

## БАГАТОФАКТОРНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЕНЕРГОЄМНОСТІ ПРОЦЕСУ РУЙНУВАННЯ ГІРСЬКОЇ ПОРОДИ

М.В.Мойсишин, Б.Д.Борисевич, Р.Б.Щербій, А.І.Бандура, І.Р.Михайлюк

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (0342) 727131,  
e-mail: math@iung.edu.ua

З метою встановлення багатофакторної математичної моделі енергосмності  $\bar{W}_\Pi$  процесу руйнування гірської породи, яка враховує спільний вплив режимних параметрів та параметрів бурильного інструменту, було використано метод раціонального планування експериментів. За цим методом комбінаційний квадрат експериментальних досліджень побудований таким чином, що комбінація змінних факторів, до яких відносяться осьове статичне навантаження  $F_{CT}$ , частота обертання долота  $n$ , коефіцієнт демпфування бурильного інструменту  $\beta$  та його жорсткість  $C$ , зустрічається тільки один раз. Тому загальну функцію можна подати добутком окремих функцій від змінних факторів –  $\bar{W}_\Pi = B_{CP} \cdot f(F_{CT}) \cdot f(n) \cdot f(\beta) \cdot f(C)$ , де  $B_{CP}$  – усереднена за результатами експериментів стала, що залежить від типорозміру долота і механічних властивостей породи. Постійними факторами під час проведення планованого експерименту були витрата промивальної рідини, тип і діаметр тришарошкового долота та твердість гірської породи за штампом.

За результатами планованого експерименту рівняння багатофакторної математичної моделі енергосмності процесу руйнування гірської породи має вигляд

$$W_\Pi = 626,237 \cdot e^{-1,503553 \cdot 10^{-3} \cdot F_{CT}^2} \cdot n^{0,284655} \cdot (1 + 3,7665635 \cdot 10^{-3} \cdot \beta - 2,9313621 \cdot 10^{-5} \cdot \beta^2) \times \\ \times (1 - 3,05692 \cdot 10^{-4} \cdot C + 9,54034 \cdot 10^{-8} \cdot C^2).$$

Мінімальне відхилення значень енергосмності, знайдених за цією формулою, від експериментальних склало 0,05%, а максимальне – 13,1%. Середнє відхилення обчислених значень енергосмності від експериментальних – 5,7%.

Ключові слова: енергоємність, математична модель, бурильний інструмент, планований експеримент, змінний фактор, руйнування гірської породи.

С целью установления многофакторной математической модели энергоёмкости  $\bar{W}_\Pi$  процесса разрушения горной породы, которая учитывает совместное влияние режимных параметров и параметров бурового инструмента, был использован метод рационального планирования экспериментов. Согласно этому методу комбинационный квадрат экспериментальных исследований построен таким образом, что комбинация переменных факторов, к которым относятся осевая статическая нагрузка на долото  $F_{CT}$ , частота вращения долота  $n$ , коэффициент демпфирования бурильного инструмента  $\beta$  и его жесткость  $C$ , встречается только один раз. Поэтому общая многомерная функция может быть представлена как произведение отдельных зависимостей от переменных факторов –  $\bar{W}_\Pi = B_{CP} \cdot f(F_{CT}) \cdot f(n) \cdot f(\beta) \cdot f(C)$ , где  $B_{CP}$  – усреднённая по результатам экспериментов постоянная, зависящая от типоразмера долота и механических свойств породы. Постоянными факторами при проведении планированного эксперимента были расход промывочной жидкости, тип и диаметр шарошечного долота, твердость горной породы по штампу.

По результатам планированного эксперимента уравнение многофакторной математической модели энергоёмкости процесса разрушения горной породы имеет вид:

$$W_\Pi = 626,237 \cdot e^{-1,503553 \cdot 10^{-3} \cdot F_{CT}^2} \cdot n^{0,284655} \cdot (1 + 3,7665635 \cdot 10^{-3} \cdot \beta - 2,9313621 \cdot 10^{-5} \cdot \beta^2) \times \\ \times (1 - 3,05692 \cdot 10^{-4} \cdot C + 9,54034 \cdot 10^{-8} \cdot C^2).$$

Минимальное отклонение значений энергоёмкости, рассчитанных по этой формуле, от экспериментальных составило 0,05%, а максимальное – 13,1%. Среднее отклонение найденных значений энергоёмкости от экспериментальных – 5,7%.

Ключевые слова: энергоёмкость, математическая модель, бурильный инструмент, планируемый эксперимент, переменный фактор, разрушение горной породы.

With the purpose of establishment of multifactor mathematical model of energy capacity  $\bar{W}_\Pi$  of process of destruction of rock breed which takes into account the common influencing of regime parameters and parameters of boring instrument method of the rational planning of experiments was used. According to this method the combination square of experimental researches is built so that combination of variable factors which belong axial static loading  $F_{CT}$ , frequency of rotation of chisel  $n$ , damping factor  $\beta$  of boring instrument and his inflexibility  $C$  meets only one time. Therefore a public function can be given by work of separate functions from variable factors –  $\bar{W}_\Pi = B_{CP} \cdot f(F_{CT}) \cdot f(n) \cdot f(\beta) \cdot f(C)$ , where –  $B_{CP}$  middle as a result of experiments became that depended on a

standard size chisel mechanical properties of breed. By permanent factors, during conducting of the planned experiment were expense of washing liquid, type and diameter of trihearded chisel and hardness of rock breed after stamp.

As a result of the planned experiment of equalization of multifactor mathematical model of energy capacity of process of destruction of rock breed will be

$$W_{II} = 626,237 \cdot e^{-1,503553 \cdot 10^{-3} \cdot F_{CT}^2} \cdot n^{0,284655} \cdot (1 + 3,7665635 \cdot 10^{-3} \cdot \beta - 2,9313621 \cdot 10^{-5} \cdot \beta^2) \times \\ \times (1 - 3,05692 \cdot 10^{-4} \cdot C + 9,54034 \cdot 10^{-8} \cdot C^2).$$

Minimum deviation of the values of energy capacity found after this formula, from experimental was 0,05%, and maximal - 13,1%. Mean value of rejection of the calculated values of energy capacity from experimental - 5,7%.

Key words: energy capacity, mathematical model, boring instrument, planned experiment, variable factor, destruction of rock breed.

Одним із головних завдань буріння свердловин є визначення витрати енергії на руйнування гірської породи. Ця витрата називається енергоємністю процесу буріння. Порівняльна оцінка впливу різних факторів на енергоємність процесу руйнування гірських порід здійснюється за величиною усередненої питомої об'ємної роботи  $\bar{W}_{II}$ , яка витрачається на руйнування 1 см<sup>3</sup> гірської породи. Ця робота визначається за формулою [2]

$$\bar{W}_{II} = \frac{W}{V}, \text{кГ} \cdot \text{м} / \text{см}^3, \quad (1)$$

де  $W$  – загальна робота під час руйнування породи;

$V$  – об'єм зруйнованої породи.

Після низки перетворень та переходу до розмірності в Н·м одержимо

$$\bar{W}_{II} = 48 \frac{\bar{T}_D \cdot n_d}{v_m \cdot d_d^2}, \text{Н} \cdot \text{м} / \text{см}^3, \quad (2)$$

де  $\bar{T}_D$  – середнє значення обертального моменту на долоті (моментоємність), Н·м;

$n_d$  – частота обертання долота, хв<sup>-1</sup>;

$v_m$  – механічна швидкість буріння, м/год;

$d_d$  – діаметр долота, см.

Згідно з результатами досліджень, наведених у [2, 3, 4], було встановлено вплив статичного осьового навантаження на вибір свердловини, частоти обертання долота та фізико-механічних властивостей породи на енергоємність процесу руйнування. В той же час стендові та промислові дослідження з вивчення впливу на енергоємність коефіцієнта демпфування та жорсткості бурильного інструменту не проводились.

Обґрунтований вибір характеристик пристрою, використання якого дозволяє змінювати зазначені вище параметри бурильного інструменту, можна здійснити тільки на основі експериментальних кореляційних залежностей між енергоємністю процесу руйнування породи та цими параметрами.

Враховуючи результати досліджень, наведених у [2, 3, 4], та результати досліджень, метою яких було встановлення впливу параметрів бурильного інструменту на енергоємність процесу руйнування породи, проведених авторами на буровому стенді ІФНТУНГ [6, 7], з метою встановлення багатofакторної математичної моделі енергоємності процесу руйнування гір-

ської породи, яка враховує спільний вплив режимних параметрів та параметрів бурового інструменту на енергоємність, було використано метод раціонального планування експериментів [1, 5].

Дослідження проводили згідно спланованого чотирифакторного експерименту за рівнями зміни факторів ( $F_{CT}$ ,  $n$ ,  $\beta$ ,  $C$ ) у блоках пісковика воротищенської світи, твердість яких за штампом складала  $p_{ш}=2050$  МПа. Матриця спланованого експерименту з експериментальними значеннями енергоємності наведена в таблиці 1.

У таблиці 2 подано результати експерименту, усереднені за режимними параметрами, а в таблиці 3 – усереднені за параметрами бурильного інструменту.

Результати підбору частинних емпіричних залежностей між змінними факторами та енергоємністю процесу руйнування гірської породи за експериментальними даними таблиці 1 наведено у таблиці 4.

Як бачимо найбільш суттєвим фактором зміни енергоємності є осьове статичне навантаження на долото. Зі зміною навантаження з 10 до 25кН енергоємність зменшилась у 2,122 рази. Ймовірність існування емпіричної залежності між енергоємністю та статичним осьовим навантаженням за криволінійною регресією більша 0,95.

Для підсилення впливу інших змінних факторів на енергоємність проводимо нейтралізацію впливу навантаження. Ця нейтралізація здійснюється двома способами: за методикою Протодяконова [1] та за методикою Яремійчука-Райхерта [5]. За методикою Протодяконова усі експериментальні дані  $\bar{W}_{II,i}$  з таблиці 1 коректуються (перераховуються) за формулою

$$\bar{W}_{II,CK.1.i} = \bar{W}_{II,i} + [f(F_{CT,CP}) - f(F_{CT,i})], \quad (3)$$

де  $f(F_{CT,CP})$  – значення енергоємності, визначене за формулою  $W_{II} = 2381,986 \cdot e^{-1,503553 \cdot 10^{-3} \cdot F_{CT}^2}$  та за середнім значенням  $F_{CT}=17,5$ кН;

$f(F_{CT,i})$  – значення енергоємності, визначені за формулою  $W_{II} = 2381,986 \cdot e^{-1,503553 \cdot 10^{-3} \cdot F_{CT}^2}$  та за значеннями  $F_{CT}=10, 15, 20$  і 25кН.

За методикою Яремійчука-Райхерта усі експериментальні дані  $\bar{W}_{II,i}$  таблиці 1 коректуються за формулою

Таблиця 1 – Результати досліджень за спланованим чотирифакторним експериментом

№ дос.	Частота обертання $n_{\text{дол}}, \text{хв}^{-1}$	Осьове статичне навантаження на долото $F_{\text{СТ}}, \text{кН}$	Жорсткість бурильного інструмента $C, \text{кН/м}$	Коефіцієнт демпфування $\beta, \text{кН}\cdot\text{с/м}$	Енергоємність процесу руйнування $\bar{W}_{\text{П},i}, \text{Н}\cdot\text{м/см}^3$
1	82	10	400	0,1	1874
2	82	15	2500	40	1576
3	82	20	800	70	901
4	82	25	1700	90	691
5	133	10	800	90	1991
6	133	15	1700	70	1759
7	133	20	400	40	1325
8	133	25	2500	0,1	897
9	188	10	1700	40	1995
10	188	15	800	0,1	1538
11	188	20	2500	90	1248
12	188	25	400	70	1046
13	285	10	2500	70	2440
14	285	15	400	90	2215
15	285	20	1700	0,1	1231
16	285	25	800	40	1278

Таблиця 2 – Усереднення результатів планованого експерименту за режимними параметрами

$F_{\text{СТ}}, \text{кН} \setminus n_{\text{дол}}, \text{хв}^{-1}$	82	133	188	285	Сума	Середнє
10	1874	1991	1995	2440	8300	2075
15	1576	1759	1538	2215	7088	1772
20	901	1325	1248	1231	4705	1176,25
25	691	897	1046	1278	3912	978
Сума	5042	5972	5827	7164	24005	
Середнє	1260,5	1493	1456,75	1791		

Таблиця 3 – Усереднення результатів планованого експерименту за параметрами бурильного інструменту

$C, \text{кН/м}$	400	800	1700	2500	Сума	Середнє
$\beta, \text{кН}\cdot\text{с/м}$						
0,1	1874	1538	1231	897	5540	1385
40	1325	1278	1995	1576	6174	1543,3
70	1046	901	1759	2440	6146	1536,5
90	2215	1991	691	1248	6145	1536,25
Сума	6460	5708	5676	6161	24005	
Середнє	1615	1427	1419	1540		

$$\bar{W}_{\text{П.СК.2},i} = \bar{W}_{\text{П},i} \frac{f(F_{\text{СТ.СП}})}{f(F_{\text{СТ},i})} \quad (4)$$

Результати підбору частинних емпіричних залежностей між змінними факторами та енергоємністю процесу руйнування гірської породи за скоректованими даними, одержаними у випадку нейтралізації впливу осьового статичного навантаження згідно з методикою Протождяконова, наведено у таблиці 5; а результати підбору частинних емпіричних залежностей за скоректованими даними, одержаними при нейтралізації впливу осьового статичного навантаження за методикою Яремійчука-Райхерта, наведено у таблиці 6.

таження за методикою Яремійчука-Райхерта, наведено у таблиці 6.

В таблиці 7 подано результати підбору частинних залежностей  $W_{\text{П}}=f(n)$  за експериментальними та скоректованими даними.

Згідно з таблицею 7 кращою частинною залежністю  $\bar{W}_{\text{П}} = f(n)$  є залежність, підібрана за скоригованими з використанням методики Яремійчука-Райхерта даними –  $\bar{W}_{\text{П}} = 354,788 \cdot n^{0,284655}$ . За цієї залежності середньоквадратичне відхилення є найменшим, а коефіцієнт кореляції – найвищим.

Таблиця 4 – Результати підбору частинних емпіричних залежностей за експериментальними даними

Змінний фактор	Частинні емпіричні залежності	Емпіричне значення коефіцієнта кореляції	Середнє квадратичне відхилення max/min
Осьове статичне навантаження	$W_{II} = 2381,986 \cdot e^{-1,503553 \cdot 10^{-3} \cdot F_{CT}^2}$	-0,9828 p>0,95	91,40 2,122
Частота обертання долота	$\bar{W}_{II} = 1138,027 \cdot e^{1,562009 \cdot 10^{-3} \cdot n}$	0,9462 p>0,95	69,772 1,421
Коефіцієнт демпфування бурильного інструмента	$\bar{W}_{II} = 1438,907 \cdot \beta^{0,01607438}$	0,8299 p>0,8	11,479 1,114
Жорсткість бурильного інструмента	$\bar{W}_{II} = 1428,707 + 60395,76 / C$	-0,1934 p<0,5	- 1,138

Таблиця 5 – Результати підбору частинних емпіричних залежностей

Змінний фактор	Частинні емпіричні залежності за скоригованими даними (методика Протодьяконова (МП))	Емпіричне значення коефіцієнта кореляції	Середнє квадратичне відхилення
Осьове статичне навантаження	$W_{II} = 1451,75 + 869,7911 / F_{CT}$	-0,198215 p<0,5	-
Частота обертання долота	$\bar{W}_{II} = 1144,633 \cdot e^{1,555995 \cdot 10^{-3} \cdot n}$	0,9461 p>0,9	69,940
Коефіцієнт демпфування бурильного інструмента	$\bar{W}_{II} = 1446,21 \cdot \beta^{0,0159989}$	0,8288 p>0,8	11,692
Жорсткість бурильного інструмента	$\bar{W}_{II} = 1436,606 + 60323,19 / C$	-0,1922 p<0,5	-

Таблиця 6 – Результати підбору частинних емпіричних залежностей

Змінний фактор	Частинні емпіричні залежності за скоригованими даними (методика Яремійчука-Райхерта (МЯР))	Емпіричне значення коефіцієнта кореляції	Середнє квадратичне відхилення max/min
Частота обертання долота	$\bar{W}_{II} = 354,788 \cdot n^{0,284655}$	0,9571 p>0,95	69,940
Коефіцієнт демпфування бурильного інструмента	$\bar{W}_{II} = 1541,456 - 14,08653 / \beta$	0,3883 p<0,5	50,970
Жорсткість бурильного інструмента	$\bar{W}_{II} = 1404,195 + 85995,53 / C$	-0,4779 p<0,5	63,078

Таблиця 7 – Результати підбору частинної залежності  $\bar{W}_{II} = f(n)$

Вхідні дані	Частинні емпіричні залежності	Емпіричне значення коефіцієнта кореляції	Середнє квадратичне відхилення max/min
Експериментальні дані	$\bar{W}_{II} = 1138,027 \cdot e^{1,562009 \cdot 10^{-3} \cdot n}$	0,9462 p>0,95	69,772
Скор.дані (ск.1) F≈const МП	$\bar{W}_{II} = 1145,027 \cdot e^{1,553787 \cdot 10^{-3} \cdot n}$	0,9462 p>0,9	69,940
Скор.дані (ск.2) F≈const МЯР	$\bar{W}_{II} = 354,788 \cdot n^{0,284655}$	0,9571 p>0,95	68,341

Таблиця 8 – Результати підбору частинних емпіричних залежностей

Змінний фактор	Частинні емпіричні залежності за скоригованими даними (методика Протодьяконова)	Емпіричне значення коефіцієнта кореляції	Середнє квадратичне відхилення max/min
Коефіцієнт демпфування бурильного інструмента	$\bar{W}_{II.CK.3} = 1601,29 - 14,14509 / \beta$	0,3955 p<0,5	50,425
Жорсткість бурильного інструмента	$\bar{W}_{II.CK.3} = 1463,833 + 86037,88 / C$	-0,4818 p<0,5	62,795

Таблиця 9 – Результати підбору частинних емпіричних залежностей

Змінний фактор	Частинні емпіричні залежності за скоригованими даними (методика Яремійчука-Райхерта)	Емпіричне значення коефіцієнта кореляції	Середнє квадратичне відхилення max/min
Коефіцієнт демпфування бурильного інструмента	$\bar{W}_{II.CK.4} = 1594,074 - 11,44699 / \beta$	0,2295 p<0,5	58,431
Жорсткість бурильного інструмента	$\bar{W}_{II.CK.4} = 1465,887 + 83933,96 / C$	-0,3976 p<0,5	70,36

Для підсилення впливу параметрів бурового інструменту на енергоємність проводимо нейтралізацію другого за впливом на зміну енергоємності змінного фактора. Таким фактором є частота обертання долота. Під час зміни частоти з 82 до 285хв<sup>-1</sup> енергоємність зменшилась у 1,421 рази (див. табл.4). При цьому ймовірність існування кореляційної залежності за криволінійною регресією є більшою за 0,95 (див. табл. 7).

За методикою Протодьяконова усі скоректовані дані  $\bar{W}_{II.CK.2.i}$  перераховуються за формулою

$$\bar{W}_{II.CK.3.i} = \bar{W}_{II.CK.2.i} + [f(n_{CP}) - f(n_i)] \quad (5)$$

де  $f(n_{CP})$  – значення енергоємності, визначене за формулою  $\bar{W}_{II} = 354,788 \cdot n^{0,284655}$  та за середнім значенням  $n=183,5\text{хв}^{-1}$ ;

$f(n_i)$  – значення енергоємності, визначені за формулою  $\bar{W}_{II} = 354,788 \cdot n^{0,284655}$  та за значеннями  $n=82, 133, 188$  і  $285\text{хв}^{-1}$ .

За методикою Яремійчука-Райхерта усі скориговані дані  $\bar{W}_{II.CK.2.i}$  перераховуються за формулою

$$\bar{W}_{II.CK.4.i} = \bar{W}_{II.CK.2.i} \frac{f(n_{CP})}{f(n_i)} \quad (6)$$

Результати підбору частинних емпіричних залежностей між змінними факторами та енергоємністю процесу руйнування гірської породи за скоректованими даними, одержаними при нейтралізації впливу частоти обертання за методикою Протодьяконова, наведено у таблиці 8, а за методикою Яремійчука-Райхерта – у таблиці 9.

Таблиця 10 – Результати підбору частинної залежності  $T=f(C)$  методом найменших квадратів

Вхідні дані	Частинні емпіричні залежності	Емпіричне значення коефіцієнта кореляції	Середнє квадратичне відхилення max/min
Експ. дані	$W_{II} = 1428,707 + 60395,76 / C$	-0,1934 $p < 0,5$	- 1,138
Скор. дані (ск.1) $F \approx \text{const}$ МП	$\bar{W}_{II.CK.1} = 1436,606 + 60323,19 / C$	-0,1922 $p < 0,5$	- 1,137
Скор. дані $F \approx \text{const}$ (ск.2) МЯР	$\bar{W}_{II.CK.2} = 1404,195 + 85995,53 / C$	-0,4779 $p < 0,5$	63,078 1,180
Скор. дані (ск.3) $F \approx \text{const}$ (ск.2) МЯР; $n \approx \text{const}$ МП	$\bar{W}_{II.CK.3} = 1463,833 + 86037,88 / C$	-0,4818 $p < 0,5$	62,795 1,172
Скор. дані (ск.4) $F \approx \text{const}$ (ск.2) МЯР; $n \approx \text{const}$ МЯР	$\bar{W}_{II.CK.4} = 1465,887 + 83933,96 / C$	-0,3976 $p < 0,5$	70,36 1,171

Таблиця 11 – Результати підбору частинної залежності  $T=f(C)$  поліномом другого ступеня

Вхідні дані	Частинні емпіричні залежності	Емпіричне значення коефіцієнта кореляції	Середнє квадратичне відхилення max/min
Експ. дані	$\bar{W}_{II} = 1766,4345 - 0,5049794 \cdot C + 1,672 \cdot 10^{-4} \cdot C^2$	0,6548 $p < 0,8$	32,78352 1,138
Скор. дані (ск.1) $F \approx \text{const}$ МП	$\bar{W}_{II.CK.1} = 1773,7904 - 0,5052551 \cdot C + 1,674 \cdot 10^{-4} \cdot C^2$	0,6532 $p < 0,8$	32,760 1,137
Скор. дані $F \approx \text{const}$ (ск.2) МЯР	$\bar{W}_{II.CK.2} = 1826,9796 - 0,558493 \cdot C + 1,743 \cdot 10^{-4} \cdot C^2$	0,9925 $p > 0,95$	8,157 1,180
Скор. дані (ск.3) $F \approx \text{const}$ (ск.2) МЯР; $n \approx \text{const}$ МП	$\bar{W}_{II.CK.3} = 1882,4883 - 0,5544368 \cdot C + 1,731 \cdot 10^{-4} \cdot C^2$	0,9923 $p > 0,95$	8,201 1,172
Скор. дані (ск.4) $F \approx \text{const}$ (ск.2) МЯР; $n \approx \text{const}$ МЯР	$\bar{W}_{II.CK.4} = 1890,9913 - 0,5810202 \cdot C + 1,846 \cdot 10^{-4} \cdot C^2$	0,7080 $p < 0,8$	19,154 1,171

Таблиця 10 містить результати підбору частинних залежностей  $\bar{W}_{II} = f(n)$  за експериментальними та скоректованими даними (див. табл. 4...6, 8, 9).

Як свідчить таблиця 10, жодна із 14-ти емпіричних залежностей із задовільною точністю не апроксимує експериментальні та скоректовані дані. З метою встановлення такої залежності проводимо вирівнювання експерименталь-

них даних поліномом другого ступеня. Результати цього підбору наведено у таблиці 11.

За скоригованими даними (ск.2), одержаними при нейтралізації впливу осьового навантаження за методикою Яремійчука-Райхерта, відношення між максимумом і мінімумом енергоємності найбільше, а основна похибка найменша, тобто згідно таблицями 10 і 11) кращою частинною емпіричною залежністю між жорст-

Таблиця 12 – Результати підбору частинної залежності  $T=f(\beta)$  методом найменших квадратів

Вхідні дані	Частинні емпіричні залежності	Емпіричне значення коефіцієнта кореляції	Середнє квадратичне відхилення max/min
Експ. дані	$\bar{W}_{II} = 1438,907 \cdot \beta^{0,01607438}$	0,8299 $p > 0,8$	14,479 1,114
Скор. дані (ск.1) $F \approx \text{const}$ МП	$\bar{W}_{II,CK.1} = 1446,21 \cdot \beta^{0,0159989}$	0,8288 $p > 0,8$	14,692 1,114
Скор. дані $F \approx \text{const}$ (ск.2) МЯР	$\bar{W}_{II,CK.2} = 1541,456 - 14,08653 / \beta$	0,3883 $p < 0,5$	50,970 1,151
Скор. дані (ск.3) $F \approx \text{const}$ (ск.2) МЯР; $n \approx \text{const}$ МП	$\bar{W}_{II,CK.3} = 1601,29 - 14,14509 / \beta$	0,3955 $p < 0,5$	50,425 1,145
Скор. дані (ск.4) $F \approx \text{const}$ (ск.2) МЯР; $n \approx \text{const}$ МЯР	$\bar{W}_{II,CK.4} = 1594,074 - 11,44699 / \beta$	0,2295 $p < 0,5$	58,431 1,132
Скор. дані (ск.5) $F \approx \text{const}$ (ск.2) МЯР; $C \approx \text{const}$ МП	$\bar{W}_{II,CK.5} = 1419,456 - 14,08652 / \beta$	0,3883 $p < 0,5$	50,967 1,165
Скор. дані (ск.6) $F \approx \text{const}$ (ск.2) МЯР; $C \approx \text{const}$ МЯР	$\bar{W}_{II,CK.6} = 1414,424 - 12,23298 / \beta$	0,3036 $p < 0,5$	52,900 1,15

кістю та енергоємністю процесу руйнування породи є поліном другого ступеня виду  $\bar{W}_{II} = 1826,9796 - 0,558493 \cdot C + 1,743 \cdot 10^{-4} \cdot C^2$ . Ймовірність існування кореляційної залежності за цим поліномом більша 0,95.

За цим поліномом нейтралізуємо вплив третього за потужністю фактора зміни енергоємності – жорсткості бурильного інструменту. При зміні жорсткості з 400 до 1700 кН/м енергоємність зменшилась у 1,18 разів.

Результати підбору частинних емпіричних залежностей (за методом найменших квадратів) між коефіцієнтом демпфування бурильного інструменту та енергоємністю процесу руйнування гірської породи за експериментальними та скоригованими даними наведено у таблиці 12.

Підбір частинних залежностей  $T=f(\beta)$  методом найменших квадратів дав змогу з'ясувати, що апроксимація експериментальних та скоректованих даних має задовільну точність тільки у двох з восьми варіантів. Для збільшення варіантів підбору емпіричної кореляційної залежності проводимо вирівнювання експериментальних даних поліномом другого ступеня. Результати цього підбору наведено у таблиці 13.

Згідно з даними таблиць 12 і 13 кращою частинною залежністю  $T=f(\beta)$  є поліном другого ступеня, підібраний за експериментальними даними.

За поліномом  $\bar{W}_{II} = 1387,3669 + 5,2206212 \cdot \beta - 4,06212 \cdot 10^{-2} \cdot \beta^2$  основна похибка апроксимації найменша, а значення емпіричного коефіцієнта кореляції найбільше. Ймовірність існування кореляційної залежності за цим поліномом перевищує 0,95.

Якщо кожна комбінація значень змінних факторів зустрічається тільки один раз, то загальну функцію можна подати добутком окремих функцій від змінних факторів –  $\bar{W}_{II} = B_{CP} \cdot f(F_{CT}) \cdot f(n) \cdot f(\beta) \cdot f(C)$ , де  $B_{CP}$  – усереднена за результатами експериментів стала, що залежить від типорозміру долота і механічних властивостей породи. Частинні залежності між кожним фактором та енергоємністю процесу руйнування породи подаємо у таблиці 14.

У таблиці 15 наведено значення коефіцієнта  $B_i$ , знайдені за формуло

$$B_i = \frac{\bar{W}_{II,i}}{f(F_i) \cdot f(n_i) \cdot f(\beta_i) \cdot f(C_i)}, \quad (7)$$

Таблиця 13 – Результати підбору частинної залежності  $W=f(\beta)$  поліномом другого ступеня

Вхідні дані	Частинні емпіричні залежності	Емпіричне значення коефіцієнта кореляції	Середнє квадратичне відхилення max/min
Експ. дані	$\bar{W}_{II} = 1387,3669 + 5,2206212 \cdot \beta - 4,06212 \cdot 10^{-2} \cdot \beta^2$	0,9848	13,139 1,114
Скор. дані (ск.1) $F \approx \text{const}$ МП	$\bar{W}_{II.CK.1} = 1387,3697 + 5,2269748 \cdot \beta - 4,06977 \cdot 10^{-2} \cdot \beta^2$	0,9824	13,2 1,114
Скор. дані (ск.2) $F \approx \text{const}$ МЯР	$\bar{W}_{II.CK.2} = 1387,3697 + 5,2269748 \cdot \beta - 4,06977 \cdot 10^{-2} \cdot \beta^2$	0,7314	32,166 1,151
Скор. дані (ск.3) $F \approx \text{const}$ (ск.2) МЯР; $n \approx \text{const}$ МП	$\bar{W}_{II.CK.3} = 1466,1748 + 7,2613261 \cdot \beta - 7,2239 \cdot 10^{-2} \cdot \beta^2$	0,7154	32,524 1,145
Скор. дані (ск.4) $F \approx \text{const}$ (ск.2) МЯР; $n \approx \text{const}$ МЯР	$\bar{W}_{II.CK.4} = 1486,3323 + 6,7834059 \cdot \beta - 7,13314 \cdot 10^{-2} \cdot \beta^2$	0,6894	34,160 1,132
Скор. дані (ск.5) $F \approx \text{const}$ (ск.2) МЯР; $C \approx \text{const}$ МП	$\bar{W}_{II.CK.5} = 1284,843 + 7,2927089 \cdot \beta - 7,27666 \cdot 10^{-2} \cdot \beta^2$	0,7256	32,166 1,165
Скор. дані (ск.6) $F \approx \text{const}$ (ск.2) МЯР; $C \approx \text{const}$ МЯР	$\bar{W}_{II.CK.6} = 1297,5525 + 6,9053537 \cdot \beta - 7,10425 \cdot 10^{-2} \cdot \beta^2$	0,7945	28,394 1,15

де  $\bar{W}_{II.i}$  – значення енергоємності за таблицею 1, яка відповідає і-тому досліді;

$f(F_{CT.i}) \cdot f(n_i) \cdot f(\beta_i) \cdot f(C_i)$  – добуток частинних емпіричних залежностей змінних факторів, величини яких відповідають умовам і-того досліді за таблицею 14.

Згідно з даними таблиці 15 середнє значення коефіцієнта В склало 626,237.

У таблиці 16 подаємо значення енергоємності, визначені за рівнянням багатфакторної математичної моделі

$$W_{II} = B_{CP} \cdot f(F_{CT}) \cdot f(n) \cdot f(\beta) \cdot f(C) =$$

$$= 626,237 \cdot e^{-1,503553 \cdot 10^{-3} \cdot F_{CT}^2} \cdot n^{0,284655} \times$$

$$\times (1 + 3,7665635 \cdot 10^{-3} \cdot \beta - 2,9313621 \cdot 10^{-5} \cdot \beta^2) \times$$

$$\times (1 - 3,05692 \cdot 10^{-4} \cdot C + 9,54034 \cdot 10^{-8} \cdot C^2),$$

та величини відносної похибки (ВП) між цими значеннями і експериментальними даними дослідів.

Мінімальне відхилення значень енергоємності, знайдених за формулою (8), від експериментальних склало 0,05%, а максимальне – 13,1%. Середнє відхилення обчислених значень енергоємності від експериментальних – 5,7%.

Просторові залежності енергоємності процесу руйнування породи від осьового статичного навантаження та частоти обертання долота, зображені на рисунках 1 і 2, а від жорсткості та коефіцієнта демпфування бурильного інструменту – на рисунках 3 і 4.

Одержані просторові графіки свідчать, що збільшенням осьового навантаження енергоємність руйнування гірської породи зменшується, а з ростом частоти обертання – збільшується.

Як свідчать рисунки 3 і 4, графіками залежностей  $\bar{W}_{II} = f(\beta, C)$  є параболічними гіперболоїдами, які мають мінімакси. Оскільки вплив коефіцієнта демпфування  $\beta$  на енергоємність процесу поглиблення свердловини є відчутно меншим порівняно із впливом жорсткості  $C$ , то достатньо знайти у кожному конкретному випадку значення мінімакса, який і визначатиме рекомендовану жорсткість бурильного інструменту (для досліджуваних умов вона склала 1602кН/м). З метою обґрунтування цієї пропозиції знаходимо енергоємність (див. таблицю 14) на чотирьох рівнях осьового статичного навантаження за двох значень (мінімального та максимального) частоти обертання.



Таблиця 14 – Частинні емпіричні залежності  $f(F_{CT,i}) \cdot f(n_i) \cdot f(\beta_i) \cdot f(C_i)$  багатфакторної математичної моделі

$F_{CT}$ , кН	10	15	20	25
Експериментальні значення $W_{Pi}$	2075	1772	1176	978
$W_{Pi} = 2381,986 \cdot e^{-1,503553 \cdot 10^{-3} \cdot F_{CT}^2}$	2049	1698	1305	931
$e^{-1,503553 \cdot 10^{-3} \cdot F_{CT}^2}$	<b>0,8604</b>	<b>0,7130</b>	<b>0,5480</b>	<b>0,3907</b>
$n_{ДОЛ}$ , хВ <sup>-1</sup>	82	133	188	285
Скоректовані значення $W_{Pi,CK2}$	1231	1498	1488	1808
$W_{Pi} = 354,788 \cdot n^{0,284655}$	1244	1427	1575	1773
$n^{0,284655}$	<b>3,5057</b>	<b>4,02314</b>	<b>4,4397</b>	<b>4,9979</b>
$\beta$ , кН·с/м	0,1	40	70	90
Експериментальні значення $W_{Pi}$	1385	1543	1537	1536
$\bar{W}_{Pi} = 1387,3669 + 5,2296212 \cdot \beta - 4,06212 \cdot 10^{-2} \cdot \beta^2$	1388	1531	1554	1528
$1 + 3,7665635 \cdot 10^{-3} \cdot \beta - 2,9313621 \cdot 10^{-5} \cdot \beta^2$	<b>1,00038</b>	<b>1,10376</b>	<b>1,12002</b>	<b>1,10155</b>
$C$ , кН/м	400	800	1700	2500
Скоректовані значення $W_{Pi,CK2}$	1636	1481	1388	1518
$\bar{W}_{Pi} = 1826,9796 - 0,558493 \cdot C + 1,743 \cdot 10^{-4} \cdot C^2$	1631	1492	1381	1520
$1 - 3,05692 \cdot 10^{-4} \cdot C + 9,54034 \cdot 10^{-8} \cdot C^2$	<b>0,89299</b>	<b>0,81650</b>	<b>0,75604</b>	<b>0,83204</b>

Таблиця 15 – Значення коефіцієнта В за експериментальними даними планового експерименту

№ експ.	1	2	3	4	5	6	7	8
В	695,477	686,551	553,859	605,774	639,507	670,547	609,746	685,606
№ експ.	9	10	11	12	13	14	15	16
В	625,849	594,829	559,67	602,924	608,88	631,896	594,265	664,016

Таблиця 16 – Результати досліджень за спланованим чотирифакторним експериментом та значення енергосмності за рівнянням математичної моделі

№ досл.	n	$F_{CT}$	C	$\beta$	$\bar{W}_{Pi,i}$ , Н·м/см <sup>3</sup>	$\bar{W}_{Pi,i}$ , Н·м/см <sup>3</sup> за рівнянням (8)	Похибка в %
338	82	10	400	0,1	1874	1687	10,0
339	82	15	2500	40	1576	1438	8,8
340	82	20	800	70	901	1019	-13,1
341	82	25	1700	90	691	714	-3,3
342	133	10	800	90	1991	1950	2,1
343	133	15	1700	70	1759	1643	6,6
344	133	20	400	40	1325	1361	-2,7
345	133	25	2500	0,1	897	819	8,7
346	188	10	1700	40	1995	1996	-0,05
347	188	15	800	0,1	1538	1619	-5,3
348	188	20	2500	90	1248	1396	-11,6
349	188	25	400	70	1046	1086	-3,8
350	285	10	2500	70	2440	2510	-2,9
351	285	15	400	90	2215	2195	0,9
352	285	20	1700	0,1	1231	1297	-5,4
353	285	25	800	40	1278	1205	5,7

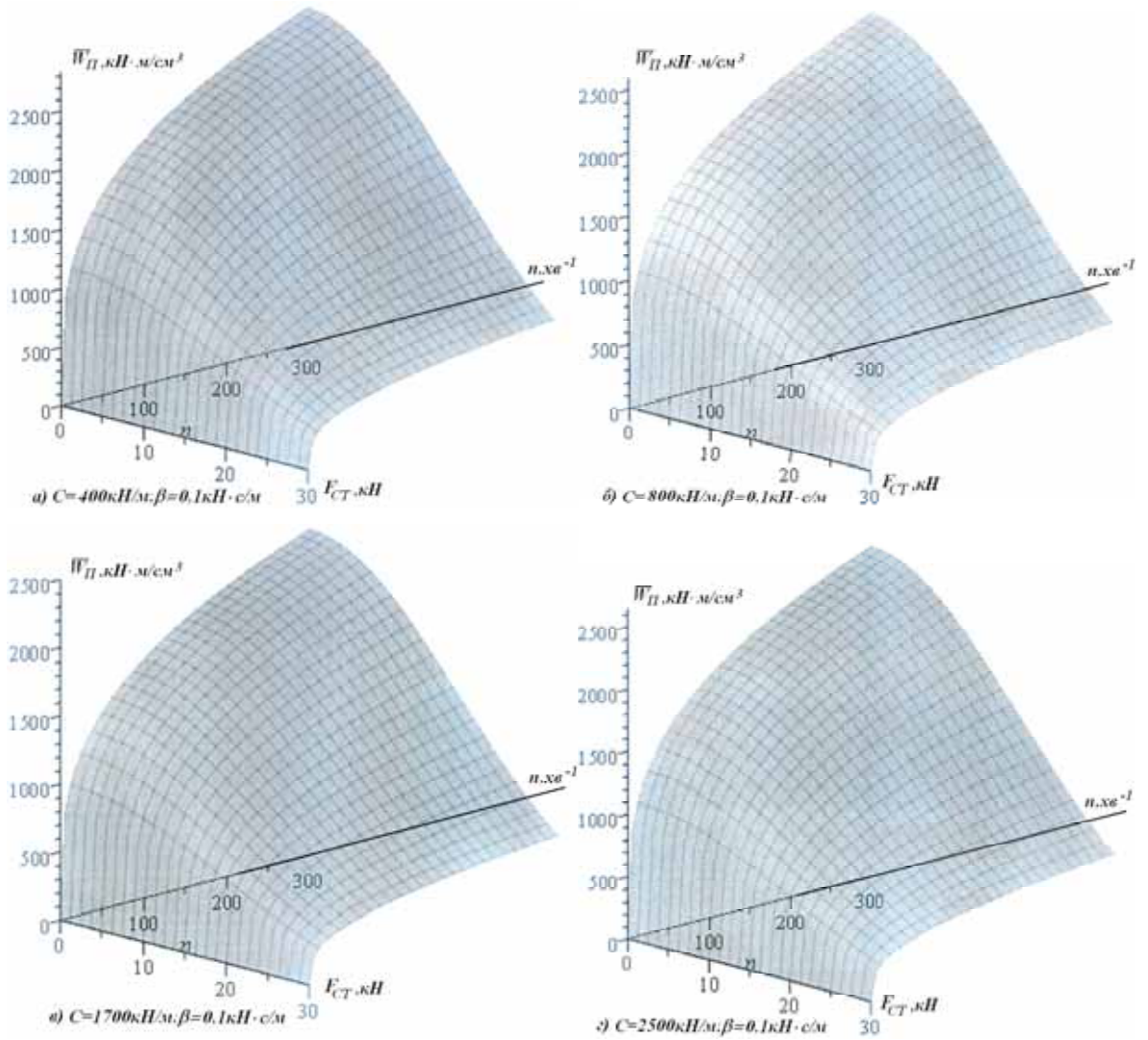


Рисунок 1 – Графіки залежності  $\bar{W}_П = f(F_{CT}, n)$  за постійного коефіцієнта демпфування та змінної жорсткості бурильного інструменту

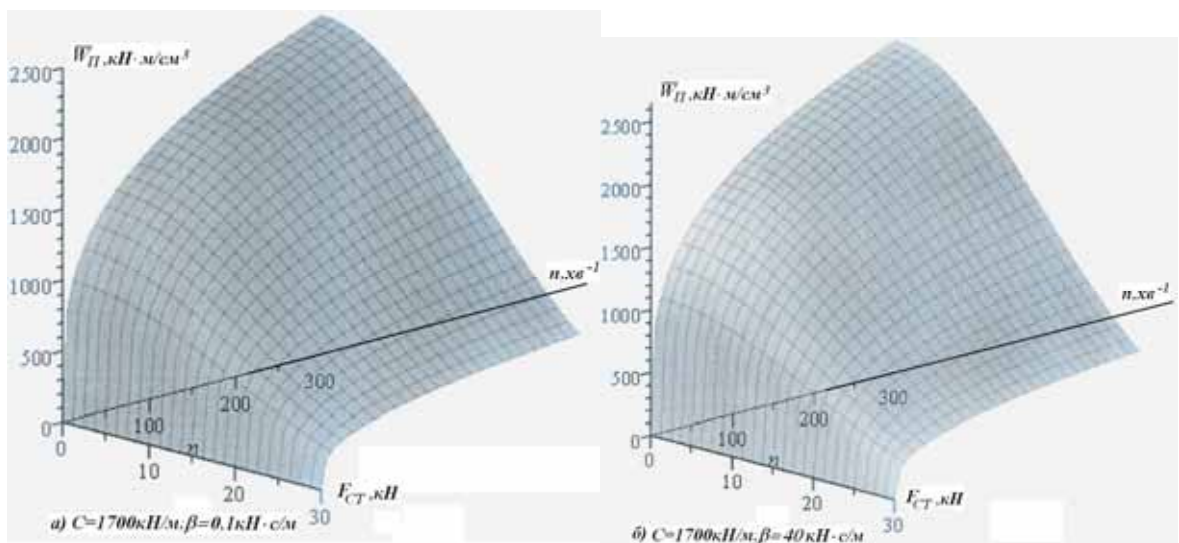


Рисунок 2 – Графіки залежності  $\bar{W}_П = f(F_{CT}, n)$  за постійної жорсткості та змінного значення коефіцієнта демпфування бурильного інструменту

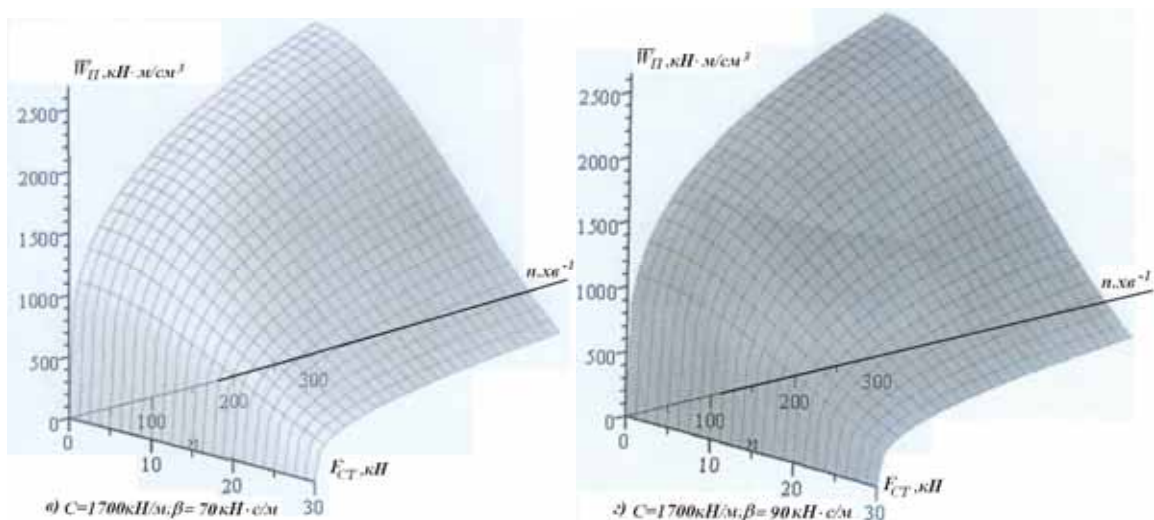


Рисунок 2 – Графіки залежності  $\bar{W}_{\Pi} = f(F_{CT}, n)$  за постійної жорсткості та змінного значення коефіцієнта демпфування бурильного інструменту (продовження)

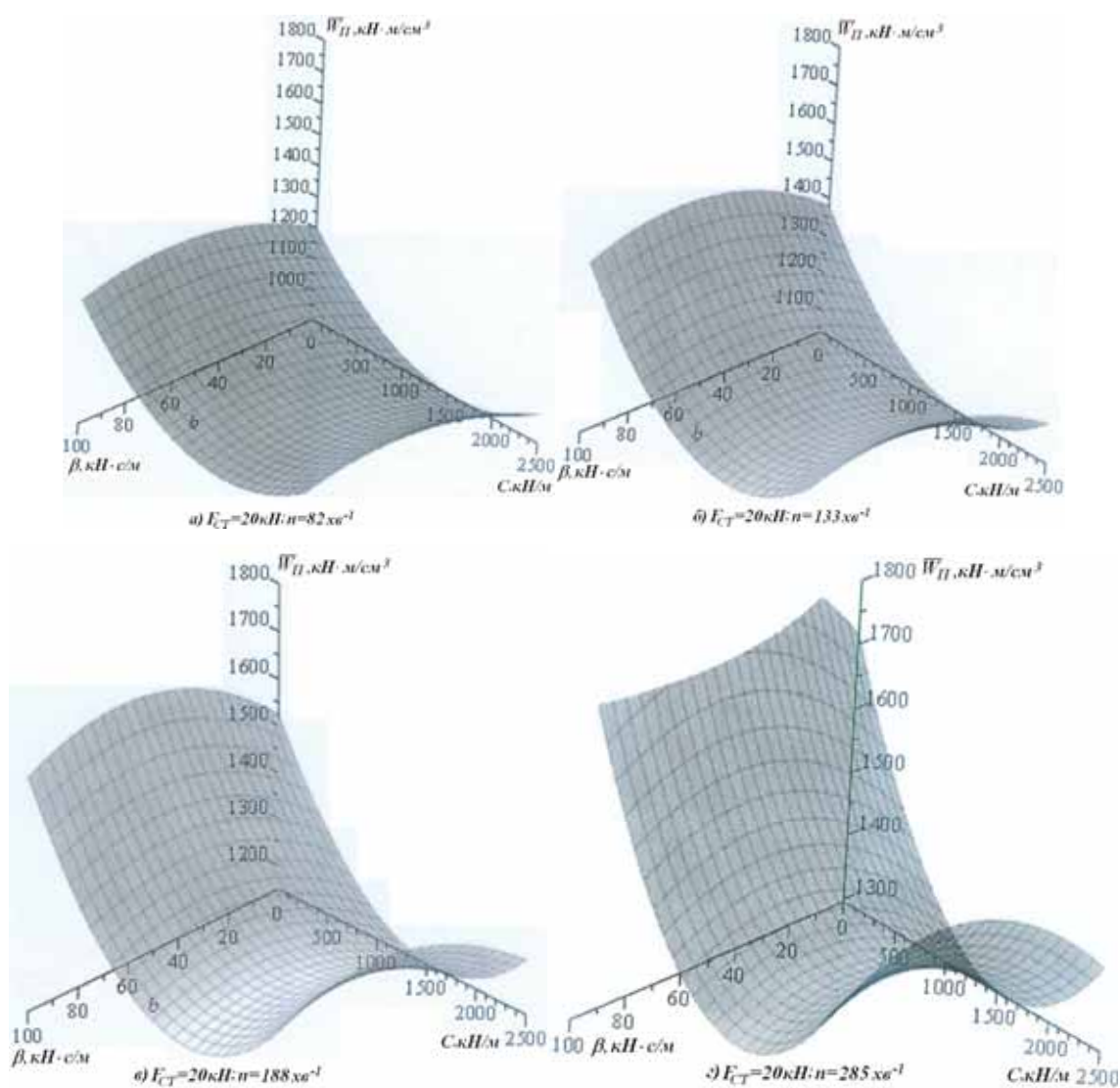


Рисунок 3 – Графіки залежності  $\bar{W}_{\Pi} = f(C, \beta)$  за постійного статичного навантаження та змінної частоти обертання долота

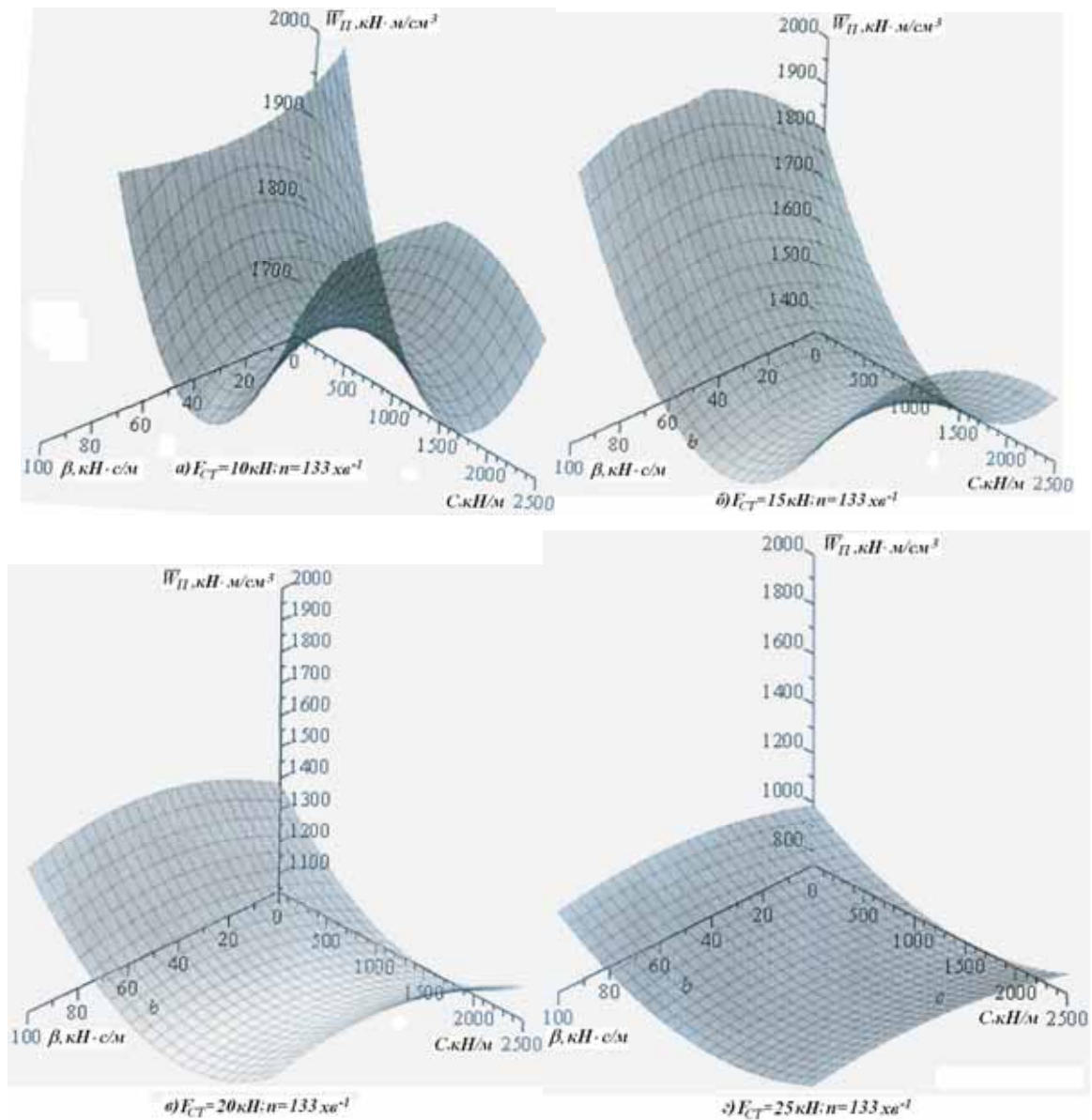


Рисунок 4 – Графіки залежності  $\bar{W}_{II} = f(C, \beta)$  за постійної частоти обертання долота та змінного статичного навантаження на вибій

Згідно розрахунків різниця між значеннями енергоємності, одержаними за  $\beta_{\min}$  та  $\beta_{\max}$ , знаходиться в межах похибки між експериментальними значеннями та значеннями, визначеними за рівнянням моделі ( $10,7 < 13,1$ ), а різниця між значеннями енергоємності, одержаними за  $C_{\min}$  та  $C_{\max}$ , виходить за межі похибки ( $15,4 > 13,1$ ). Враховуючи зазначене, визначення мінімуму енергоємності процесу руйнування гірської породи доцільно проводити за трьома параметрами: осьовим статичним навантаженням на вибій, частотою обертання долота та жорсткістю бурильного інструменту.

**Висновки:**

1. Методом раціонального планування експерименту встановлено багатofакторну математичну модель, що пов'язує енергоємність процесу руйнування породи з основними режимними параметрами процесу буріння (осьо-

вим статичним навантаженням на вибій і частотою обертання долота) і параметрами компоновки бурильного інструменту (жорсткістю і коефіцієнтом демпфування). Ця модель має вигляд

$$\bar{W}_{II} = 626,237 \cdot e^{-1,503553 \cdot 10^{-3} \cdot F_{CT}^2} \cdot n^{0,284655} \times (1 + 3,7665635 \cdot 10^{-3} \cdot \beta - 2,9313621 \cdot 10^{-5} \cdot \beta^2) \times (1 - 3,05692 \cdot 10^{-4} \cdot C + 9,54034 \cdot 10^{-8} \cdot C^2).$$

Максимальне значення відносної похибки при використанні математичної моделі склало 13,1%, а її середнє значення – 5,7%.

2. Графіки залежностей енергоємності процесу руйнування гірської породи від параметрів  $C$ ,  $\beta$  бурильного інструменту мають вигляд параболічних гіперболоїдів і характеризуються наявністю мінімаксів.

3. Оскільки різниця між значеннями енергоємності, одержаними за  $\beta_{\min}$  та  $\beta_{\max}$ , знаходиться в межах похибки між експериментальними значеннями та значеннями, визначеними за рівнянням моделі ( $10,7 < 13,1$ ), а різниця між значеннями енергоємності, одержаними за  $C_{\min}$  та  $C_{\max}$ , виходить за межі похибки ( $15,4 > 13,1$ ), то визначення мінімуму енергоємності  $\bar{W}_D$  доцільно проводити за трьома параметрами: осьовим статичним навантаженням на вибій  $F_{CT}$ , частотою обертання долота  $n$  та жорсткістю бурильного інструменту  $C$ .

### *Література*

- 1 Протодяконов М.М. Методика рационального планирования эксперимента [Текст] / М.М.Протодяконов. – М.: Наука, 1970. – 76 с.
- 2 Беликов В.Г. Рациональная отработка и износостойкость шарошечных долот [Текст] / В.Г.Беликов, С.А.Постах. – М.: Недра, 1972. – 149 с.
- 3 Григорян Н.А. Анализ процесса турбинного бурения [Текст] / Н.А.Григорян, Р.Е.Багиров. – М.: Недра, 1982. – 207 с.

4 Потапов Ю.Ф. Разрушение горных пород трехшарошечными долотами малого диаметра / Ю.Ф.Потапов. – М.: Гостоптехиздат, 1961. – 86 с.

5 Яремийчук Р.С. Бурение стволов большого диаметра [Текст] / Р.С.Яремийчук, Л.А.Райхерт. – М.: Недра, 1966. – 174 с.

6 Буровий стенд для дослідження процесу руйнування гірських порід і динаміки бурильного інструменту / Б.Д.Борисевич, В.М.Мойсишин, Р.Б.Щербій, Б.В.Долішній // Розвідка та розробка нафтових та газових родовищ. – 2009. – №3(32). – С. 23-29.

7 Пристрої зміни динаміки буріння на буровому стенді ІФНТУНГ / Б.Д.Борисевич, В.М.Мойсишин, Р.Б.Щербій, Б.В.Долішній // Розвідка та розробка нафтових та газових родовищ. – 2009. – №4(33). – С. 18-23.

*Стаття надійшла до редакційної колегії  
27.02.13*

*Рекомендована до друку  
професором Коцкуличем Я.С.  
(ІФНТУНГ, м. Івано-Франківськ)  
професором Гошовським С.В.  
(УкрНДГРІ, м. Київ)*