar with the fixed end and added mass on other end. Thus mass and elasticity is unevenly distributed along the column of sucker rods: the elasticity of column largely depends on a stiffness of fiberglass section, and a bulk is concentrated at the steel part of column.

As a fiberglass section makes part of combined fiberglass-steel columns of sucker rods, it is necessary to take into account stiffness and mass of fiberglass sucker rods. As a result a final formula is obtained for the calculation of frequency of own vibrations of the combined column of sucker rods.

Utilizing this mathematical model it is possible to calculate the length of steel section and frequency of pumping unit strokes for achievement of maximal length of motion of pump plunger which will provide the best performance of pumping unit at the least expenses.

Keywords: resonance of the sucker rod string, mathematical model, combined fiberglass/steel rod string, ordinary differential equations, partial equations.

Актуальність проблеми

У випадку застосування склопластикових колон насосних штанг на багатьох нафтових свердловинах було зафіксовано явище резонан-

су, коли довжина ходу плунжера перевищувала на 20-50% відповідну довжину ходу полірованого штока. Причиною резонансу є динамічний розгін, що виникає внаслідок наближення амп-

літуди коливань склопластикової колони до її першої гармоніки поздовжніх вільних коливань. При цьому, в багатьох випадках збільшується видобуток нафти.

Аналіз стану проблеми

Дослідження цього явища і застосування результатів у підборі відповідних режимів видобутку нафти для конкретних свердловин дасть значний економічний ефект в нафтовидобувній галузі.

Аналіз літературних джерел

Явища резонансу, з точки зору математичної фізики, були детально описані в працях Арнольда В.І. [1] і Володимирова В.С. [2]. У праці [3] комбінована склопластико-сталева колона насосних штанг розглядається як проста механічна коливна система типу "пружина-маса". За допомогою комп'ютерної програми в цій роботі отримано рівняння для обчислення частоти власних коливань комбінованої колони насосних штанг.

Вирішення частини нерозв'язаної проблеми

Досі не було створено ефективного алгоритму для вирішення цієї проблеми, тому у вітчизняній нафтовидобувній промисловості не враховується явище резонансу під час комплектування колони насосних штанг і розрахунку режимів відкачування з метою збільшення видобутку нафти.

Формування мети дослідження

Метою даного дослідження є створення математичної моделі для підбору довжини склопластикової секції комбінованої колони насосних штанг, кількості качань за хвилину верстата-качалки з використанням явища резонансу в умовах реальних свердловин.

Основний матеріал дослідження

1. Моделювання резонансних явищ з використанням звичайних диференціальних рівнянь

Розглядається коливна система, що моделюється рівнянням:

$$y'' + by' + cy = f(t), \tag{1}$$

причому функція $f(t)$ має вигляд:

$$f(t) = A \cdot \sin(k) \cdot t + B \cdot \cos(k) \cdot t.$$

Розв'язок рівняння шукається у вигляді:

$$y_{одн} = C_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + C_2 \cdot e^{\lambda_2 t},$$

де $\lambda_1; \lambda_2$ – корені характеристичного рівняння

$$\begin{cases} \lambda^2 + b \cdot \lambda + C = 0 \\ \lambda_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot C}}{2} \end{cases} \tag{2}$$

Якщо корені рівняння, які з фізичної точки зору характеризують частоти власних коливань системи, збігаються зі значеннями k , то частковий розв'язок шукається у вигляді

$$y_u = A_1 \cdot t \cdot \sin(k) \cdot t + B_2 \cdot t \cdot \cos(k) \cdot t. \tag{3}$$

Очевидно, що загальний розв'язок записується у вигляді [1]:

$$y = y_{одн} + y_u. \tag{4}$$

З урахуванням (3) зрозуміло, що

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y_u| = \infty. \tag{5}$$

Це означає, що амплітуда коливань системи (1) зростає з часом необмежено тобто система характеризується явищем резонансу.

Приклад 1:

$$y'' + 4 \cdot y = \sin(2 \cdot t); \tag{6}$$

$$y(0) = 1$$

$$y'(0) = 0.$$

Характеристичне рівняння:

$$\lambda^2 + 4 = 0, \lambda = \pm 2 \cdot i; \tag{7}$$

$$y = C_1 \cdot \sin(2 \cdot t) + C_2 \cdot \cos(2 \cdot t); \tag{8}$$

$$\begin{cases} y_{\pm \dot{\lambda} \dot{\delta}} = A \cdot t \cdot \sin(2 \cdot t) + B \cdot t \cdot \cos(2 \cdot t), \\ y'_{\pm \dot{\lambda} \dot{\delta}} = \dot{A} \cdot \sin(2 \cdot t) + 2 \cdot A \cdot t \cdot \cos(2 \cdot t) + \\ \quad + B \cdot \cos(2 \cdot t) - 2 \cdot B \cdot t \cdot \sin(2 \cdot t), \\ y''_{\pm \dot{\lambda} \dot{\delta}} = 2A \cdot \cos(2 \cdot t) + 2A \cdot \cos(2 \cdot t) - \\ \quad - 4A \cdot t \cdot \sin(2 \cdot t) - 2B \cdot t \cdot \sin(2 \cdot t) - \\ \quad - 4B \cdot t \cdot \cos(2 \cdot t). \end{cases} \tag{9}$$

Підставляючи (9) в (6), одержуємо:

$$4A \cdot \cos(2 \cdot t) - 4A \cdot t \cdot \sin(2 \cdot t) - 4B \cdot \sin(2 \cdot t) - 4B \cdot t \cdot \cos(2 \cdot t) + 4A \cdot t \cdot \sin(2 \cdot t) + 4B \cdot t \cdot \cos(2 \cdot t) = \sin(2 \cdot t).$$

Згідно з методом невизначених коефіцієнтів:

$$\begin{cases} 4A = 0 & A = 0 \\ -4B = 1 & B = -\frac{1}{4} \end{cases}.$$

Тож рівняння (9) набуде вигляду

$$y = C_1 \cdot \sin(2 \cdot t) + C_2 \cdot \cos(2 \cdot t) + \frac{1}{4} t \cdot \cos(2 \cdot t). \tag{10}$$

Оскільки $y(0) = 1 \Rightarrow 1 = C_2$

$$y' = 2 \cdot C_1 \cdot \cos(2 \cdot t) - 2 \cdot C_2 \cdot \sin(2 \cdot t) - \frac{1}{4} \cos(2 \cdot t) + \frac{1}{2} t \cdot \sin(2 \cdot t),$$

$$y'(0) = 0 \Rightarrow 0 = 2C_1 - \frac{1}{4}, C_1 = \frac{1}{8},$$

рівняння (10) записується у вигляді:

$$y = \frac{1}{8} \sin(2 \cdot t) + \cos(2 \cdot t) - \frac{1}{4} t \cdot \cos(2 \cdot t). \tag{11}$$

При цьому $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) \rightarrow \pm \infty$, тобто, амплітуда необмежено зростає (рис. 1), тож з фізичної точки зору необмежено зростають переміщення коливної системи і руйнування конструкції є неминучим.

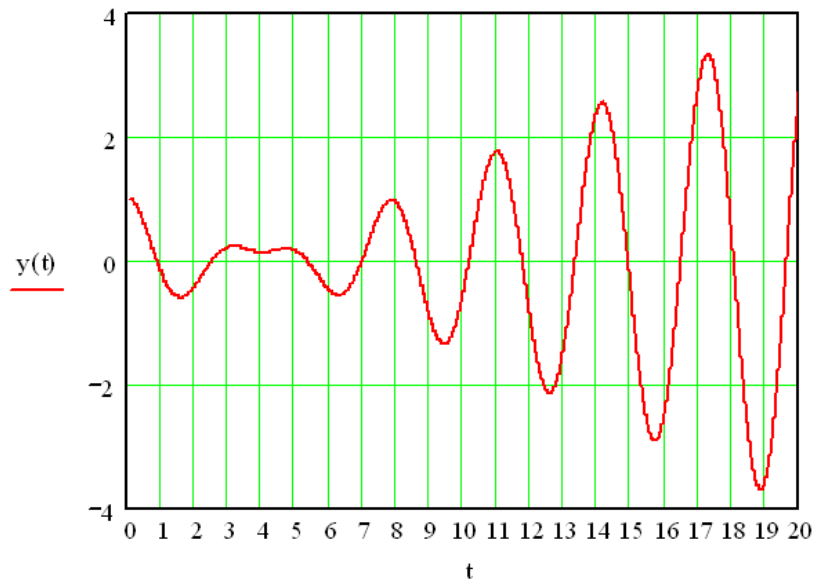


Рисунок 1 – Амплітуда коливань системи, змодельованої з використанням диференціального рівняння $y'' + by' + cy = f(t)$

З графіка видно, що при $t=2,5-5,5$ амплітуда коливань майже не змінюється і приблизно дорівнює нулю.

2. Моделювання передрезонансних явищ з використанням звичайних диференціальних рівнянь.

Небезпечними для стійкості конструкцій можуть бути не тільки резонансні явища, для яких характерною є умова

$$\lambda_{вл} = \lambda_{вим}, \quad (12)$$

де $\lambda_{вл}$ та $\lambda_{вим}$ – відповідно частоти власних та вимушених коливань системи. Небезпечною може бути також умова

$$|\lambda_{вл} - \lambda_{вим}| < \varepsilon, \quad (13)$$

де ε – достатньо мале додатне число. В такому випадку розглянемо коливну систему вигляду

$$y'' + \lambda_1^2 \cdot y = \sin(k \cdot t), \quad (14)$$

причому $k \neq \lambda_1; \lambda_2$. Тоді за умови, що λ_1 та λ_2 – чисто уявні числа, розв'язок однорідного рівняння запишеться у вигляді:

$$\lambda_1 = \lambda_{ii}; \lambda_2 = -\lambda_{ii} \quad (15)$$

$$y = C_1 \cdot \sin(\lambda_1 \cdot t) + C_2 \cdot \cos(\lambda_1 \cdot t).$$

Розв'язок неоднорідного рівняння запишеться у вигляді:

$$y = A \cdot \sin(k \cdot t) + B \cdot \cos(k \cdot t). \quad (16)$$

Підставляючи (16) в (14) одержуємо:

$$-A \cdot k^2 \cdot \sin(k \cdot t) - B \cdot k^2 \cdot \cos(k \cdot t) +$$

$$+ \lambda_1^2 \cdot A \cdot \sin(k \cdot t) + \lambda_1^2 \cdot B \cdot \cos(k \cdot t) = \sin(k \cdot t),$$

$$A \cdot (\lambda_1^2 - k^2) \cdot \sin(k \cdot t) + B \cdot (\lambda_1^2 - k^2) \cdot \cos(k \cdot t) =$$

$$= \sin(k \cdot t),$$

$$\begin{cases} A \cdot (\lambda_1^2 - k^2) = 1 \\ B \cdot (\lambda_1^2 - k^2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} A = \frac{1}{\lambda_1^2 - k^2}, \\ B = 0 \end{matrix}$$

тому загальний розв'язок запишеться у вигляді:

$$y = C_1 \cdot \sin(\lambda_1 \cdot t) + C_2 \cdot \cos(\lambda_1 \cdot t) + \frac{1}{\lambda_1^2 - k^2} \cdot \sin(k \cdot t). \quad (17)$$

У випадку, коли

$$|\lambda_1 - k| < \varepsilon,$$

де ε – достатньо мале додатне число, для залежності (17) можливий ріст амплітуди

$\frac{1}{\lambda_1^2 - k^2}$. Проте, на відміну від попереднього

випадку (11), цей ріст, хоча і досить значний, завжди є скінченим (рис. 2) – тобто, амплітуда коливань також може приймати критично великі значення, небезпечні для стійкості конструкції.

3. Моделювання резонансних та передрезонансних явищ з використанням рівнянь із частковими похідними

Розглянемо задачу для неоднорідного рівняння гіперболічного типу:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -Lu + F(x, t) \quad (18)$$

з умовами: $t > 0$

$$u|_{t=0} = u_0(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = u_1(x), \quad x \in G; \quad (19)$$

$$\alpha \cdot u + \beta \frac{\partial u}{\partial n}|_s = 0, \quad (20)$$

де: $Lu = -\operatorname{div}(\rho \operatorname{grad} u) + qu, \quad x \in G$ або

$$Lu = -\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad x \in G;$$

G – область, в якій проводиться розв'язок задачі;

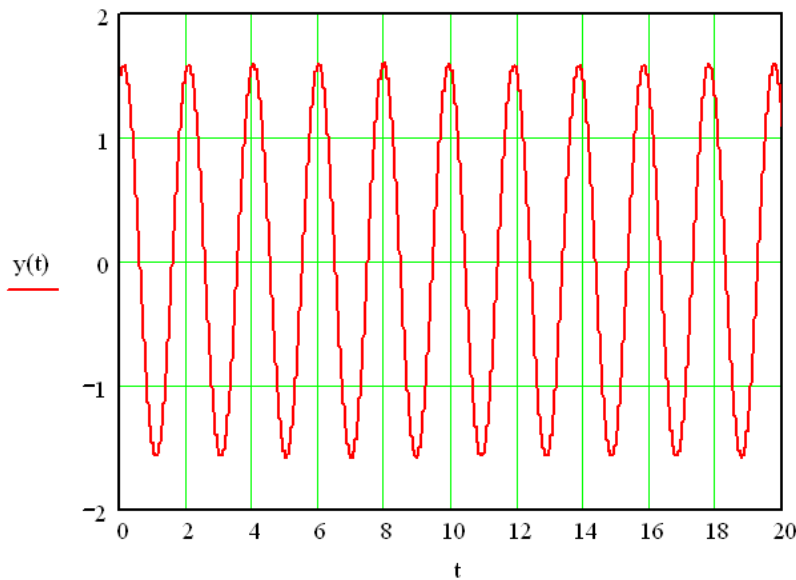


Рисунок 2 – Амплітуда коливань системи, змодельованої з використанням диференціального рівняння $y'' + \lambda_1^2 \cdot y = \sin(k \cdot t)$

$u_0(x)$ – початковий розподіл переміщень;
 $u_1(x)$ – початковий розподіл швидкості;
 залежність (20) – певний вид граничних умов [2].

Розв’яземо вказану задачу методом Фур’є. Для однорідного рівняння розв’язок знаходимо у вигляді:

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^N X_k(x) \cdot T_k(t) \quad (21)$$

з обов’язковим виконанням граничних та початкових умов. При цьому одержуємо:

$$L \cdot X = \lambda \cdot \rho \cdot X, \quad (22)$$

$$T'' + \lambda \cdot T = 0. \quad (23)$$

Розв’язок (22) – це власні функції X_k та власні значення λ_k оператора L , загальний розв’язок (23) при $\lambda = \lambda_k > 0$ має вигляд

$$T_k(t) = a_k \cdot \cos \sqrt{\lambda_k} \cdot t + b_k \cdot \sin \sqrt{\lambda_k} \cdot t, \quad (24)$$

де a_k та b_k – довільні сталі. Таким чином, формальним розв’язком (18) – (20) є:

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} T_k(t) \cdot X_k, \quad T_k(t) = (u, X_k).$$

Для неоднорідного рівняння маємо:

$$T_k'' + \lambda_k \cdot T_k = C_k(t), \quad (25)$$

де

$$C_k(t) = \int_G F(x, t) \cdot X_k(x) dx.$$

Розв’язуючи (25) з умовами:

$$T_k(0) = \int_G u(x, 0) \cdot X_k(x) dx = (u_0, X_k) = a_k;$$

$$T_k'(0) = \int_G \frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} \cdot X_k(x) dx = (u_1, X_k) = \sqrt{\lambda_k} \cdot b_k,$$

одержуємо [3]:

$$T_k(t) = a_k \cdot \cos \sqrt{\lambda_k} \cdot t + b_k \cdot \sin \sqrt{\lambda_k} \cdot t + \frac{1}{\sqrt{\lambda_k}} \int_0^t C_k(\tau) \cdot \sin \sqrt{\lambda_k} (t - \tau) d\tau.$$

Звідси

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[a_k \cdot \cos \sqrt{\lambda_k} \cdot t + b_k \cdot \sin \sqrt{\lambda_k} \cdot t + \frac{1}{\sqrt{\lambda_k}} \int_0^t C_k(\tau) \cdot \sin \sqrt{\lambda_k} (t - \tau) d\tau \right] X_k(x) \right\}. \quad (26)$$

Нехай $u_0 = u_1 = 0$ і, крім того,

$$F(x, t) = C \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot X_i(x).$$

Тоді

$$a_k = 0, \quad b_k = 0,$$

$$C_k(t) = C \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot (X_i, X_k) = C \cdot \delta_{ik} \cdot \sin(\omega \cdot t), \quad \text{де}$$

$$\delta_{ik} = \begin{cases} 0 & i \neq k \\ i & i = k \end{cases}.$$

Тоді

$$T_k(t) = \frac{C \cdot \delta_{ik}}{\sqrt{\lambda_k}} \int_0^t \sin(\omega \cdot \tau) \cdot \sin \sqrt{\lambda_k} (t - \tau) d\tau = \frac{C \cdot \delta_{ik}}{\omega^2 - \lambda_i} \left(\frac{\omega}{\sqrt{\lambda_i}} \sin \sqrt{\lambda_i} \cdot t - \sin \omega \cdot t \right).$$

Таким чином, (26) набуває вигляду

$$u(x, t) = \frac{C}{\omega^2 - \lambda_i} \times \left(\frac{\omega}{\sqrt{\lambda_i}} \sin \sqrt{\lambda_i} \cdot t - \sin \omega \cdot t \right) \cdot X_i(x). \quad (27)$$

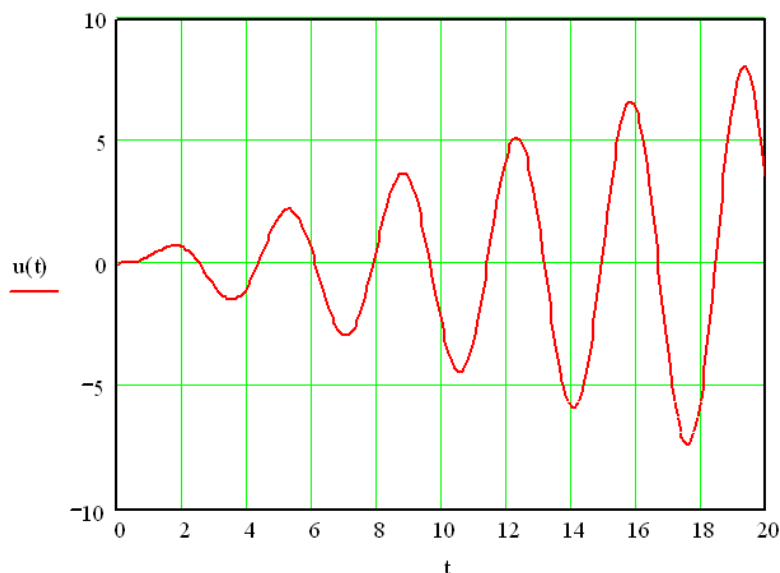


Рисунок 3 – Амплітуда коливань системи, змодельованої для неоднорідного рівняння гіперболічного типу $\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -Lu + F(x, t)$

Розглянемо випадок, коли $\omega \rightarrow \sqrt{\lambda_i}$. Тоді, використовуючи правило Лопітала, одержимо

$$\begin{aligned} \lim_{\omega \rightarrow \sqrt{\lambda_i}} \frac{C \cdot \omega \cdot \sin \sqrt{\lambda_i} \cdot t - \sqrt{\lambda_i} \cdot \sin \omega \cdot t}{(\omega^2 - \lambda_i) \sqrt{\lambda_i}} X_i(x) &= \\ = \lim_{\omega \rightarrow \sqrt{\lambda_i}} \frac{C \cdot \sin \sqrt{\lambda_i} \cdot t - \sqrt{\lambda_i} \cdot t \cdot \cos \omega \cdot t}{2\omega \sqrt{\lambda_i}} X_i(x) &= \\ = \frac{C}{2\sqrt{\lambda_i}} \left[\frac{\sin \sqrt{\lambda_i} \cdot t}{\sqrt{\lambda_i}} - t \cdot \cos \sqrt{\lambda_i} \cdot t \right] X_i(x), \end{aligned}$$

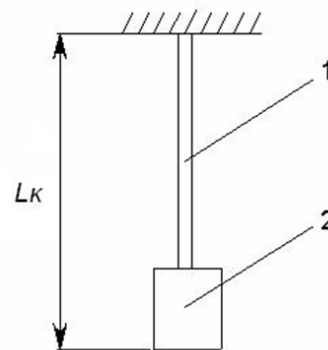
тому при $\omega \rightarrow \sqrt{\lambda_i}$

$$u(x, t) = \frac{C}{2\sqrt{\lambda_i}} \left[\frac{\sin \sqrt{\lambda_i} \cdot t}{\sqrt{\lambda_i}} - t \cdot \cos \sqrt{\lambda_i} \cdot t \right]. \quad (28)$$

Очевидно, через наявність доданка $t \cdot \cos \sqrt{\lambda_i} \cdot t$ при $t \rightarrow \infty$ $|u(x, t)| \rightarrow \infty$. Тобто, амплітуда коливань необмежено зростає, отже, має місце явище резонансу (рис.3). Умова $\omega \rightarrow \sqrt{\lambda_i}$ означає, що частота власних коливань системи збігається з частотою зовнішніх вимушених коливань.

4. Частота власних коливань колони насосних штанг

Верхня частина колони насосних штанг (50 – 90%) складається з склопластикових штанг, а нижні секції – зі сталевих штанг, густина яких приблизно в 4 рази більша за густину склопластикових штанг [3]. Таким чином, колону насосних штанг можна змоделувати системою (рис. 4): довгий тонкий еластичний стрижень 1 з фіксованим кінцем і приєднаним вантажем 2 з протилежного боку.



1 – еластичний стрижень; 2 – вантаж

Рисунок 4 – Модель комбінованої колони склопластикових насосних штанг

В цьому випадку маса і пружність нерівномірно розподілені вздовж колони насосних штанг. Пружність колони значною мірою залежить від жорсткості склопластикової частини, а 70-80% ваги зосереджена в сталевих штангах знизу колони. Якщо хвильове рівняння розв'язати з концентрованою вагою m на кінці колони насосних штанг, то частота власних коливань колони шукається у вигляді

$$\omega = \sqrt{\frac{AE}{mL_k}}, \quad (29)$$

де: A – площа поперечного перерізу тіла штанги;

E – модуль Юнга;

m – вага колони насосних штанг;

L_k – довжина колони насосних штанг.

Оскільки жорсткість штангової колони $K = AE/L$, то формула (29) набуде вигляду

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}. \quad (30)$$

Таблиця 1 – Частоти власних коливань колони штанг для різної довжини сталеві секції

$L_{cm}, м$	660	670	680	690	700	710	720	730	740	750	760
$\omega(L_{cm}), c^{-1}$	1,385	1,38	1,375	1,37	1,365	1,36	1,356	1,352	1,347	1,343	1,339

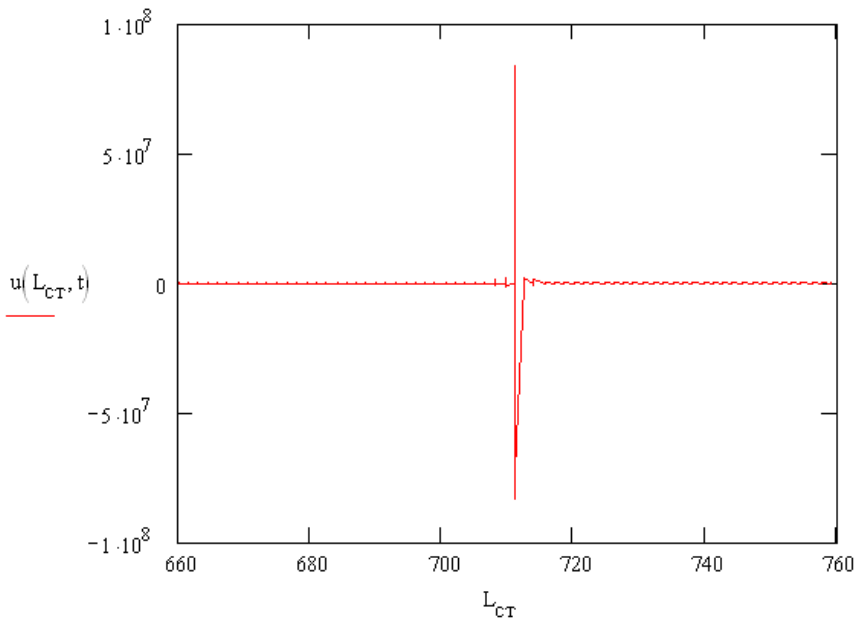


Рисунок 5 – Явище резонансу в комбінованій колоні насосних штанг

Жорсткість комбінованої склопластиково-сталеві колони насосних штанг слід визначати з врахуванням жорсткості склопластикові і сталеві секції за формулою

$$K_{\hat{e}} = \frac{1}{\frac{1}{K_{\hat{n}\hat{e}\hat{e}}} + \frac{1}{5K_{\hat{n}\hat{o}}}}$$

де: $K_{скл}$ – жорсткість склопластикові секції колони насосних штанг;

$K_{ст}$ – жорсткість сталеві секції колони насосних штанг.

З огляду на те, що комбінована склопластиково-сталеві колони насосних штанг містить склопластикові секцію, необхідно враховувати вагу склопластикових штанг у формулі (30). В результаті отримуємо остаточну формулу для обчислення частоти власних коливань комбінованої колони насосних штанг

$$\omega = \sqrt{\frac{K_{\kappa}}{m_{cm} + 0.3m_{скл}}}, \quad (31)$$

де: $m_{скл}$ – вага склопластикові секції колони насосних штанг;

m_{cm} – вага сталеві секції колони насосних штанг.

Підставивши (31) у формулу (27) можна змоделювати коливні процеси у комбінованій колоні насосних штанг. У випадку коливної системи колони штанг за x береться довжина сталеві секції L_{cm} , а за $X_i(x)$ – довжина склопластикові секції колони насосних штанг $L_{скл}(L_{cm})$, яка змінюється в залежності від L_{cm} при постійній загальній довжині колони L_{κ} .

Розв'яжемо рівняння (27) з допомогою програми MathCad.

Діаметри сталевих і склопластикових штанг відповідно: $d_{cm} = 0,022$ м, $d_{скл} = 0,018$ м.

Площа поперечного перерізу тіла штанги

$$A_{\hat{n}\hat{o}} = \frac{\pi \cdot d_{\hat{n}\hat{o}}^2}{4}, \quad A_{\hat{n}\hat{e}\hat{e}} = \frac{\pi \cdot d_{\hat{n}\hat{e}\hat{e}}^2}{4}.$$

Довжина колони і відповідних секцій

$$L_{\kappa} = 2754 \text{ м}, \quad L_{cm} = 660, 670.. 760,$$

$$L_{скл}(L_{cm}) = L_{\kappa} - L_{cm}.$$

Жорсткості колони насосних штанг (НШ)

$$K_{\hat{e}}(L_{\hat{n}\hat{o}}) = \frac{1}{\frac{1}{K_{\hat{n}\hat{e}\hat{e}}(L_{\hat{n}\hat{o}})} + \frac{1}{5K_{\hat{n}\hat{o}}(L_{\hat{n}\hat{o}})}},$$

де: $K_{cm}(L_{cm}) = \frac{A_{cm} \cdot E_{cm}}{L_{cm}},$

$$K_{скл}(L_{cm}) = \frac{A_{скл} \cdot E_{скл}}{L_{скл}(L_{cm})}.$$

Маса відповідних секцій колони НШ

$$m_{cm}(L_{cm}) = A_{cm} L_{cm} 7850 \text{ г}_{скл},$$

$$m_{скл}(L_{cm}) = A_{скл} L_{скл}(L_{cm}) 1900 \text{ г}_{скл},$$

де g_{cm} , $g_{скл}$ – коефіцієнти, що враховують вагу головок і муфт насосних штанг.

Частота власних коливань колони НШ

$$\omega(L_{cm}) = \sqrt{\frac{K_{\kappa}(L_{cm})}{m_{cm}(L_{cm}) + 0.3m_{скл}(L_{cm})}}.$$

В результаті отримуємо таблицю 1.

Приймаємо частоту вимушених коливань колони насосних штанг $\sqrt{\lambda_i} = 1.36$.

У випадку комбінованої колони насосних штанг рівняння (27) набуває вигляду

$$u(L_{\bar{n}\delta}, t) = \frac{C}{\omega(L_{\bar{n}\delta})^2 - \lambda_i} \times \\ \times \left(\frac{\omega(L_{\bar{n}\delta})}{\sqrt{\lambda_i}} \sin(\sqrt{\lambda_i} \cdot t) - \sin(\omega(L_{\bar{n}\delta}) \cdot t) \right) \cdot L_{\bar{n}\delta} \ddot{e}(L_{\bar{n}\delta}).$$

На графіку (рис. 5) спостерігаємо, що резонанс за даних умов настає, коли довжина сталеві секції колони насосних штанг приблизно дорівнює 710 м. Для досягнення максимальної продуктивності СШНУ частота вимушених коливань колони насосних штанг (кількість качань за хвилину) має бути на рівні 0,5..0,7 від частоти власних коливань, за якої настає резонанс.

Висновки

Використовуючи дану математичну модель, в реальних умовах можна підбирати довжину сталеві секції та частоту відкачування верстата-качалки з метою досягнення максимальної довжини ходу плунжера насоса, що забезпечить максимальну продуктивність СШНУ за найменших затрат. На основі цієї математичної моделі створена комп'ютерна програма, яка пройде випробування в реальних умовах комплектування комбінованої склопластико-сталеві колони насосних штанг.

Література

- 1 Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения / В.И.Арнольд. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1984. — 272 с.
- 2 Владимиров В.С. Уравнения математической физики / В.С.Владимиров. — 5-е изд. доп. — М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. — 512 с.
- 3 Harley A. Tripp. Mechanical performance of fiberglass sucker-rod strings. SPE, Production Engineering, August, 1988. — P.346-350.
- 4 Насосні штанги та труби з полімерних композитів: проектування, розрахунок та випробування / [Копей Б.В., Максимук О.В., Щербина Н.М. та ін.]. — Львів: ППІММ ім. Я.С. Підстригача НАН України, 2003. — 352 с.

Стаття надійшла до редакційної колегії
21.03.11

Рекомендована до друку професором
Петриною Ю.Д.