

# Дослідження та методи аналізу

УДК 621.438:622

## ДОСЛІДЖЕННЯ ФОРМУВАННЯ АРЕАЛІВ ЗАБРУДНЕННЯ І ЗАГАЗОВАНОСТІ ВИТОКАМИ З ТРУБОПРОВІДІВ НА МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЯХ

Л. Є. Шкіца, В. Я. Грудз, О.В. Палійчук, О. М. Мандрик

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (0342) 42264,  
e-mail: admin@nimg.edu.ua

*Розглядається фільтрація рідини і газу в пористому середовищі (грунті), обумовлена витокami транспортованого продукту з трубопроводу внаслідок появи у стінках труб наскрізних отворів, викликаних корозійними процесами.*

*Створена математична модель базується на законі лінійної фільтрації у формі Дарсі, рівнянні нерозривності у двовимірній формі, в якій витік із трубопроводу моделюється функцією джерела Дірака. Реалізація моделей здійснюється методами функції Гріна, а також інтегральних перетворень Фур'є і Лапласа.*

*Отримані результати уможливають побудову нестационарного розподілу тиску і швидкостей фільтрації в ґрунті, на основі яких робиться висновок про формування ареалу забруднення довкілля рідкими витокami і ареалу загазованості.*

Ключові слова: трубопровід, аварійний витік, фільтрація, ареал

*Рассматривается фильтрация жидкости и газа в пористой среде (почве), обусловленная истечением транспортируемого продукта из сквозных отверстий в стенках трубопровода, вызванных коррозионными процессами.*

*Созданная математическая модель базируется на законе линейной фильтрации в форме Дарси, уравнении неразрывности в двумерной форме, в которой истечение из трубопровода моделируется функцией источника Дирака. Реализация моделей осуществляется методами функции Грина, а также методами интегральных преобразований Фурье и Лапласа.*

*Полученные результаты позволяют построение нестационарных распределений давления и скоростей фильтрации в почве, по которым делается вывод о формировании ареала загрязнения окружающей среды жидкими истечением и ареала загазованности.*

Ключевые слова: трубопровод, аварийный истечение, фильтрация, ареал.

*The article considers liquid and gas filtration in the porous environment (soil) conditioned by the leakage of pipeline products from the pipeline due to the through holes in the pipe walls caused by corrosive processes.*

*A created mathematical model is based on the law of linear filtration in Darcy form, continuity equation in two-dimensional form where pipeline leakage is designed by Dirac's source function. The models are carried out by methods of Green's function and integral transformations of Fourier and Laplace.*

*The results received here, allow building of non-stationary distribution of pressure and filtration rate in soil, which is taken as a basis for making conclusions about the formation of environmental pollution areal caused by liquid leakage and gas contamination areal.*

Key words: pipeline, emergency escape, filtration, areal

Проблема діагностування витоків з газопроводів останнім часом стала особливо актуальною, що викликано, з одного боку, старінням газотранспортних магістралей і пов'язаною з цим високою вірогідністю появи свищів в результаті корозійних процесів, а, з іншого, із несанкціонованими відборами газу.

Корозійне ушкодження трубопроводу призводить до сполучення його порожнини з атмосферою, що супроводжується витіканням транспортованого продукту. При цьому в залежності від фізичних властивостей перекачуваного середовища можуть спостерігатися різні режими витікання. Так, якщо перекачуванім

продуктом є рідка фаза, то за рахунок гравітаційних сил вона проникатиме в ґрунт з утворенням ареалу забруднення, у випадку газової фази відбуватиметься фільтрація газу в розміщені над трубопроводом шари ґрунту з утворенням зони загазованості. В обох випадках важливо спрогнозувати час і обсяг ареалів забруднення чи загазованості.

Питанням формування ареалів забруднень присвячено низку робіт [1, 2], де розглянуто фізичну картину (фізичний зміст) процесу, подано результати фізичного моделювання і їх аналіз, розроблено методичні основи прийнятого ризику. Однак, питанню формування ареалів забруднень не надавалось належного значення. Тому моделювання процесу формування ареалу забруднення, тобто побудови поля швидкостей фільтрації в пористому середовищі як функції просторових координат та часу, є актуальним завданням.

З математичної точки зору розглядається пористе середовище безмежних геометричних розмірів, в якому спостерігається фільтрація рідини. В початковий момент часу швидкість фільтрації рідини відсутня і тиск в пористому середовищі є сталою величиною. В момент часу  $t \geq 0$  у деякій точці порового простору спостерігається надходження нестискуваної рідини з певною витратою, тобто починає діяти додатне джерело маси  $q_1$  (кг/м.с). Необхідно встановити, як змінюватиметься у часі тиск та швидкість фільтрації в різних точках пористого середовища.

Диференціальне рівняння фільтрації рідини в пористому середовищі, як відомо [3], має такий вигляд:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \chi \nabla^2 p + \frac{f}{q\beta^*}, \quad (1)$$

де  $p$  – тиск рідини в ґрунті;  
 $t$  – час;

$\chi$  – коефіцієнт п'єзопровідності,  $\chi = \frac{k}{\mu\beta^*}$ ;

$k$  – коефіцієнт проникності пласта, який характеризує властивість пористого середовища пропускати крізь себе рідину під дією прикладеного перепаду тиску;

$\mu$  – коефіцієнт динамічної в'язкості рідини;

$\beta^* = m\beta_p + \beta_c$ ;

$m$  – пористість середовища пласта (безмірна величина);

$\beta_p, \beta_c$  – коефіцієнти об'ємної пружності відповідно рідини і пласта);

$\rho$  – густина рідини;

$\nabla^2$  – оператор Лапласа (в декартовій системі координати  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ ).

Оскільки задача, що розглядається, є осесиметричною, а пористе середовище однорідним, можливий перехід від просторової постановки до плоскої. Розглянемо вертикальну площину, довільно орієнтовану в пористому середовищі, в якій діє постійне джерело інтен-

сивністю  $q_1$ , розміщене в точці з координатами  $(x, y)$ . В такому випадку оператор Лапласа

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Функція внутрішнього джерела маси в пласті [4] –

$$f(x, y, t) = \lim_{\substack{\Delta V \rightarrow 0 \\ \Delta t \rightarrow 0}} \frac{\Delta G}{\Delta V \cdot \Delta t},$$

де  $\Delta V$  – об'єм, взятий в пласті;

$\Delta t$  – проміжок часу;

$\Delta G$  – маса рідини, що надходить в об'єм  $\Delta V$  за проміжок часу  $\Delta t$ .

Для фільтрації рідини у пористому просторі із рівняння (1) будемо мати:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \frac{1}{\chi} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{f}{F}, \quad (2)$$

де  $F = g \beta^2 \chi = g \beta^* \frac{k}{\mu \beta^*} = \frac{gk}{\mu}$ .

Враховуючи сказане вище, функція  $f$  набуває такого вигляду:

$$f = q_1 \delta(x) \delta(y). \quad (3)$$

При цьому сформульована фізична задача в математичному записі буде полягати у знаходженні розв'язку рівняння

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \frac{1}{\chi} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{q_1}{F} \delta(x) \delta(y) \quad (4)$$

за таких початкових та граничних умов:

$$p(x, y, 0) = p_0,$$

$$p|_{|x \rightarrow \infty|} \rightarrow p_0, \quad p|_{|y \rightarrow \infty|} \rightarrow p_0, \quad (5)$$

де  $p_0$  – початковий тиск в пласті;

$\delta(x), \delta(y)$  – дельта-функції Дірака.

Для розв'язання сформульованої задачі скористаємося методом функцій Гріна, що для даної крайової задачі знаходиться так:

$$G|_{t=\tau} = \delta(x - \chi') \delta(y - y'),$$

$$G|_{\substack{|\chi| \rightarrow \infty \\ |y| \rightarrow \infty}} \rightarrow 0, \quad t > \tau. \quad (6)$$

Розв'язок задачі (6) є фундаментальним розв'язком двовимірної задачі фільтрації рідини, який записується у вигляді:

$$G = \frac{1}{(2\sqrt{\pi\chi(t-\tau)})^2} e^{-\frac{(\chi-\chi')^2 + (y-y')^2}{4\chi(t-\tau)}}. \quad (7)$$

Задача (4), (5) є неоднорідною задачею фільтрації рідини в пласті з граничними умовами першого роду на нескінченності. Розв'язок такої задачі через функцію Гріна матиме вигляд

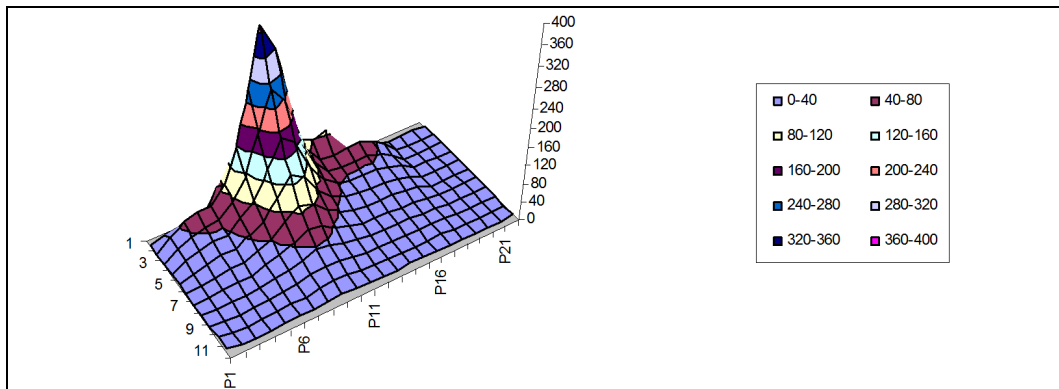


Рисунок 1 – Результати математичного моделювання поля швидкостей фільтрації при появі витoku з промислового трубопроводу

$$p(x, y, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p_0 G(x - \xi, y - \ell, t) d\xi d\ell + \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{F} q_1 \delta(\xi) \delta(\ell) G(x - \xi, y - \ell, t - \tau) d\xi d\ell d\tau. \quad (8)$$

Підставляємо функцію Гріна (7) в (8)

$$p(x, y, t) = p_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-\xi)^2 + (y-\ell)^2}{4\chi t}} \frac{d\xi d\ell}{(2\sqrt{\pi\chi t})^2} + \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{F} q_1 \delta(\xi) \delta(\ell) e^{-\frac{(x-\xi)^2 + (y-\ell)^2}{4\chi(t-\tau)}} \frac{d\xi d\ell d\tau}{(2\sqrt{\pi\chi(t-\tau)})^2}.$$

Після інтегрування даного виразу отримуємо розв'язок задачі (4), (5):

$$p(x, y, t) = \frac{p_0}{4\pi\chi t} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-\xi)^2 + (y-\ell)^2}{4\chi t}} d\xi d\ell \times \left[ \frac{\chi q_1}{F} \int_0^t \frac{1}{(2\sqrt{\pi\chi(t-\tau)})^2} \times e^{-\frac{x^2 + y^2}{4\chi(t-\tau)}} d\tau \right]. \quad (9)$$

Підстановка (9) у рівняння (4), (5) доводить правильність отриманого результату.

Для побудови поля швидкостей фільтрації доцільно скористатися рівнянням закону Дарсі

$$W = -\frac{k}{\mu} \text{grad}P,$$

або в плоскій постановці задачі

$$w(x, y, t) = \frac{k}{\mu} \left( \frac{\partial P(x, y, t)}{\partial x} + \frac{\partial P(x, y, t)}{\partial y} \right). \quad (10)$$

На основі отриманих розв'язків у вигляді (9) і (10) складено алгоритм і розроблено програму моделювання процесу формування ареалу забруднень довкілля в результаті появи витoku продукції з промислового газопроводу.

На рис. 1 зображено результати математичного моделювання процесу формування ареалу забруднень при появі витoku продукції з промислового трубопроводу. В горизонтальній площині зображено лінії, що відповідають різним моментам часу процесу формування ареалу, вертикальна вісь відображає в масштабі величини швидкостей фільтрації в кожній точці площини і на кожен момент часу.

Як бачимо, найбільшої величини швидкість фільтрації досягає в точці розміщення джерела 1,7-3,2 м/добу, однак з плином часу фільтрація газу сповільнюється за рахунок збільшення площі ареалу забруднення. Так, на віддалі 5 м по нормалі від осі трубопроводу швидкість фільтрації сягає 0,05-0,08 м/добу, а на віддалі 5 м від джерела вздовж осі трубопроводу – 0,1-0,3 м/добу. Тому ареал забруднення в ґрунтах має форму еліпса, велика вісь якого витягнута вздовж трубопроводу. Це пояснюється значно вищою проникністю ґрунту в зоні засипання трубопроводу. На кінець першої доби конденсатна пляма на поверхні ґрунту розповсюджується до 5-6 м в напрямку по нормалі до осі трубопроводу і до 8-10 м вздовж осі. Наприкінці п'ятої доби мала піввісь конденсатної плями видовжиться до 11-13 м, а велика – до 19-24 м. Площа поверхні забруднення за першу добу складе 125-190 м<sup>2</sup> і збільшиться до 655-980 м<sup>2</sup> на кінець п'ятої доби.

При утворенні свищів у стінках газопроводу витoku газу формують у ґрунті ареал загазованості певних геометричних розмірів та тривалості. Це викликає суттєві втрати газу і створює небезпеку в обслуговуванні газопроводу. Тому, з практичної точки зору, важливо прогнозувати тривалість процесу фільтрації газу і радіус ареалу загазованості території до появи останнього на поверхні ґрунту.

Розглядається плоска задача фільтрації газу в пористому середовищі (ґрунті) при виникненні точкового джерела, яким є витік газу з газопроводу. Як і в попередньому випадку, задача може бути зведена до моделі (4), яку доцільно виразити через швидкості фільтрації.

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial W}{\partial t} - q \delta(y - H) \delta(x - l). \quad (11)$$

де  $H$  – глибина розміщення витoku від поверхні;

$l$  – віддаль по горизонталі від початку координат до джерела витoku.

Вважатимемо, що на значній віддалі від джерела в ґрунті середовище є нерухомим.

Припустимо, що до початку активації джерела ( $t = 0$ ) система перебувала у спокої, швидкість фільтрації у всіх точках площини була рівна нулю, тобто  $W(x, y, 0) = 0$ , а під час дії джерела поверхня ґрунту залишається непроникною, тобто при  $t > 0$  маємо  $W(x, 0, t) = 0$ .

Крайова задача у цьому випадку матиме вигляд:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - \alpha \frac{q}{F} \delta(x - x_0) \delta(y - y_0), \quad (12)$$

$$w(x, 0, t) = 0; \quad w(x, y, 0) = 0. \quad (13)$$

Рівняння (13) є граничною і початковою умовами задачі. Оскільки інтенсивність діючого точкового джерела вздовж осі  $x$  є сталою, то задача, що розглядається, є плоскою.

Математична модель реалізується методом інтегральних перетворень.

Для розв'язку задачі використовуємо синус-перетворення Фур'є за змінною  $y$  і перетворення Лапласа за часом  $t$

$$W = \int_0^\infty W(x, y, t) \sin \lambda y dy; \quad (14)$$

$$\bar{W} = \int_0^\infty W(x, \lambda, t) e^{-St} dt. \quad (15)$$

Застосувавши перетворення (14) до задачі, отримуємо

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - \lambda^2 W \right) - \alpha \frac{g}{F} \sin \lambda y_0 \delta(x - x_0), \quad (16)$$

$$W(x, \lambda, 0) = 0. \quad (17)$$

До задачі (16), (17) застосовуємо перетворення Лапласа (15):

$$S\bar{W} = \alpha \left( \frac{d^2 \bar{W}}{dx^2} - \lambda^2 \bar{W} \right) - \alpha \frac{g}{SF} \sin \lambda y_0 \delta(x - x_0) \text{ або}$$

$$\frac{d^2 \bar{W}}{dx^2} - \left( \frac{S + \alpha \lambda^2}{\alpha} \right) \bar{W} = \frac{g}{FS} \sin \lambda y_0 \delta(x - x_0). \quad (19)$$

Неоднорідне рівняння (19) розв'язуємо методом варіації довільних змінних. Розв'язок однорідного рівняння, що відповідає рівнянню (19), має вигляд

$$\bar{W} = C_1 e^{\sqrt{\frac{S + \alpha \lambda^2}{\alpha}} x} + C_2 e^{-\sqrt{\frac{S + \alpha \lambda^2}{\alpha}} x}. \quad (20)$$

Позначимо  $\alpha = \sqrt{\frac{S + \alpha \lambda^2}{\alpha}}$ .

Величини  $C_1$  і  $C_2$ , що відповідають розв'язку неоднорідного рівняння (12), знаходимо із такої системи рівнянь

$$C_1' e^{\alpha x} + C_2' e^{-\alpha x} = 0,$$

$$C_1' e^{\alpha x} - C_2' e^{-\alpha x} = \frac{g}{FS} \sin \lambda y_0 \delta(x - x_0). \quad (21)$$

Із рівнянь (21) отримуємо

$$C_1' = \frac{g e^{-\alpha x}}{2FS\alpha} \sin \lambda y_0 \delta(x - x_0) \text{ і}$$

$$C_1' = \frac{g}{2FS\alpha} \sin \lambda y_0 \int_0^x e^{-\alpha x} \delta(x - x_0) + B_1.$$

З останнього рівняння маємо

$$C_1 = \frac{g \sin \lambda y_0}{2FS\alpha} e^{-\alpha x_0} \sigma(x - x_0) + B_1. \quad (22)$$

В (22)  $\sigma(x - x_0)$  є функцією Хевісайда.

Якщо верхнє рівняння (22) помножити на  $\alpha$  і від нижнього рівняння (22) відняти верхнє, то одержимо

$$C_2' = -\frac{q \sin \lambda y_0}{2FS\alpha} e^{\alpha x} \delta(x - x_0),$$

тому  $C_2 = -\frac{q \sin \lambda y_0}{2FS\alpha} \int_0^x e^{\alpha x} \delta(x - x_0) + B_2$

або  $C_2 = -\frac{q \sin \lambda y_0}{2FS\alpha} e^{\alpha x_0} \sigma(x - x_0) e^{\alpha x} + B_2. \quad (23)$

Підставляємо (22) і (23) в (20) і отримуємо розв'язок диференціального рівняння (19)

$$\bar{W} = \frac{q \sin \lambda y_0}{2FS\alpha} e^{\alpha(x-x_0)} \sigma(x - x_0) + B_1 e^{\alpha x} - \frac{q \sin \lambda y_0}{2FS\alpha} e^{-\alpha(x-x_0)} \sigma(x - x_0) + B_2 e^{-\alpha x}. \quad (24)$$

Оскільки з фізичної суті задачі випливає, що  $\lim_{x \rightarrow \infty} w = 0$  і  $\lim_{x \rightarrow -\infty} w = 0$ , то і справедливі

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \bar{W} = 0, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \bar{W} = 0.$$

Враховуючи це отримаємо

$$B_1 = -\frac{q \sin \lambda y_0}{2FS\alpha} e^{-\alpha x_0}, \quad B_2 = 0. \quad (25)$$

Підставляємо (25) в (24)

$$\bar{W} = \frac{q \sin \lambda y_0}{2FS\alpha} [\sigma(x - x_0) - 1] e^{\alpha(x-x_0)} - \frac{q \sin \lambda y_0}{2FS\alpha} [\sigma(x - x_0)] e^{-\alpha(x-x_0)}. \quad (26)$$

Щоб знайти перетворення Лапласа, переписемо (26) у вигляді

$$\bar{W} = \frac{q \sin \lambda y_0}{2F} [\sigma(x - x_0) - 1] \frac{e^{\sqrt{S + \alpha \lambda^2} \frac{(x-x_0)}{\sqrt{\alpha}}}}{S \sqrt{S + \alpha \lambda^2}} \cdot \sqrt{\alpha} - \frac{q \sin \lambda y_0}{2F} [\sigma(x - x_0)] \frac{e^{-\sqrt{S + \alpha \lambda^2} \frac{(x-x_0)}{\sqrt{\alpha}}}}{S \sqrt{S + \alpha \lambda^2}} \cdot \sqrt{\alpha}.$$

Користуючись таблицями перетворень Лапласа, маємо

$$\begin{aligned} & \frac{e^{-\frac{(x_0-x)\sqrt{s+\alpha\lambda^2}}{\sqrt{\alpha}}}}{S\sqrt{s+\alpha\lambda^2}} \rightarrow \\ \rightarrow & \frac{1}{2\sqrt{\alpha}\lambda^2} \left[ e^{-\lambda(x_0-x)} \operatorname{erfc} \left( \frac{x_0-x}{2\sqrt{\alpha t}} - \lambda\sqrt{\alpha t} \right) - \right. \\ & \left. - e^{\lambda(x_0-x)} \operatorname{erfc} \left( \frac{x_0-x}{2\sqrt{\alpha t}} + \lambda\sqrt{\alpha t} \right) \right]; \\ & \frac{e^{-\frac{(x_0-x)\sqrt{s+\alpha\lambda^2}}{\sqrt{\alpha}}}}{S\sqrt{s+\alpha\lambda^2}} \rightarrow \\ \rightarrow & \frac{1}{2\lambda\sqrt{\alpha}} \left[ e^{-\lambda(x-x_0)} \operatorname{erfc} \left( \frac{x-x_0}{2\sqrt{\alpha t}} - \lambda\sqrt{\alpha t} \right) - \right. \\ & \left. - e^{\lambda(x-x_0)} \operatorname{erfc} \left( \frac{x-x_0}{2\sqrt{\alpha t}} + \lambda\sqrt{\alpha t} \right) \right]. \end{aligned} \quad (27)$$

Таким чином, перетворення Лапласа функції (20) буде

$$\begin{aligned} W = & \frac{q\sqrt{\alpha} \cdot \sin \lambda y_0}{2F} [\sigma(x-x_0)-1] \cdot \frac{1}{2\lambda\sqrt{\alpha}} \times \\ & \times \left[ e^{-\lambda(x_0-x)} \operatorname{erfc} \left( \frac{x_0-x}{2\sqrt{\alpha t}} - \lambda\sqrt{\alpha t} \right) - \right. \\ & \left. - e^{\lambda(x_0-x)} \operatorname{erfc} \left( \frac{x_0-x}{2\sqrt{\alpha t}} + \lambda\sqrt{\alpha t} \right) \right] - \\ & - \frac{q\sqrt{\alpha} \cdot \sin \lambda y_0}{2F} \sigma(x-x_0) \cdot \frac{1}{2\lambda\sqrt{\alpha}} \times \\ & \times \left[ e^{-\lambda(x-x_0)} \operatorname{erfc} \left( \frac{x-x_0}{2\sqrt{\alpha t}} - \lambda\sqrt{\alpha t} \right) - \right. \\ & \left. - e^{\lambda(x-x_0)} \operatorname{erfc} \left( \frac{x-x_0}{2\sqrt{\alpha t}} + \lambda\sqrt{\alpha t} \right) \right] \end{aligned}$$

або

$$\begin{aligned} W = & \frac{q \sin \lambda y_0}{4\lambda F} [\sigma(x-x_0)-1] \times \\ & \times \left[ e^{-\lambda(x_0-x)} \operatorname{erfc} \left( \frac{x_0-x}{2\sqrt{\alpha t}} - \lambda\sqrt{\alpha t} \right) - \right. \\ & \left. - e^{\lambda(x_0-x)} \operatorname{erfc} \left( \frac{x_0-x}{2\sqrt{\alpha t}} + \lambda\sqrt{\alpha t} \right) \right] - \\ & - \frac{q \sin \lambda y_0}{4\lambda F} \sigma(x-x_0) \times \\ & \times \left[ e^{-\lambda(x-x_0)} \operatorname{erfc} \left( \frac{x-x_0}{2\sqrt{\alpha t}} - \lambda\sqrt{\alpha t} \right) - \right. \\ & \left. - e^{\lambda(x-x_0)} \operatorname{erfc} \left( \frac{x-x_0}{2\sqrt{\alpha t}} + \lambda\sqrt{\alpha t} \right) \right]. \end{aligned} \quad (28)$$

Виконавши обернені синус-перетворення Фур'є і перетворення Лапласа, отримуємо розв'язок задачі

$$\begin{aligned} w = & \frac{q}{2\pi F} \int_0^\infty \frac{\sin \lambda y_0 \sin \lambda y}{\lambda} \left\{ [\sigma(x-x_0)-1] \times \right. \\ & \times \left[ e^{-\lambda(x_0-x)} \operatorname{erfc} \left( \frac{x_0-x}{2\sqrt{\alpha t}} - \lambda\sqrt{\alpha t} \right) - \right. \\ & \left. - e^{\lambda(x_0-x)} \operatorname{erfc} \left( \frac{x_0-x}{2\sqrt{\alpha t}} + \lambda\sqrt{\alpha t} \right) \right] - \\ & \left. \sigma(x-x_0) \left[ e^{-\lambda(x-x_0)} \operatorname{erfc} \left( \frac{x-x_0}{2\sqrt{\alpha t}} - \lambda\sqrt{\alpha t} \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - e^{\lambda(x-x_0)} \operatorname{erfc} \left( \frac{x-x_0}{2\sqrt{\alpha t}} + \lambda\sqrt{\alpha t} \right) \right] \right\} d\lambda \end{aligned} \quad (29)$$

Рівність (29) дозволяє отримати в кожній точці площини з координатами  $(x_i, y_i)$  значення швидкості фільтрації  $W_i$  в певний момент часу, обумовлене дією точкового джерела інтенсивністю  $q$ .

На основі запропонованої математичної моделі розроблено методику оцінки процесу формування ареалу загазованості ґрунту витоком газу із газопроводу.

Розв'язавши (29) із застосуванням числових методів, отримали характер розподілу швидкостей фільтрації газу в ґрунті при появі з газопроводу виток газу різної інтенсивності. Слід зауважити, що математичне моделювання за рівністю (29) справедливе для проміжку часу, коли витік газу ще не досяг поверхні ґрунту.

Для встановлення закономірностей формування поля швидкостей фільтрації газу в ґрунті проведено обчислювальний експеримент на основі створеної моделі. В умовах експерименту приймалося, що на глибині 1 м знаходиться точковий малий витік газу інтенсивністю 20 мм<sup>3</sup>/с через корозійний отвір в стінці труби круглої форми діаметром 2 мм. При цьому лінійна швидкість виток газу через отвір складе 6,37 мм/с (382 мм/хв). Проникність середовища (ґрунту в непорушеному стані) прийнято рівною 0,5 дарсі. Вздовж осі трубопроводу (у напрямку засипання траншеї) проникність вважається в 1,5 рази більшою.

На рисунку 2 зображено графічну залежність розподілу швидкостей фільтрації газу в пористому середовищі (ґрунті) і утворення ареалу загазованості при виникненні точкового виток газу з газопроводу низького тиску для моменту часу, коли фільтрація газу досягне поверхні ґрунту. Як видно з графіка, на великих глибинах (близько до поверхні газопроводу) ареал загазованості має майже конічну форму і розширюється з наближенням до поверхні ґрунту. Відносно великий градієнт тиску у вертикальному напрямку зумовлює значне перевищення вертикальної складової швидкості фільтрації над горизонтальною.

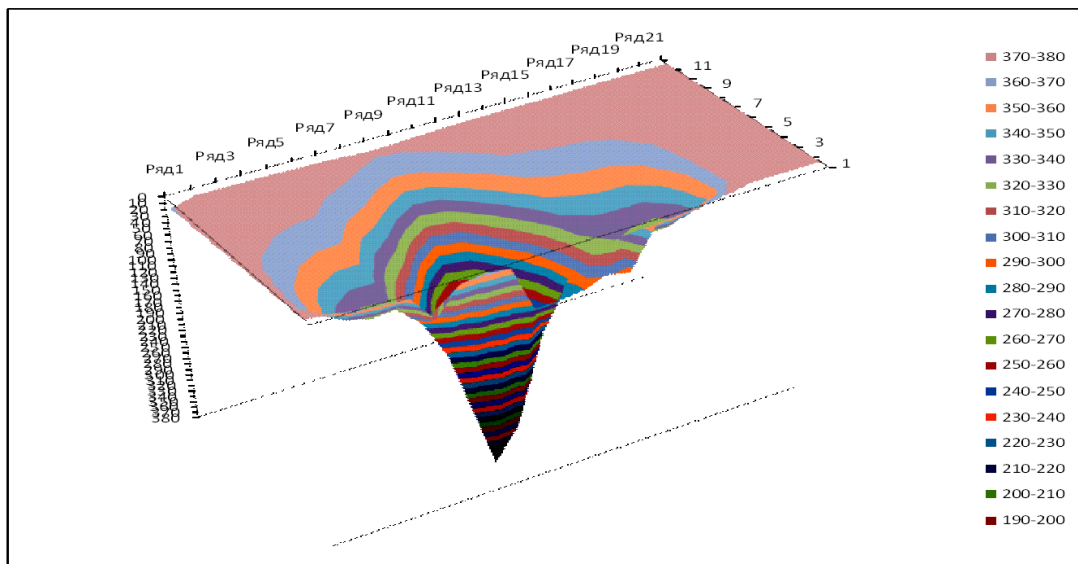


Рисунок 2 – Результати математичного моделювання поля швидкостей фільтрації при появі витoku з газопроводу

З наближенням до поверхні вертикальний градієнт тиску зменшується за рахунок фільтраційних втрат, і в безпосередній близькості до поверхні вертикальний і горизонтальний градієнти тиску практично зрівнюються. Тому біля поверхні ґрунту спостерігається різке розширення ареалу загазованості. На відстані, що складає 25% від глибини залягання трубопроводу площа поверхні ареалу загазованості становить 13,3% від максимальної величини на поверхні ґрунту.

При відстані від трубопроводу, рівній 50% глибини залягання, ця площа зростає до 16,6%. Подальше наближення до поверхні на відстань 75% глибини залягання трубопроводу площа поверхні ареалу зростає до 33,3%, а на відстані 10% від поверхні ґрунту (90% глибини) ця площа сягає 67,8%. Отже на останніх 10% глибини залягання трубопроводу площа ареалу загазованості збільшується на 32,2%.

На глибинах, близьких до глибини залягання газопроводу ареал загазованості має форму круга, оскільки проникність ґрунту в усіх напрямках однакова. З наближенням до поверхні ґрунту ареал загазованості витягується вздовж осі газопроводу, оскільки проникність ґрунту в поперечному напрямку менша. Співвідношення осей еліпса ареалу загазованості на поверхні ґрунту складає 30-35% залежно від властивостей ґрунту. Загальна площа поверхні ареалу загазованості на поверхні ґрунту складає близько 40 м<sup>2</sup> і залежить від умов формування.

Тривалість процесу формування ареалу загазованості в умовах проведеного обчислювального експерименту (час від моменту появи витoku до досягнення поверхні ґрунту) склав 5 хв. 23 с. Отже, індикація загазованості, викликані появою витoku газу з газопроводу низького тиску, складе не менше 10 хв.

З метою оцінки можливих параметрів формування ареалу загазованості проводились розрахунки за різних значень величини витрати витoku для ґрунтів різної проникності

Величина витрати газу через корозійне пошкодження змінювалась в діапазоні 50% від зазначеної, тобто в межах 10-30 мм<sup>3</sup>/с. Встановлено, що при зміні витрати витoku характер формування ареалу загазованості практично не змінюється. Збільшення витрати витoku на 50% призводить до скорочення тривалості формування ареалу загазованості на величину до 15% при зростанні площі на поверхні ґрунту на величину до 28%. При зменшенні витрати витoku на 50% тривалість формування ареалу загазованості зростає на величину до 77%, а площа ареалу на поверхні ґрунту зменшується на 12%. Отже, має місце нелінійна залежність параметрів формування ареалу загазованості від величини витрати витoku. Зменшення витрати витoku призводить до суттєвого збільшення тривалості формування ареалу загазованості і до незначного зменшення площі ареалу на поверхні ґрунту, тому малі за величиною витрати витoku найбільш небезпечні з екологічної точки зору.

### Література

- 1 Кесельман Г. С. Защита окружающей среды при добыче, транспорте и хранении нефти и газа / Г. С. Кесельман, Э. А. Махмудбеков. – М.: Недра, 1981. – 256 с.
- 2 Петряшин Л.Ф. Охрана природы в нефтяной и газовой промышленности / Л.Ф. Петряшин, Г. Н. Лысяный, Б.Г. Тарасов. – Львов.: Вища школа, 1984. – 170 с.
- 3 Адлер Ю. П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. Программированное введение в планирование эксперимента / Ю. П. Адлер, Е. Б. Леаркова, Ю. В. Грановский. – М.: Наука, 1971. – 283 с.

Стаття надійшла до редакційної колегії  
12.12.12

Рекомендована до друку професором  
Семчуком Я.М.