УДК 622.691.4

МОДЕЛЮВАННЯ СТАНУ ВНУТРІШНЬОЇ ПОВЕРХНІ МАГІСТРАЛЬНОГО ТРУБОПРОВОДУ

Д.Ф. Тимків, Д.Д. Матієшин, Д.А. Волинський

ІФНТУНГ; 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська,15, тел. (03422) 42166,
e-mail: informatik@nung.edu.ua

У даній роботі авторами розглядається проблема оцінки стану внутрішньої поверхні магістрального трубопроводу шляхом математичного моделювання. Постановка даного завдання пов'язана із явищем старіння систем магістрального транспорту газу та, особливо, їх основного обладнання, що може призводити до небажаних наслідків таких, як відмови чи аварії, та, відповідно втрат природного газу. Автори зазначають про неможливість повноцінного аналізу даної проблеми у лабораторних умовах, віддаючи перевагу математичному моделюванню нестаціонарних процесів у газопроводах. Стан внутрішньої поверхні є одним із факторів, який помітно впливає на нестаціонарні процеси при транспортуванні природного газу. У роботі ставиться за мету створення математичної моделі термогазодинамічних процесів у газопроводі та її реалізації, нехтуючи якнайменшою кількістю несуттєвих зв'язків. У праці застосовується метод, що базується на розв'язку лінеаризованої системи рівнянь неусталеної течії газу у магістральному трубопроводі. Проаналізовано і запропоновано для ефективного контролю зміни внутрішнього стану газопроводу використовувати величину параметру $\hat{k}_1$*, який впливає на нестаціонарні процеси транспортування газу. Визначено, що для цих цілей важливо знати не абсолютну його величину, а величину його зміни у процесі експлуатації трубопроводу.*

Ключові слова: газопроводи, лінеаризований метод, нестаціонарні процеси, гаусівський шум, функції похибок.

В данной работе авторами рассматривается проблема оценки состояния внутренней поверхности магистрального трубопровода путем математического моделирования. Постановка данной задачи связана с явлением старения систем магистрального транспорта газа и, особенно, их основного оборудования, что может приводить к нежелательным последствиям таким, как отказы или аварии, и, соответственно, к потерям природного газа. Авторы отмечают невозможность полноценного анализа данной проблемы в лабораторных условиях, предпочитая математическое моделирование нестационарных процессов в газопроводах. Состояние внутренней поверхности является одним из факторов, который заметно влияет на нестационарные процессы при транспортировке природного газа. В работе ставится цель создания математической модели термогазодинамических процессов в газопроводе и ее реализации, пренебрегая наименьшим количеством несущественных связей. В статье применяется метод, основанный на решении линеаризованной системы уравнений неустановившегося течения газа в магистральном трубопроводе. Проанализировано и предложено для эффективного контроля изменения внутреннего состояния газопровода использовать величину параметра $\hat{k}_1$*, который влияет на нестационарные процессы транспортировки газа. Определено, что для этих целей важно знать не абсолютную его величину, а величину его изменения в процессе эксплуатации трубопровода.*

Ключевые слова: газопроводы, линеаризованный метод, нестационарные процессы, гауссовский шум, функции погрешностей.

This article deals with the problem of assessment of the trunk pipeline inner surface state with the help of mathematical modeling. Statement of this problem relates to the phenomenon of aging of the gas transport systems and, in particular, of their basic equipment, which can lead to such undesirable consequences as the refusal or failure, and, thus, loss of natural gas. The authors point out the impossibility of a full analysis of the problem in the laboratory conditions, giving preferences to mathematical modeling of nonsteady processes in gas pipelines. The inner surface state is one of the factors that considerably influences the nonsteady processes when transporting natural gas. The aim of the study is to create a mathematical model of gas thermodynamic processes in the gas pipeline and its implementation ignoring the least number of non-essential connections. The method based on the solution of linearized equations of unsteady gas flow in the trunk pipeline is used in the study. It is analyzed and suggested to use the parameter $\hat{k}_1$ *for effective control of the gas pipeline internal state change that affects the nonsteady processes of gas transportation. It has been determined that for this purpose it is important to know not its absolute value but the value of its change during the operation of the pipeline.*

Key words: gas pipeline, linear method, nonsteady process, Gaussian noise, functions of errors

Вступ. Газопровідний транспорт України є однією з провідних галузей народного господарства від надійного функціонування якого залежить забезпечення потреб вітчизняних споживачів та транзит природного газу через територію України для Центральної та Західної Європи. Тому підвищення ефективності газотранспортних систем – важлива проблема, яка вимагає невідкладного розв'язання, що полягає у забезпеченні надійної і безаварійної роботи об'єктів магістральних газопроводів. Ця проблема набуває з кожним роком все більшого значення, оскільки газопроводи і компресорні станції старіють, а безаварійний термін експлуатації зменшується. Все це призводить до збільшення кількості відмов газотранспортної системи (ГТС) і до значних втрат газу.

У зв'язку з цими основними заходами, спрямованими на безаварійний транзит газу і його безперебійну подачу споживачам, є:

– зменшення втрат газу в передаварійному і в аварійному режимі;

– оперативне виявлення (локалізація) причини його виникнення;

– оцінка стану трубопроводу з метою збільшення його продуктивності;

– оптимізація режимів роботи ГТС з метою зменшення втрат газу на власні потреби;

– підвищення надійності ГТС за рахунок якісного проведення планово-попереджувальних профілактичних перевірок системи трубопроводів.

Постановка завдання. У даний час велика кількість науковців, наукових шкіл працюють в області розробки моделей, методів і алгоритмів, систем вимірювання, систем проектування і автоматизації процесів у газовій галузі [1,2,3]. Як правило, кожна із вказаних груп розробників переслідує власну мету, яка часто не узгоджується з цілями інших груп. Це призводить до того, що затрачені зусилля і кошти не дозволяють досягнути бажаного результату. Моделі, методи, алгоритми, системи вимірювання, засоби керування і комунікації повинні бути узгодженими за багатьма параметрами, зокрема, за точністю, частотою, повнотою таким чином, щоб забезпечити ефективний режим роботи ГТС. І тому поняття режим роботи ГТС повинно бути об'єднуючим (інтегруючим) для науковців, які працюють у газовій галузі, та забезпечити максимальну системність і ефективність проведення розробок [1,2,3,8].

Результати. Для вивчення факторів, які впливають на характер нестаціонарних процесів у газопроводі, а одним із таких параметрів є стан внутрішньої поверхні трубопроводу, фізичне моделювання слід визнати не ефективним. У лабораторних умовах неможливо створити стенди достатньої довжини і зі значними технологічними схемами та приладами для вивчення перехідних режимів. Експерименти на реальних газопроводах із різним характером перехідних процесів можуть лише дати якісну оцінку залежності, оскільки на різних дільницях газ рухатиметься при різних умовах (тиску, температурі, витраті). Тому єдиним шляхом дослідження є математичне моделювання нестаціонарних процесів у газопроводах.

Для досягнення вказаної мети необхідно створити математичну модель термогазодинамічних процесів у газопроводі та розробити ефективний метод її реалізації. Така модель повинна бути якомога більш загальною, тобто при її створенні слід нехтувати якнайменшою кількістю несуттєвих зв'язків.

У зв'язку з цим в даній статті використано метод, який базується на використанні розв'язку лінеаризованої системи рівнянь неусталеної течії газу по магістральному трубопроводі:

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial P}{\partial x} = \dfrac{4kQ}{\pi D^2} \\ -\dfrac{\partial P}{\partial t} = \dfrac{\partial(\rho\omega)}{\partial x} \\ P = \rho zRT = \rho c^2 \end{cases}, \tag{1}$$

де P – тиск газу,

ρ – густина газу,

z – середній коефіцієнт стиснення,

T – середня температура газу,

R – газова стала,

c – швидкість звуку в газі.

Випишемо розв'язок системи (1) відносно тиску газу в точці $x = L$ для граничних умов $P(0,t)$ і $Q(L,t)$, які відповідають підключенню до ділянки газопроводу споживача газу. Взагалі всі результати, які тут будуть отримані, легко поширити на будь-який вид граничних умов ділянки газопроводу.

$$P(L,t) = \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k e^{-k_2(2k-1)^2 t} + \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{4k_2(2k-1)}{\pi} \times \right. \tag{2}$$

$$\left. \times \int_0^t \left[(-1)^{k-1} P(0,\tau) - \frac{8Lc^2 Q(L,\tau)}{\pi^2 D^2 k_2 (2k-1)} \right] e^{-k_2(2k-1)^2(t-\tau)} d\tau \right\},$$

де $k_2 = \left(\dfrac{\pi}{2L}\right)^2 \dfrac{c^2}{k}$,

k – коефіцієнт лінеаризації.

Значення тиску в момент часу $t = T$, яке розраховується за формулою (2), залежить від значень тиску і витрати газу не тільки в даний момент часу $\tau = T$, але і в попередні моменти $t < T$. Тому даний проміжок часу *T*, протягом якого вимірюються значення витрати і тиску газу для розрахунку за формулою (2), називається часом спостереження. Від величини цього часу залежить не тільки точність розрахунків, а й справедливість обраного методу розрахунку [7]. Час спостереження *T* не слід вибирати малим, оскільки при цьому на розв'язок будуть сильно впливати початкові умови, які точно визначити неможливо. Оцінимо час затухання початкових умов $T_н$ (початок часу затухання), які відповідають першому доданку в (2). Оцінимо цей час для випадку лінійної залежності початкових умов:

$$P(x,0) = P_1 + \frac{P_2 - P_1}{L} x, \tag{3}$$

де P_1 і P_2 – тиски газу на початку і в кінці ділянки відповідно. Тоді з нерівності

$$\sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k e^{-k_2(2k-1)^2 T_н} \le e^{-k_2 T_н} \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k = P_2 e^{-k_2 T_н} << P_2 \tag{4}$$

отримуємо умову затухання початкових умов з точністю ε:

$$T_н \ge \frac{1}{k_1}\ln\left(\frac{1}{\varepsilon}\right). \qquad (5)$$

Для ділянки магістрального газопроводу при $\varepsilon = 1\%$ $T_н$ коливається в межах 1÷3 години. Тому час спостереження слід вибирати $T \ge T_н$.

З іншого боку, час спостереження не повинен перевищувати час кореляції тиску газу τ_k, який характеризує статистичний взаємозв'язок між вимірюваними величинами. Протягом цього часу значення тиску газу сильно корельовані, тому їх можна вважати невипадковими функціями часу і враховувати випадкову складову, обумовлену тільки похибкою вимірювання апаратури. В іншому випадку таке припущення невірне і математичний апарат оцінки шуканого коефіцієнта k_1 ускладнюється і відповідно значно збільшується час спостереження T для досягнення заданої точності розрахунків. При цьому сильно падає оперативність розрахунків. Тому отримуємо наступне обмеження для часу спостереження

$$T_н \le T \le \tau_k. \qquad (6)$$

Оскільки для магістральних газопроводів $\tau_k = 0{,}5 \div 2$ доби, то

$$(1 \div 3)\tau \le T \le (0{,}5 \div 2) \text{ доби.}$$

Крім цього передбачається, що коефіцієнт k_2 за час розрахунку T не зазнає сильних змін, що зазвичай виконується, оскільки процес засмічення трубопроводу досить повільний.

Для таких значень часу спостереження граничні умови можна представити у вигляді:

$$\begin{cases} P(0,t) = P_1(t) + n_1(t) \\ Q(L,t) = Q_2(t) + N(t) \end{cases}, \qquad (7)$$

де $P_1(t)$ і $Q_2(t)$ – невипадкові значення тиску і витрати газу на початку і в кінці ділянки газопроводу відповідно;

$n_1(t)$, $N(t)$ – випадкові похибки, зумовлені похибкою манометра на початку ділянки газопроводу і витратоміра в кінці газопроводу.

Як показано в [4,5,6,10] ці похибки з високою точністю можна вважати білим гаусівським шумом зі спектральними інтенсивностями $\frac{n_{01}}{2}$ і $\frac{N_0}{2}$, причому кореляційні функції цих похибок дорівнюють

$$\begin{cases} K_n(\tau) = \frac{n_{01}}{2}\delta(\tau) \\ K_N(\tau) = \frac{N_0}{2}\delta(\tau) \end{cases}. \qquad (8)$$

Розв'язок системи рівнянь (1) з граничними умовами (7) можна представити у вигляді:

$$P_2(t) = s(t,\chi) + n_2(t) + m(t), \qquad (9)$$

$$\chi = \frac{c^2}{k} = \frac{P_{cp}}{k_1 Q_{cp}}, \qquad (10)$$

де $P_2(t)$ – тиск газу в кінці ділянки газопроводу;

$s(t,\chi)$ – розв'язок системи (1) для невипадкових граничних умов $P_1(t)$ і $Q_2(t)$, який дорівнює виразу (2), якщо в ньому $P(0,t)$ і $Q(L,t)$ замінити на $P_1(t)$ і $Q_1(t)$;

$n_2(t)$ – випадкова похибка вимірювання величини $P_2(t)$;

$m(t)$ – результат перетворення похибок $n_1(t)$ і $N(t)$ при розв'язанні системи рівнянь з граничними умовами (7).

Іншими словами, $m(t) = s(t,\chi,n_1(t),N(t))$ – є виразом, в якому $P(0,t)$ і $Q(L,t)$ замінені на $n_1(t)$ і $N(t)$ відповідно. Оскільки функція $s(t,\chi)$ є лінійною відносно $n_1(t)$ і $N(t)$, то похибка $m(t)$ теж є гауссівською. Кореляційна функція цієї похибки за визначенням дорівнює

$$K_m(\tau) = \overline{s(t,\chi)s_\tau(t,\chi)}. \qquad (11)$$

Після доволі громіздких перетворень з врахуванням властивостей кореляційних функцій похибок (9) і (10) отримано:

$$K_m(\tau) = D_0 e^{-k_2|\tau|}, \qquad (12)$$

$$D_0 = \sigma_{p1}^2 + \left(\frac{4c^2L}{\pi D^2\chi}\right)\sigma_{Q_2}^2, \qquad (13)$$

де σ_{p1}, σ_{Q2} – похибки вимірювання тиску і витрати газу приладом.

Таким чином, кореляційна функція всієї похибки в (2) буде дорівнювати:

$$K_w(\tau) = K_{n_2}(\tau) + K_m(\tau) = \frac{n_{02}}{2}\delta(\tau) + D_0 e^{-k_2(\tau)}. \qquad (14)$$

Оцінку коефіцієнта k_1 розіб'ємо на два етапи: оцінка коефіцієнта χ, обернено пропорційного коефіцієнту лінеаризації k та визначення k_1 з формули (5).

Для отримання оцінки $\hat{\chi}$, а відповідно і $\hat{k}_1$ використовуємо метод максимальної правдоподібності. Запишемо логарифм функції правдоподібності для $P_2(t)$ (9):

$$L(\chi) = \ln\Lambda(\chi) =$$

$$= \int_0^T dt \int_0^T s(t,\chi) Q_w(t,u)\left[P_2(u) - \frac{1}{2}s(u,\chi)\right]du, \qquad (15)$$

де T – час спостереження $P_2(t)$;

$Q_w(t,u)$ – функція, обернена $K_w(t,u)$, що задовольняє рівняння:

$$\int_0^T K_w(x,z) Q_w(\upsilon,x)dx = \delta(z-\upsilon). \qquad (16)$$

Фізичний зміст функції $Q_w(t,u)$ можна з'ясувати зі співвідношення:

$$Q_w(t,u) = \int_0^T h(\tau,t)h(\tau,u)d\tau, \qquad (17)$$

де $h(\tau,u)$ – характеристика «відбілюючого фільтра».

Для визначення функції $Q_w(t,u)$ використовуємо наступне представлення похибки $m(t)$:

$$m(t) = m_1(t) + m_2(t), \qquad (18)$$

яке випливає з її визначення за формулою (3), в якій $P(0,t)$ і $Q(L,t)$ замінені на $n_1(t)$ і $N(t)$.

Оцінку величини тиску на ділянці трубопроводу можна апроксимувати виразом

$$P(x,t) = P_0\left(1 - e^{-\frac{t-\frac{x}{c}}{t_0}}\right)e^{-\frac{kx}{2c}}, \qquad (19)$$

де $P_0 = \dfrac{2cQ_0}{\pi D^2}$,

c – швидкість звуку в газі,

Q_0 – масова витрата на ділянці,

D – діаметр трубопроводу,

t_0 – час наростання хвилі тиску.

Тоді, використовуючи перехідні характеристики ділянки трубопроводу для цих граничних умов, маємо:

$$S(w) = \frac{2cQ_0}{\pi D^2 w(wt_0 + 2)}. \qquad (20)$$

Оцінка параметру t_0 для випадку ділянки, де визначається коефіцієнт k_1 буде:

$$t_0 = \frac{Q_0}{DP_x}, \qquad (21)$$

де P_x – початковий тиск на даній ділянці.

Характеристику (20) приведено у формі перетворення Лапласа. Відомо [8,9,11], що спектральну густину вихідного сигналу можна виразити через спектральну густину вхідного сигналу і перехідну характеристику фільтра:

$$S_y(w) = |h(iw)|^2 S_x(w). \qquad (22)$$

Використовуючи це співвідношення і формули (13)÷(15), одержимо:

$$S_m(w) = S_{m1}(w) + S_{m2}(w) = \\ = \frac{n_{01}}{2}|h_1(iw)|^2 + \frac{N_0}{2}|h_2(iw)|^2. \qquad (23)$$

Тут використовувалося припущення про незалежність вимірювань тиску і витрати газу, що є справедливим, оскільки вимірювання проводиться різними приладами, що мають незалежні похибки. В загальному випадку вимірювання тиску проводяться приладами з різними характеристиками n_{01} і n_{02}.

Спектральна густина всієї похибки буде:

$$S_w(w) = S_{n2}(w) + S_m(w) = \frac{n_{02}}{2} + S_m(w), \qquad (24)$$

де n_{02} – характеризує манометр, встановлений в кінці ділянки газопроводу.

Після перетворень цього виразу маємо

$$S_w(w) = \frac{n_{02}}{2} \times \qquad (25)$$

$$\times\left[1 + m\frac{a_1^2 + \frac{a_2}{2}\left[sh^2 a_1 \cos^2 a_1 + ch^2 a_1 \sin^2 a_1\right]}{a_1^2\left[ch^2 a_1 \cos^2 a_1 + sh^2 a_1 \sin^2 a_1\right]}\right],$$

де

$$a_1 = L\sqrt{\frac{w}{2\chi}}, \qquad (26)$$

$$a_2 = \frac{N_0}{n_{01}}\left(\frac{4Lc^2}{\pi D^2 \chi}\right), \qquad (27)$$

$$m = \frac{n_{01}}{n_{02}}. \qquad (28)$$

Перетворимо вираз (27). Для цього використаємо співвідношення $\dfrac{N_0}{n_{01}} = \dfrac{\sigma_Q^2}{\sigma_{P_1}^2}$.

З лінеаризованого рівняння стаціонарної течії газу отримаємо:

$$P_1 - P_2 = \left(\frac{4Lc^2}{\pi D^2 \chi}\right)Q. \qquad (29)$$

Тепер формула (27) прийме вигляд:

$$a_2 = (1-\nu)^2\left(\frac{\delta Q_0}{\delta P_0}\right)^2, \qquad (30)$$

де $\nu = P_2 / P_1$;

δQ_0, δP_0 – відносні похибки вимірювання витрати і тиску газу.

Оскільки кореляційна функція всієї похибки (14) швидко затухає з часом (час затухання $T_н$ значно менше часу спостереження T), то межі інтегрування в (16) можна замінити нескінченними. Після цього одержимо співвідношення для спектральних густин:

$$S_Q(w) = \frac{1}{S_w(w)}, \qquad (31)$$

$$Q_w(t-u) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_Q(w)e^{iw(t-u)}dw. \qquad (32)$$

Розкладемо (16) за степенями a_1 з точністю до a_1^4. Оцінки свідчать, що при розкладі в ряд член, пропорційний a_1^4, достатньо малий для спектра частот, що мають місце в газопроводі, тобто для частот коливань з періодом $T \geq 4$ години відкидання члена $O(a_1^4)$ призводить до похибки, що не перевищує 5 %. Тоді з (16) і (31) одержимо:

$$S_Q(w) = \frac{2}{n_{02}}\left[1 - \frac{2bc_1}{w^2 + c_1^2}\right]. \qquad (33)$$

Використовуючи (32), остаточно одержимо:

$$Q_w(t-u)=\frac{2}{n_{02}}\left[\delta(t-u)-be^{-c_1|t-u|}\right], \qquad (34)$$

де

$$c_1=\frac{\chi}{L^2}\sqrt{6(1+\Lambda)}\,, \qquad (35)$$

$$b=\frac{c_1}{2}\cdot\frac{\Lambda}{1+\Lambda}\,, \qquad (36)$$

$$\Lambda=m(1+a_2)=m\left[1+(1-\nu)^2\left(\frac{\delta Q_0}{\delta P_0}\right)^2\right]. \qquad (37)$$

Підставляючи (33) в (15) одержимо функціонал з точністю до постійного множника:

$$L(\chi)=\int_0^T\left\{\left[P_2(t)-\frac{1}{2}s(t,\chi)\right]\times\right.$$
$$\left.\times\left[s(t,\chi)-b\int_0^T s(u,\chi)e^{-c_1|t-u|}du\right]dt\right\}. \qquad (38)$$

Для практичних розрахунків використовується кінцево-різницевий вигляд цієї формули. При цьому значення спектральних інтенсивностей будуть дорівнювати:

$$\begin{cases} n_{0i}=\sigma_{Pi}^2\Delta t,\ i=1{,}2 \\ N_0=\sigma_Q^2\Delta t \end{cases}, \qquad (39)$$

де Δt – крок дискретизації вимірювань.

Оптимальна, асимптотично незміщена оцінка одержується максимізацією по χ функції (28).

Проведемо оцінку точності визначення $\hat{\chi}$ і $\hat{k}$ за запропонованим методом.

Дисперсія похибки оцінки $\hat{\chi}$ визначається наступним чином:

$$\sigma_\chi^2=M\left[\frac{1}{T}\int_0^T\left[\hat{\chi}-\chi_{icm}\right]^2dt\right], \qquad (40)$$

де M – оператор математичного сподівання;

χ_{icm} – істинне значення χ.

Безпосередньо розрахувати дисперсію похибки σ_χ^2 за цією формулою неможливо через нелінійність по χ формули (12), а, відповідно, і формули (26). Тому проведемо оцінку точності методу визначення $\hat{\chi}$ і $\hat{k}_1$ для псевдостаціонарної формули:

$$s(t,\eta)=s_0(\eta)=P_1-\eta Q_2\,, \qquad (41)$$

де

$$\eta=\frac{4Lc^2}{\pi D^2\chi}\,, \qquad (42)$$

Тоді формула (2) перепишеться так:

$$P_2(t)=s_0(\eta)+n_2(t)+m(t)\,. \qquad (43)$$

Підставляючи (43) в (38), а потім диференціюючи (38) по η і використовуючи (41), одержимо оцінку $\hat{\eta}$:

$$\hat{\eta}=\frac{P_1}{Q_2}-\frac{\frac{1}{T}\int_0^T P_2(t)\left\{1-\frac{b}{c_1}\left[2-e^{-c_1t}-e^{-c_1(T-t)}\right]\right\}dt}{Q_2\left[1-\frac{2b}{c_1}+\frac{2b}{c_1^2T}\left(1-e^{-c_1T}\right)\right]}, \qquad (44)$$

але

$$\eta_{icm}=\frac{P_1-P_2}{Q_2}\,, \qquad (45)$$

Підставляючи (44) і (45) у формулу (40) і застосовуючи оператор математичного сподівання, отримаємо:

$$\sigma_\eta^2=\left\{\frac{1}{T^2}\int_0^T\!\!\int\left\{K_w(t-u)\left(1-\frac{b}{c_1}\left[2-e^{-c_1t}-e^{-c_1(T-t)}\right]\right)\times\right.\right.$$
$$\left.\left.\left(1-\frac{b}{c_1}\left[2-e^{-c_1u}-e^{-c_1(T-u)}\right]\right)dtdu\right\}\right\}\times$$
$$\times\left\{Q_2^2\left[1-\frac{2b}{c_1}+\frac{2b}{c_1^2T}\left(1-e^{-c_1T}\right)\right]^2\right\}^{-1}. \qquad (46)$$

Нехай час спостереження $T=1$ доба. Тоді для ділянок магістральних газопроводів будуть справедливими наступні співвідношення, одержані з формул (5), (35) і (37):

$$\frac{1}{c_1T},\frac{1}{k_2T}<<1\,, \qquad (47)$$

відповідно

$$e^{-c_1T},e^{-k_2T}<<1\,. \qquad (48)$$

Підставимо значення кореляційної функції похибки в (46) з урахуванням (48). Після перетворень отримаємо вираз:

$$\delta\chi=\frac{\sigma_\chi}{\chi}=\sqrt{\frac{2\left[\left(\delta P_0\right)^2\left(1+\frac{k_2\Delta t}{4}\right)+\left(\delta Q_0\right)^2\right]}{k_2T(1-\nu^2)}}\,, \qquad (49)$$

враховуючи, що $\delta\eta=\delta\chi$, що слідує з (42).

Якщо вздовж ділянки газопроводу є проміжний пункт вимірювання тиску газу, то можна обійтися без вимірювання витрати газу і точність оцінки коефіцієнта лінеаризації підвищиться:

$$\delta\chi=2\delta P_0\sqrt{\frac{1+\frac{k_2\Delta t}{4}}{k_2T(1-\nu^2)}}\,, \qquad (50)$$

оскільки

$$\delta P_0<\delta Q_0\,. \qquad (51)$$

Викладену теорію оптимальної оцінки величини $\delta\chi$ можна поширити на випадок супутніх відборів газу. При цьому зміниться формула (5) і з'явиться додаткова похибка в (2), обумовлена похибкою вимірювання значень відборів газу.

З формули (5) слідує, що шуканий коефіцієнт буде визначатися наступним чином:

$$\hat{k}_1 = \frac{P_{cp}}{\hat{\chi} Q_{cp}} . \qquad (52)$$

Розрахуємо величину Q_{cp}. Для цього проінтегруємо друге рівняння системи (1) по координаті x в межах $(0, L)$ і розділимо обидві частини рівності на L:

$$Q(0,t) = Q(L,t) + \frac{\pi D^2 L}{4c^2} \cdot \frac{dP_{cp}(t)}{dt} , \qquad (53)$$

де

$$P_{cp}(t) = \frac{1}{L}\int_0^L P(x,t)dx .$$

Розділимо (53) на T і проінтегруємо по часу в межах $(0, T)$:

$$Q_{1,cp} = Q_{2,cp} + \frac{\pi D^2 L}{4c^2 T}\left[P_{cp}(T) - P_{cp}(0)\right]. \quad (54)$$

Тут другий доданок характеризує акумулюючу здатність ділянки газопроводу протягом часу спостереження. Оскільки витрата газу в кінці ділянки вимірюється, то середнє значення витрати газу по ділянці протягом часу T буде дорівнювати:

$$Q_{cp} = \frac{1}{2}\left[Q_{1,cp} + Q_{2,cp}\right] = \qquad (55)$$

$$= Q_{2,cp} + \frac{\pi D^2 L}{8c^2 T}\left[P_{cp}(T) - P_{cp}(0)\right] \equiv Q_{2,cp} + \Delta Q .$$

За цією формулою розраховується величина Q_{cp}, що входить в формулу (52).

Середнє значення тиску газу на ділянці газопроводу за час спостереження T визначається за відомою формулою:

$$P_{cp} = \frac{2}{3}\left[P_{1,cp} + \frac{P_{2,cp}^2}{P_{1,cp} + P_{2,cp}}\right]. \qquad (56)$$

Тепер оцінимо середньоквадратичну похибку визначення коефіцієнта $\hat{k}_1$. З формули (52) для відносних значень похибок отримаємо:

$$\delta \hat{k}_1 = \sqrt{\left(\delta \hat{\chi}\right)^2 + \left(\delta P_{cp}\right)^2 + \left(\delta Q_{cp}\right)^2} , \qquad (57)$$

оскільки похибка визначення інших параметрів, що визначають $\hat{k}_1$, значно менша розглянутих.

Похибка, зумовлена похибкою вимірювальної апаратури, зменшується в $\sqrt{\frac{T}{\Delta t}}$ разів при усередненні вимірюваного параметра протягом часу T при кроці дискретизації вимірювань Δt. Тоді

$$\delta P_{cp} = \delta P_0 \sqrt{\frac{\Delta t}{T}} . \qquad (58)$$

З виразу (55) слідує:

$$\left(\delta Q_{cp}\right)^2 = \left(\frac{\Delta Q_{2,cp}}{Q_{cp}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta(\Delta Q)}{Q_{cp}}\right)^2 = \qquad (59)$$

$$= \left(\delta Q_0 \sqrt{\frac{\Delta t}{T}}\right)^2 + \left(\delta Q\right)^2 .$$

Оцінимо останній доданок в цьому виразі

$$\delta Q = \frac{\Delta(\Delta Q)}{Q_{cp}} = \frac{\Delta(\Delta Q)}{P_{cp}} \cdot \frac{P_{cp}}{Q_{cp}} = \qquad (60)$$

$$= \frac{\pi D^2 L}{8c^2 T} \cdot \frac{\Delta\left[P_{cp}(T) - P_{cp}(0)\right]}{P_{cp}} \cdot \frac{P_{cp}}{Q_{cp}} \approx \frac{\pi D^2 L}{4c^2 T} \cdot \delta P_0 .$$

Тому, підставляючи (60) в (59), одержимо

$$\delta Q_{cp} = \delta Q_0 \sqrt{\frac{\Delta t}{T}} + \frac{\pi D^2 L}{4c^2 T} \cdot \delta P_0 . \qquad (61)$$

Проведемо оцінку цієї величини для лінійної ділянки магістрального газопроводу високого тиску при $T = 24$ години, $\Delta t = 1$ година:

$$\delta Q_{cp} = 0{,}2\delta Q_0 + 0{,}1\delta P_0 . \qquad (62)$$

Тоді отримаємо остаточну формулу похибки оцінки $\hat{k}_1$:

$$\delta \hat{k}_1 = \sqrt{\left(\delta \hat{\chi}\right)^2 + \frac{\Delta t}{T}\left[\left(\delta P_0\right)^2 + \left(\delta Q_0\right)^2\right]}, \quad (63)$$

де $\delta \hat{\chi}$ оцінюється за формулою (49).

Розглянутий статистичний метод оцінки коефіцієнта $\hat{k}_1$ дає оптимальний розв'язок.

Похибка розрахунку коефіцієнта $\hat{k}_1$ за даними експериментальних вимірювань режимів ділянки газопроводу становить 2,5 %, що доводить високу точність розрахунків за розробленим методом.

Описаний метод статистичної ідентифікації коефіцієнта $\hat{k}_1$ по суті справи зводить до мінімуму похибку розрахунку, зумовлену неточністю вимірювальної апаратури, що застосовується. Однак, сама модель транспорту газу на ділянці газопроводу є наближеною. Як відомо, для ділянок газопроводу з перепадом тиску $P_1/P_2 < 2$, неточність лінеаризованої моделі не перевищує 5%. Отже, неточність розрахунку коефіцієнта лінеаризації, зумовлена похибкою вимірювальної апаратури (2,5%), менша неточності моделі.

Для цілей контролю зміни внутрішнього стану газопроводу важливо знати не абсолютну величину параметра $\hat{k}_1$, а величину його зміни в процесі експлуатації трубопроводу. В цьому випадку систематичні похибки не впливають на результат, який нас цікавить. Тому вплив похибки, зумовленої неточністю моделі, на величину зміни коефіцієнта значно зменшується. Таким чином, застосування запропонованого методу ідентифікації $\hat{k}_1$ стає досить ефективним для цілей контролю зміни стану внутрішньої поверхні трубопроводу.

Висновки

В статті проаналізовано і запропоновано для контролю зміни внутрішнього стану газопроводу використовувати величину параметру $\hat{k}_1$, який впливає на нестаціонарні процеси в магістральних трубопроводах.

Література

1 Трубопровідний транспорт газу / М. П. Ковалко, В. Я. Грудз, В. Б. Михалків та ін. – К.: АренаЕКО, 2002. – 600 с.

2 Трубопроводный транспорт газа / С. А. Бобровский, С. Г. Щербаков, Е. И. Яковлев и др. – М.: Наука, 1976. – 491 с.

3 Мазур И. И. Безопасность трубопроводных систем / И. И. Мазур, О. М. Иванцов. – М.: ИЦ «ЕЛИМА», 2004. – 1104 с.

4 Жидкова М. А. Переходные процессы в магистральных газопроводах / М. А. Жидкова. – К.: Наукова думка, 1979. – 255 с.

5 Зайдель А. Н. Элементарные оценки ошибок измерений / А. Н. Зайдель. – М.: Наука, 1968.

6 Байхельт Ф. Надежность и техническое обслуживание. Математический поход / Ф. Байхельт, П. Франкен; пер. с нем. – М.: Радио и связь, 1988. – 392 с.

7 Бахвалов И. С. Численные методы / И. С. Бахвалов. – М.: Наука, 1973. – 631 с.

8 Грудз В. Я. Обслуживание газотранспортных систем / В. Я. Грудз. – К.: УМК ВО, 1991. – 157 с.

9 Грудз В. Я. Технічна діагностика трубопровідних систем / В. Я. Грудз, Я. В. Грудз, В. В. Костів та ін. – Івано-Франківськь: Лілея-НВ, 2012. – 511 с.

10 Грудз В. Я. Обслуговування і ремонт газопроводів / В. Я. Грудз, Д. Ф. Тимків, В. Б. Михалків, В. В. Костів. – Івано-Франківськь: Лілея-НВ, 2009. – 711 с.

11 Корн Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1970. – 720 с.

Стаття надійшла до редакційної колегії
22.04.14
Рекомендована до друку
*професором **Грудзом В.Я.***
(ІФНТУНГ, м. Івано-Франківськ)
*д-ром техн. наук **Зайцевим В.В.***
(Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова, м. Миколаїв)