

# Техніка і технології

УДК 622.24.058

## ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНЬ ЗГИНУ В ПЕРЕРІЗАХ КОЛОНИ НАСОСНО-КОМПРЕСОРНИХ ТРУБ ЗА ГЕОМЕТРИЧНИМИ ПАРАМЕТРАМИ ЇЇ ПРОСТОРОВОЇ ДЕФОРМАЦІЇ

Я.С. Гриджук

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (0342) 717967,  
e-mail: jaroslav.gridzhuk@gmail.com

Викладено позицію автора щодо можливості визначення напружень згину в колоні насосно-компресорних труб підземних сховищ газу за результатами експериментальних досліджень їх динаміки. Інтенсивні коливання колони насосно-компресорних труб за рахунок неусталених газодинамічних процесів, що мають місце як при відборі, так і при закачуванні газу є однією з причин самовідгвинчування труб. На підставі багаторічного досвіду експлуатації ліфтових колон, теоретичних та експериментальних досліджень встановлено, що саме під час вібрацій виникають сприятливі умови для самовільного відгвинчування насосно-компресорних труб та втомного руйнування їх конструктивних елементів. Через це актуальною є проблема визначення напружень в перерізах колони насосно-компресорних труб за параметрами їх коливань. У стислій формі подано спосіб розрахунку, запропоновано основні аналітичні залежності для визначення напружень.

Ключові слова: колона насосно-компресорних труб, динамічні навантаження, вібрація, напруження.

Изложена позиция автора о возможности определения напряжений изгиба в колонне насосно-компрессорных труб подземных хранилищ газа по результатам экспериментальных исследований их динамики. Интенсивные колебания колонны насосно-компрессорных труб за счет неустановившихся газодинамических процессов, существующих как при отборе, так и при закачке газа, являются одной из причин самоотвинчивания труб. На основании многолетнего опыта эксплуатации лифтовых колонн, теоретических и экспериментальных исследований установлено, что именно при вибрации возникают благоприятные условия для самопроизвольного отвинчивания насосно-компрессорных труб и усталостного разрушения их конструктивных элементов. Поэтому проблема определения напряжений в сечениях колонны насосно-компрессорных труб по параметрам их колебаний является актуальной. В краткой форме представлен способ расчета, предложены основные аналитические зависимости для определения напряжений.

Ключевые слова: колонна насосно-компрессорных труб, динамические нагрузки, вибрация, напряжение.

The author's attitude concerning the possibility of defining the bending stresses in the underground gas storages tubing in accordance with the results of the experimental researches of their dynamics is stated. Intensive tubing oscillations due to unsteady gas dynamic processes that occur both when extracting and injecting gas are considered to be one of the reasons of the tubing self-unsrewing. On the basis of the long-term tubing operating experience, as well as on the theoretical and experimental researches, it was found out that favorable conditions for tubing self-unsrewing and fatigue breakdown of its structural elements occur during vibrations. Because of this, the problem of defining the stresses in the tubing sections in accordance with their oscillation parameters is supposed to be a topical one. The way of calculation is provided in a condensed form and the main analytical dependences for determination of stresses are suggested.

Keywords: tubing, dynamic load, vibration, stress.

**Вступ.** Під час відбору чи закачування газу у природні сховища газу (ПСГ) через свердловину колона насосно-компресорних труб (НКТ) знаходиться під дією комплексу навантажень, які за певних обставин призводять до втрати її стійкості, тобто відхилення пружної лінії колони НКТ від осі свердловини. Внаслідок таких відхилень у поперечних перерізах НКТ вини-

кають напруження згину, які є ключовими при розрахунках на міцність та довговічність. Тому для точної та об'єктивної оцінки напружено-деформованого стану колони НКТ необхідно мати достовірну інформацію про експлуатаційні навантаження, що діють на її перерізи та геометричні параметри її деформації. Під експлуатаційною навантаженістю колони НКТ як

складної механічної системи розуміється сукупність чинників, які впливають на її працездатність. Аналіз експлуатаційної навантаженості є одним з необхідних етапів проектування, експлуатації та обслуговування НКТ.

Як основний фактор впливу на колону НКТ розглядається силова навантаженість, що описується величинами напружень і деформацій, які виникають в її елементах. Найбільш достовірні дані щодо силової навантаженості можуть бути отримані в результаті статистичної обробки результатів натурних експериментів, отриманих за допомогою тензометрування в різних режимах експлуатації об'єкта [1]. Подібний підхід має ряд істотних недоліків, таких, як високі матеріальні витрати на проведення експерименту, необхідність виготовлення серії натурних зразків і, таким чином, неможливий для застосування на ранніх стадіях розробки, коли вартість внесення змін у конструкцію мінімальна.

Альтернативною методикою оцінки експлуатаційної навантаженості колони НКТ є моделювання динамічних процесів, яке, в основному, зводиться до складання та розв'язку системи диференціальних рівнянь [2, 3]. Колона НКТ є складною механічною системою, яка складається з великої кількості послідовно з'єднаних труб. Точний розв'язок системи диференціальних рівнянь, кількість яких відповідатиме кількості труб, на даний час вимагає наявності аналітичних залежностей, якими можна було б описати деформації колони НКТ. Тому отримання аналітичних залежностей для визначення параметрів пружної лінії колони НКТ є актуальною та практичною задачею, вирішення якої в подальшому дасть можливість точно оцінити міцність та довговічність її елементів.

**Аналіз сучасних закордонних і вітчизняних досліджень і публікацій.** На даний час існує відносно невелика кількість досліджень, які присвячені вивченню рівноваги та руху ділянок колони насосно-компресорних труб у свердловині. Вирішені задачі в основному мають частковий характер, що не дає можливості створити узагальнену модель колони НКТ, яка б враховувала вплив геометричних та силових факторів на напружено-деформований стан її елементів. Використовуючи експериментальні методи дослідження, діючі навантаження та малі відносні деформації колони НКТ можна отримати шляхом тензометрування [4]. За зареєстрованою тензодавачами відносною деформацією можна встановити діючі напруження та навантаження. Що ж стосується великих просторових деформацій, то їх параметри більш доцільно визначати шляхом віброметрії [5] за допомогою подальших процедур відповідних перетворень.

Отримані у роботі [6] результати експериментальних досліджень викликають практичний інтерес, оскільки їх можна використати для вирішення конкретних задач, пов'язаних з визначенням параметрів пружної лінії колони

НКТ, згинальних моментів та напружень в довільному перерізі цієї колони. Шляхом віброметрії експериментально визначено максимальні вібропереміщення, віброшвидкості та віброприскорення поперечних перерізів ліфтової колони під час відбору та під час закачування газу через свердловину № 241, а також під час заповнення сховища газом через свердловину №34 на Більче-Волицько-Угерському ПСГ філії УМГ "Львівтрансгаз". За результатами експериментальних досліджень, наведених в [6], встановлено, що із зростанням глибини розташування давачів, в цілому, амплітуди вібропереміщень, віброшвидкостей і віброприскорень збільшуються. Однак, залежності зазначених параметрів вібрацій від глибини встановлення давачів не є монотонними.

Докладніше залежності максимальних вібропереміщень поперечних перерізів ліфтових колон від поздовжніх координат цих перерізів ілюструють графіки, подані на рис. 1. Наведені криві показують, що існує загальна тенденція до збільшення амплітуд прогинів  $y_i$  і  $z_i$   $i$ -их центрів поперечних перерізів колони НКТ при переході від верхніх труб колони до нижніх вздовж осі  $x$ . Почергове зростання та спадання функцій  $y(x)$  і  $z(x)$  (рис. 2 – 4) свідчить про те, що на амплітуди вібрацій суттєво впливає взаємодія ліфтової колони з обсадною, обумовлена криволінійністю осі свердловини та її відхиленням від вертикалі. Більші амплітуди прогинів та вібрацій одержані для режимів відбору газу, менші – для режимів закачування. У випадку інтенсивних вібрацій ліфтової колони основну роль у динамічному процесі відіграє її нижня частина.

Із результатів теоретичних досліджень [7] відомо, що для колони НКТ, яка складається із великої кількості послідовно з'єднаних між собою труб, точно визначити форму пружної лінії досить складно, а в ряді випадків практично неможливо. Диференціальне рівняння згину кожної ділянки після інтегрування містить дві довільні постійні, а тому якщо колона НКТ матиме  $n$  ділянок, тоді потрібно буде спільно розв'язати  $2n$  рівнянь для визначення  $2n$  постійних інтегрування. При цьому, вираз для визначення згинального моменту, що діятиме на кожну наступну ділянку НКТ, цілком включатиме в себе вираз згинального моменту попередньої ділянки і відрізнятиметься від нього на величину нової складової. Також складно точно задати граничні умови на кінцях ділянок НКТ у випадку неспівпадання осі колони та свердловини, особливо для викривлених ділянок та ділянок змінної жорсткості. Практика розрахунків пружних систем які перебувають під дією змінних динамічних навантажень [8], показує, що задачу про пружну лінію колони НКТ постійної чи змінної жорсткості слід розглядати спільно із задачею про визначення частот власних коливань колони. В таких випадках, крім універсального рівняння пружної лінії колони НКТ слід застосувати і спосіб визначення власних частот коливань колони, як системи із багатьма степенями вільності.

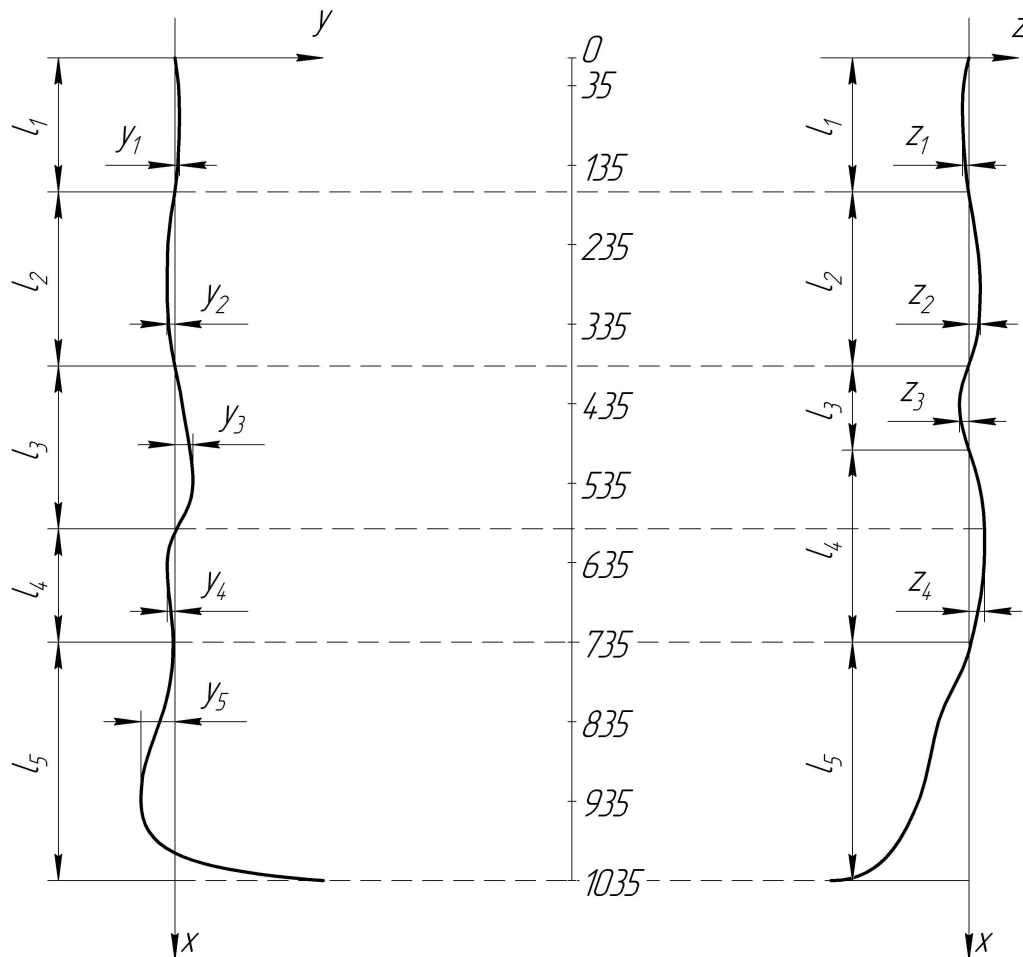
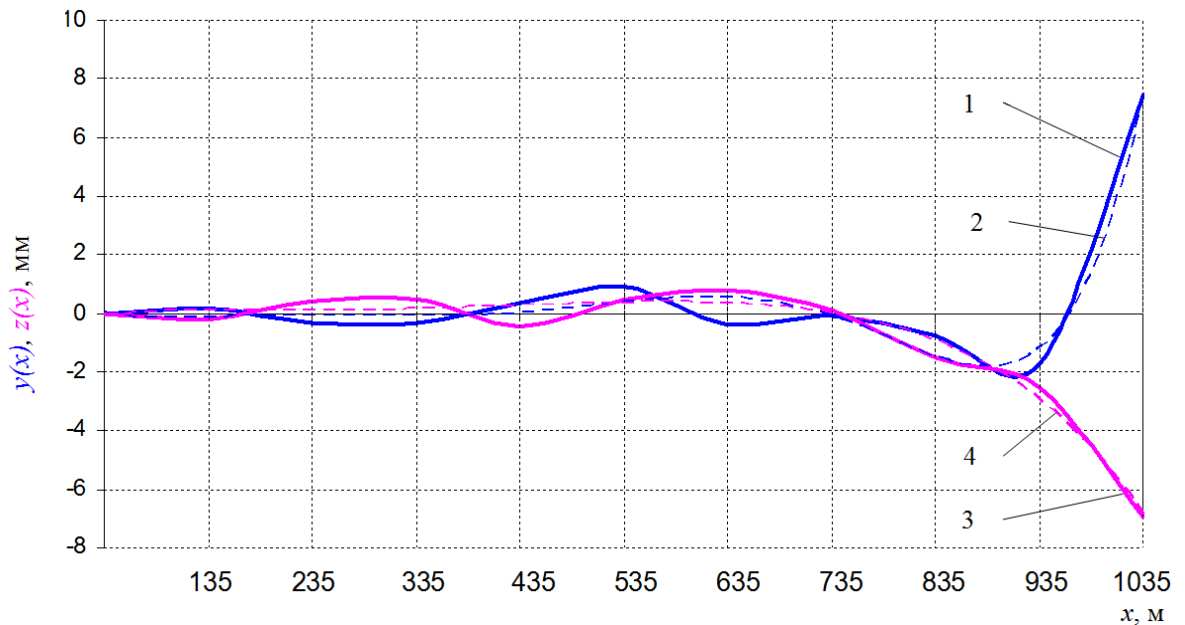
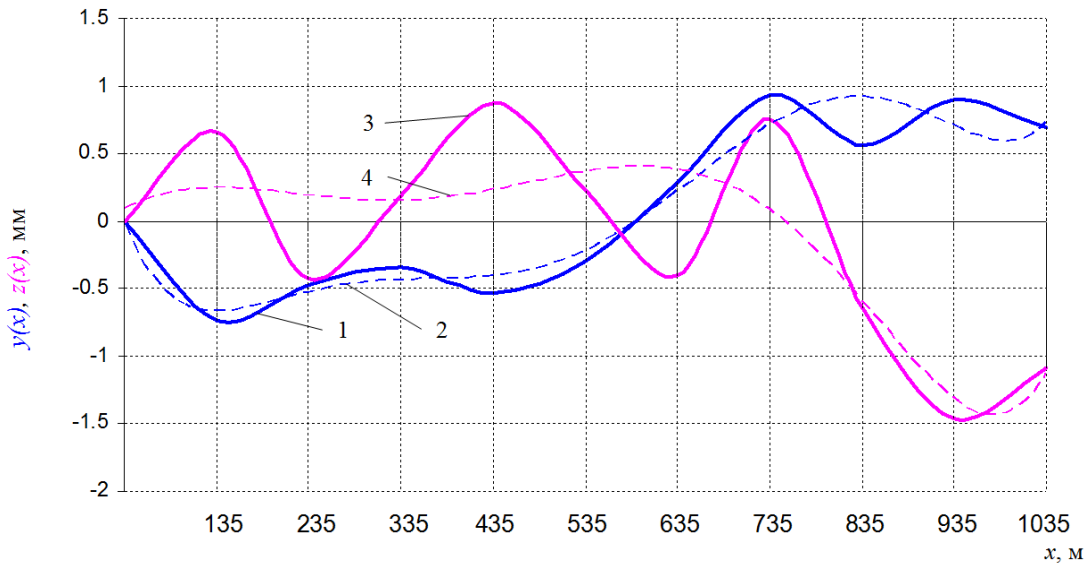


Рисунок 1 – Схема для визначення довжин півхвиль прогинів та поперечних відхилень центрів перерізів ділянок колони НКТ під час коливань в процесі відбору газу через свердловину №241



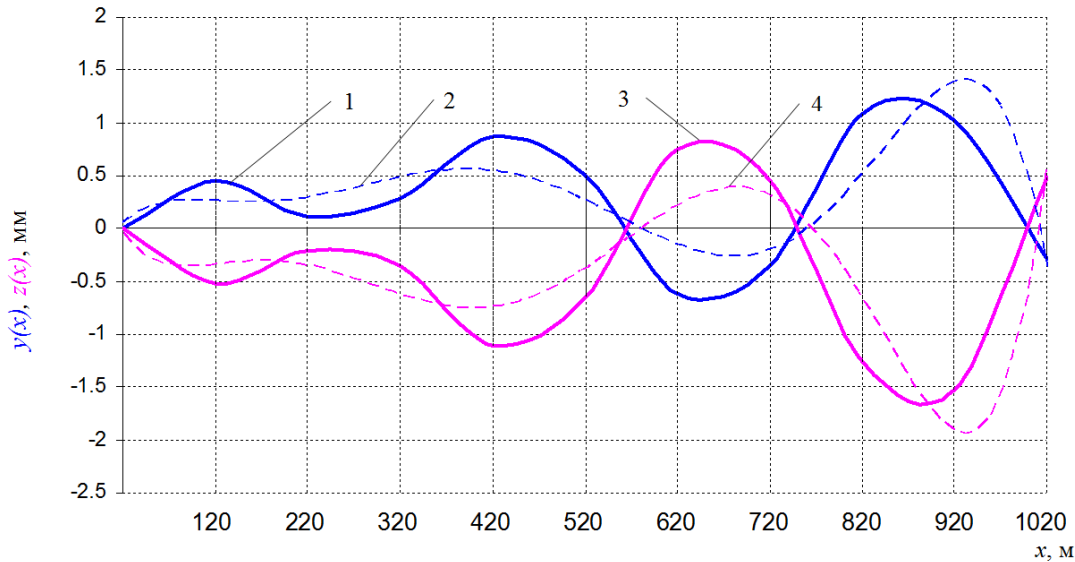
1 - експериментальна крива  $y(x)$ ; 2 - апроксимація кривої  $y(x)$ ;  
3 - експериментальна крива  $z(x)$ ; 4 - апроксимація кривої  $z(x)$

Рисунок 2 – Проекції відхилень (поперечних прогинів) центрів перерізів колони НКТ під час відбору газу через свердловину № 241



1 - експериментальна крива  $y(x)$ ; 2 - апроксимація кривої  $y(x)$ ;  
3 - експериментальна крива  $z(x)$ ; 4 - апроксимація кривої  $z(x)$

**Рисунок 3 – Проекції відхилень (поперечних прогинів) центрів поперечних перерізів колони НКТ під час закачування газу через свердловину № 241**



1 - експериментальна крива  $y(x)$ ; 2 - апроксимація кривої  $y(x)$ ;  
3 - експериментальна крива  $z(x)$ ; 4 - апроксимація кривої  $z(x)$

**Рисунок 4 – Проекції відхилень (поперечних прогинів) центрів поперечних перерізів колони НКТ під час закачування газу через свердловину № 34**

**Висвітлення проблеми і основні результати досліджень.** Зважаючи на вказані вище обставини та особливості експериментально-теоретичного методу дослідження для вирішення задачі про визначення напружень згину в перерізах колони НКТ, скористаємось результатами реєстрації відхилень центрів поперечних перерізів колони НКТ від осі свердловини  $y(x)$  і  $z(x)$  (табл. 1 – 3), отриманими на свердловинах №241 та №34 Більче-Волицько-Угерському ПСГ філії УМГ “Львівтрансгаз [6].

Вісь колони НКТ як довгомірного однорідного стрижня в зігнутому стані розглядатимемо як пружну лінію. Щоб отримати достатньо точні аналітичні залежності, якими описувати-

меться пружна лінія колони НКТ в середовищі Maple, проведено апроксимацію числових даних графіків  $y(x)$  і  $z(x)$  (рис. 2 - 4) за допомогою поліноміальних рівнянь восьмого та дев'ятого степеня. За результатами апроксимації отримано такі емпіричні вирази пружної лінії колони НКТ:

Таблиця 1 – Згинальні моменти та напруження згину в поперечних перерізах колони НКТ під час відбору газу через свердловину № 241

Повздовжня координата $x$ , м	Координати центра перерізу НКТ, мм			Максимальний згинальний момент в перерізі НКТ, Нм			Максимальні напруження згину в перерізі НКТ, МПа		
	$y(x)$	$z(x)$	$f(x)$	$M_y(x)$	$M_z(x)$	$M(x)$	$\sigma_y(x)$	$\sigma_z(x)$	$\sigma(x)$
35	0,18	-0,27	0,39	341,5	927,213	988,102	6,176	16,768	17,870
135	0,15	-0,19	0,23	90,919	-113,594	145,499	1,644	-2,054	2,631
235	-0,35	0,41	0,41	-79,863	9,264	80,398	-1,444	0,168	1,454
335	-0,32	0,46	0,49	-38,001	82,303	90,652	-0,687	1,488	1,639
435	0,37	-0,48	0,57	56,251	-11,214	57,358	1,017	-0,203	1,037
535	0,91	0,49	0,99	52,692	-65,898	84,374	0,953	-1,192	1,526
635	-0,39	0,76	0,79	-43,607	3,736	43,767	-0,789	0,068	0,792
735	-0,08	0,11	0,13	-85,041	53,831	100,647	-1,538	0,974	1,820
835	-0,76	-1,53	1,57	47,840	-65,656	81,237	0,865	-1,187	1,469
935	-1,71	-2,54	2,99	117,704	44,794	125,94	2,129	0,810	2,278
1035	7,47	-6,95	8,00	-956,14	2222,603	2419,542	-17,292	40,195	43,757

Таблиця 2 – Згинальні моменти та напруження згину в поперечних перерізах колони НКТ під час закачування газу через свердловину № 241

Повздовжня координата $x$ , м	Координати центра перерізу НКТ, мм			Максимальний згинальний момент в перерізі НКТ, Нм			Максимальні напруження згину в перерізі НКТ, МПа		
	$y(x)$	$z(x)$	$f(x)$	$M_y(x)$	$M_z(x)$	$M(x)$	$\sigma_y(x)$	$\sigma_z(x)$	$\sigma(x)$
35	-0,46	0,43	0,59	5784,13	-654,331	5821,023	104,605	-11,833	105,272
135	-0,74	0,66	0,92	-491,506	94,111	500,435	-8,889	1,702	9,050
235	-0,47	-0,43	0,57	45,222	25,05	51,697	0,818	0,453	0,935
335	-0,34	0,19	0,35	137,544	-41,459	143,657	2,487	-0,750	2,598
435	-0,53	0,88	0,92	-147,634	9,684	147,951	-2,670	0,175	2,676
535	-0,29	0,22	0,33	-49,108	54,002	72,992	-0,888	0,977	1,321
635	0,29	-0,40	0,42	132,173	11,588	132,68	2,390	0,211	2,400
735	-0,94	0,76	1,06	-112,158	-49,972	122,787	-2,028	-0,904	2,221
835	0,56	-0,64	0,71	-293,707	6,095	293,77	-5,312	0,110	5,313
935	0,90	-1,46	1,64	364,582	126,216	385,812	6,593	2,283	6,977
1035	0,69	-1,08	1,16	-1953,70	-374,283	1989,232	-35,332	-6,769	35,975

Таблиця 3 – Згинальні моменти та напруження згину в поперечних перерізах колони НКТ під час закачування газу через свердловину № 34

Повздовжня координата $x$ , м	Координати центра перерізу НКТ, мм			Максимальний згинальний момент в перерізі НКТ, Нм			Максимальні напруження згину в перерізі НКТ, МПа		
	$y(x)$	$z(x)$	$f(x)$	$M_y(x)$	$M_z(x)$	$M(x)$	$\sigma_y(x)$	$\sigma_z(x)$	$\sigma(x)$
20	-0,08	0,11	0,14	-2572,20	418,613	2606,04	-46,518	7,571	47,13
120	0,45	-0,52	0,57	233,309	-96,990	252,666	4,219	-1,754	4,569
220	0,12	-0,21	0,23	-10,200	38,612	39,937	-0,184	0,698	0,722
320	0,28	-0,35	0,47	-98,683	49,702	110,493	-1,785	0,899	1,998
420	0,87	-1,11	1,24	65,241	-46,871	80,332	1,180	-0,848	1,453
520	0,50	-0,65	0,72	46,205	-49,075	67,403	0,836	-0,888	1,219
620	-0,61	0,74	0,85	-179,166	91,016	200,959	-3,240	1,646	3,634
720	-0,35	0,45	0,54	-300,059	196,053	358,43	-5,427	3,546	6,482
820	1,08	-1,27	1,46	-165,227	60,343	175,901	-2,988	1,091	3,181
920	1,03	-1,53	1,79	-86,071	-85,111	121,046	-1,557	-1,539	2,189
1020	-0,29	0,49	0,56	-342,429	1160,542	1210,007	-6,193	20,988	21,883

$$f(x) = \sqrt{(y(x))^2 + (z(x))^2}; \quad M(x) = \sqrt{(M_y(x))^2 + (M_z(x))^2}; \quad \sigma(x) = \sqrt{(\sigma_y(x))^2 + (\sigma_z(x))^2}.$$

для свердловини №241 під час відбору газу:

$$\left\{ \begin{aligned} y(x) &= 1,243 \cdot 10^{-20} \cdot x^8 - 4,802 \cdot 10^{-17} \cdot x^7 + \\ &+ 7,51 \cdot 10^{-14} \cdot x^6 - 6,075 \cdot 10^{-11} \cdot x^5 + \\ &+ 2,688 \cdot 10^{-8} \cdot x^4 - 6,308 \cdot 10^{-6} \cdot x^3 + \\ &+ 6,986 \cdot 10^{-4} \cdot x^2 - 0,02717 \cdot x - 0,0009609, \\ z(x) &= -5,903 \cdot 10^{-21} \cdot x^8 + 2,087 \cdot 10^{-17} \cdot x^7 - \\ &- 2,819 \cdot 10^{-14} \cdot x^6 + 1,757 \cdot 10^{-11} \cdot x^5 - \\ &- 4,361 \cdot 10^{-9} \cdot x^4 - 2,159 \cdot 10^{-7} \cdot x^3 + \\ &+ 2,573 \cdot 10^{-4} \cdot x^2 - 0,02638 \cdot x + 0,0017514; \end{aligned} \right. \quad (1)$$

для свердловини №241 під час закачування газу:

$$\left\{ \begin{aligned} y(x) &= -6,773 \cdot 10^{-21} \cdot x^8 + 2,746 \cdot 10^{-17} \cdot x^7 - \\ &- 4,498 \cdot 10^{-14} \cdot x^6 + 3,807 \cdot 10^{-11} \cdot x^5 - \\ &- 1,764 \cdot 10^{-8} \cdot x^4 + 4,345 \cdot 10^{-6} \cdot x^3 - \\ &- 4,93 \cdot 10^{-4} \cdot x^2 + 0,01454 \cdot x - 0,0004312 \\ z(x) &= -9,392 \cdot 10^{-23} \cdot x^9 + 4,357 \cdot 10^{-19} \cdot x^8 - \\ &- 8,442 \cdot 10^{-16} \cdot x^7 + 8,854 \cdot 10^{-13} \cdot x^6 - \\ &- 5,444 \cdot 10^{-10} \cdot x^5 + 1,984 \cdot 10^{-7} \cdot x^4 - \\ &- 4,117 \cdot 10^{-5} \cdot x^3 + 4,358 \cdot 10^{-3} \cdot x^2 - \\ &- 0,1754 \cdot x + 0,00025; \end{aligned} \right. \quad (2)$$

для свердловини №34 під час закачування газу:

$$\left\{ \begin{aligned} y(x) &= 1,002 \cdot 10^{-20} \cdot x^8 - 3,82 \cdot 10^{-17} \cdot x^7 + \\ &+ 5,791 \cdot 10^{-14} \cdot x^6 - 4,433 \cdot 10^{-11} \cdot x^5 + \\ &+ 1,798 \cdot 10^{-8} \cdot x^4 - 3,677 \cdot 10^{-6} \cdot x^3 + \\ &+ 3,154 \cdot 10^{-4} \cdot x^2 - 0,004287 \cdot x - 0,0006225 \\ z(x) &= 2,519 \cdot 10^{-23} \cdot x^9 - 1,289 \cdot 10^{-19} \cdot x^8 + \\ &+ 2,743 \cdot 10^{-16} \cdot x^7 - 3,138 \cdot 10^{-13} \cdot x^6 + \\ &+ 2,084 \cdot 10^{-10} \cdot x^5 - 8,106 \cdot 10^{-7} \cdot x^4 + \\ &+ 1,77 \cdot 10^{-5} \cdot x^3 - 1,938 \cdot 10^{-3} \cdot x^2 + \\ &+ 0,07721 \cdot x - 0,000949 \end{aligned} \right. \quad (3)$$

Для подальших теоретичних досліджень вважатимемо, що прогини у двох взаємноперпендикулярних напрямках колони НКТ (рис. 5) в порівнянні із її загальною довжиною є малими деформаціями, а деформації зсуву при цьому відсутні. В межах малих деформацій кути повороту поперечних перерізів колони НКТ згідно [9] визначаються наступним чином:

$$\left\{ \begin{aligned} \varphi_y(x) &= \frac{dy(x)}{dx}; \\ \varphi_z(x) &= \frac{dz(x)}{dx}. \end{aligned} \right. \quad (4)$$

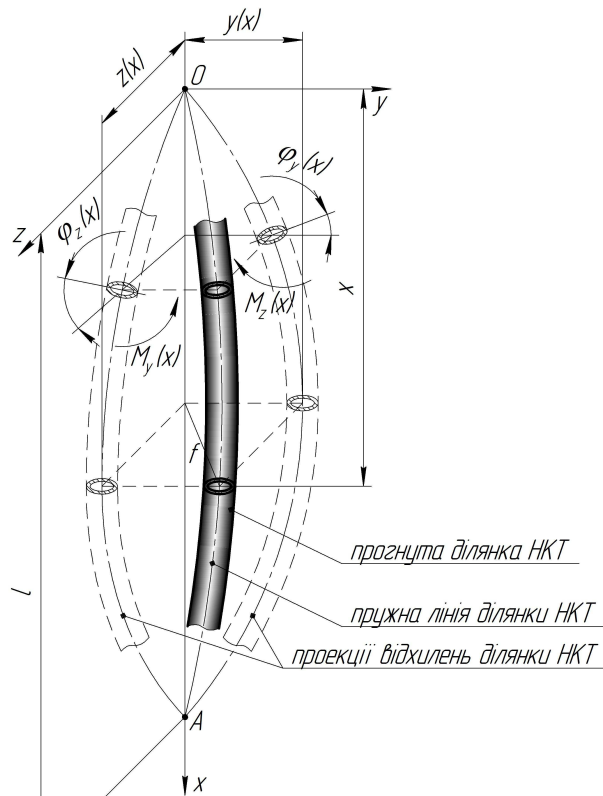


Рисунок 5 – Схема прогину ділянки колони НКТ під час коливань

Диференціюючи рівняння пружної лінії (1), (2) і (3) по координаті  $x$ , отримуємо емпіричні залежності для визначення кутів повороту перерізів колони НКТ:

для свердловини №241 під час відбору газу:

$$\left\{ \begin{aligned} \varphi_y(x) &= \frac{dy(x)}{dx} = 0,0013972 \cdot x - 0,000018924 \cdot x^2 + \\ &+ 1,0752 \cdot 10^{-7} \cdot x^3 - 3,0375 \cdot 10^{-10} \cdot x^4 + \\ &+ 4,506 \cdot 10^{-13} \cdot x^5 - 3,3614 \cdot 10^{-16} \cdot x^6 + \\ &+ 9,944 \cdot 10^{-20} \cdot x^7 - 0,02717; \\ \varphi_z(x) &= \frac{dz(x)}{dx} = 0,0005146 \cdot x - 6,477 \cdot 10^{-7} \cdot x^2 - \\ &- 1,7444 \cdot 10^{-8} \cdot x^3 + 8,785 \cdot 10^{-11} \cdot x^4 - \\ &- 1,6914 \cdot 10^{-13} \cdot x^5 + 1,4609 \cdot 10^{-16} \cdot x^6 - \\ &- 4,7224 \cdot 10^{-20} \cdot x^7 - 0,02638; \end{aligned} \right. \quad (5)$$

для свердловини №241 під час закачування газу:

$$\left\{ \begin{aligned} \varphi_y(x) &= \frac{dy(x)}{dx} = 0,0013972 \cdot x - 0,000018924 \cdot x^2 + \\ &+ 1,0752 \cdot 10^{-7} \cdot x^3 - 3,0375 \cdot 10^{-10} \cdot x^4 + \\ &+ 4,506 \cdot 10^{-13} \cdot x^5 - 3,3614 \cdot 10^{-16} \cdot x^6 + \\ &+ 9,944 \cdot 10^{-20} \cdot x^7 - 0,02717; \quad (6) \\ \varphi_z(x) &= \frac{dz(x)}{dx} = 0,0005146 \cdot x - 6,477 \cdot 10^{-7} \cdot x^2 - \\ &- 1,7444 \cdot 10^{-8} \cdot x^3 + 8,785 \cdot 10^{-11} \cdot x^4 - \\ &- 1,6914 \cdot 10^{-13} \cdot x^5 + 1,4609 \cdot 10^{-16} \cdot x^6 - \\ &- 4,7224 \cdot 10^{-20} \cdot x^7 - 0,02638; \end{aligned} \right.$$

для свердловини №34 під час закачування газу:

$$\left\{ \begin{aligned} \varphi_y(x) &= \frac{dy(x)}{dx} = 0,0013972 \cdot x - 0,000018924 \cdot x^2 + \\ &+ 1,0752 \cdot 10^{-7} \cdot x^3 - 3,0375 \cdot 10^{-10} \cdot x^4 + \\ &+ 4,506 \cdot 10^{-13} \cdot x^5 - 3,3614 \cdot 10^{-16} \cdot x^6 + \\ &+ 9,944 \cdot 10^{-20} \cdot x^7 - 0,02717; \quad (7) \\ \varphi_z(x) &= \frac{dz(x)}{dx} = 0,0005146 \cdot x - 6,477 \cdot 10^{-7} \cdot x^2 - \\ &- 1,7444 \cdot 10^{-8} \cdot x^3 + 8,785 \cdot 10^{-11} \cdot x^4 - \\ &- 1,6914 \cdot 10^{-13} \cdot x^5 + 1,4609 \cdot 10^{-16} \cdot x^6 - \\ &- 4,7224 \cdot 10^{-20} \cdot x^7 - 0,02638. \end{aligned} \right.$$

Диференціальні рівняння згину колони НКТ у двох взаємноперпендикулярних площинах згідно [9] в загальному випадку подають наступним чином:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\varphi_y(x)}{dx} &= \frac{d^2 y(x)}{dx^2} = \frac{M_z(x)}{EJ}; \\ \frac{d\varphi_z(x)}{dx} &= \frac{d^2 z(x)}{dx^2} = \frac{M_y(x)}{EJ}, \end{aligned} \right. \quad (8)$$

де  $E$  – модуль пружності матеріалу НКТ;

$J$  – момент інерції поперечного перерізу НКТ;

$M_y(x)$ ,  $M_z(x)$  – згинальні моменти, що діють на ділянку НКТ у двох взаємноперпендикулярних площинах, як функції поздовжньої координати  $x$ :

$$\left\{ \begin{aligned} M_y(x) &= EJ \frac{d^2 z(x)}{dx^2}; \\ M_z(x) &= EJ \frac{d^2 y(x)}{dx^2}. \end{aligned} \right. \quad (9)$$

Диференціюючи вирази (5), (6) і (7) по координаті  $x$  та підставляючи їх у (9), отримуємо наступні емпіричні залежності для визначення згинальних моментів:

для свердловини №241 під час відбору газу:

$$\left\{ \begin{aligned} M_z(x) &= EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = EJ(-0,000037848 \cdot x + \\ &+ 3,2256 \cdot 10^{-7} \cdot x^2 - 1,215 \cdot 10^{-9} \cdot x^3 + \\ &+ 2,253 \cdot 10^{-12} \cdot x^4 - 2,01684 \cdot 10^{-15} \cdot x^5 + \\ &+ 6,9608 \cdot 10^{-19} \cdot x^6 + 0,0013972); \\ M_y(x) &= EJ \frac{d^2 z}{dx^2} = EJ(-0,0000012954 \cdot x - \\ &- 5,2332 \cdot 10^{-8} \cdot x^2 + 3,514 \cdot 10^{-10} \cdot x^3 - \\ &- 8,457 \cdot 10^{-13} \cdot x^4 + 8,7654 \cdot 10^{-16} \cdot x^5 - \\ &- 3,30568 \cdot 10^{-19} \cdot x^6 + 0,0005146); \end{aligned} \right.$$

для свердловини №241 під час закачування газу:

$$\left\{ \begin{aligned} M_z(x) &= EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = EJ(0,00002607 \cdot x - \\ &- 2,1168 \cdot 10^{-7} \cdot x^2 + 7,614 \cdot 10^{-10} \cdot x^3 - \\ &- 1,3494 \cdot 10^{-12} \cdot x^4 + 1,15332 \cdot 10^{-15} \cdot x^5 - \\ &- 3,79288 \cdot 10^{-19} \cdot x^6 - 0,000986); \quad (11) \\ M_y(x) &= EJ \frac{d^2 z}{dx^2} = EJ(-0,00024702 \cdot x + \\ &+ 0,0000023808 \cdot x^2 - 1,0888 \cdot 10^{-8} \cdot x^3 + \\ &+ 2,6562 \cdot 10^{-11} \cdot x^4 - 3,54564 \cdot 10^{-14} \cdot x^5 + \\ &+ 2,43992 \cdot 10^{-17} \cdot x^6 - 6,76224 \cdot 10^{-21} \cdot x^7 + \\ &+ 0,008716); \end{aligned} \right.$$

для свердловини №34 під час закачування газу:

$$\left\{ \begin{aligned} M_z(x) &= EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = EJ(-0,000022062 \cdot x + \\ &+ 2,1576 \cdot 10^{-7} \cdot x^2 - 8,866 \cdot 10^{-10} \cdot x^3 + \\ &+ 1,7373 \cdot 10^{-12} \cdot x^4 - 1,6044 \cdot 10^{-15} \cdot x^5 + \\ &+ 5,6112 \cdot 10^{-19} \cdot x^6 + 0,0006308); \quad (12) \\ M_y(x) &= EJ \frac{d^2 z}{dx^2} = EJ(0,0001062 \cdot x - \\ &- 9,7272 \cdot 10^{-7} \cdot x^2 + 4,168 \cdot 10^{-9} \cdot x^3 - \\ &- 9,414 \cdot 10^{-12} \cdot x^4 + 1,15206 \cdot 10^{-14} \cdot x^5 - \\ &- 7,2184 \cdot 10^{-18} \cdot x^6 + 1,81368 \cdot 10^{-21} \cdot x^7 - \\ &- 0,003876). \end{aligned} \right.$$

Встановивши аналітичні залежності, за якими визначатимуться згинальні моменти, що діятимуть в довільних перерізах колони НКТ,

можна отримати своєрідний математичний інструмент для оцінки напруженого стану її елементів. Напруження згину, що виникатимуть у поперечних перерізах колони НКТ внаслідок дії згинальних моментів  $M_y(x)$ ,  $M_z(x)$ , згідно [9] визначатимуться таким чином:

$$\begin{cases} \sigma_y(x) = \frac{M_y}{W} = \frac{EJ}{W} \frac{d^2 y}{dx^2}; \\ \sigma_z(x) = \frac{M_z}{W} = \frac{EJ}{W} \frac{d^2 z}{dx^2}, \end{cases} \quad (13)$$

де  $W$  – момент опору поперечного перерізу НКТ.

Підставивши вирази (10), (11), (12) у (13), отримуємо наступні емпіричні залежності для визначення напружень згину:

для свердловини №241 під час відбору газу:

$$\begin{cases} \sigma_z(x) = \frac{EJ}{W} \frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{EJ}{W} (-0,000037848 \cdot x + 3,2256 \cdot 10^{-7} \cdot x^2 - 1,215 \cdot 10^{-9} \cdot x^3 + 2,253 \cdot 10^{-12} \cdot x^4 - 2,01684 \cdot 10^{-15} \cdot x^5 + 6,9608 \cdot 10^{-19} \cdot x^6 + 0,0013972); \\ \sigma_y(x) = \frac{EJ}{W} \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{EJ}{W} (-0,0000012954 \cdot x - 5,2332 \cdot 10^{-8} \cdot x^2 + 3,514 \cdot 10^{-10} \cdot x^3 - 8,457 \cdot 10^{-13} \cdot x^4 + 8,7654 \cdot 10^{-16} \cdot x^5 - 3,30568 \cdot 10^{-19} \cdot x^6 + 0,0005146); \end{cases} \quad (14)$$

для свердловини №241 під час закачування газу:

$$\begin{cases} \sigma_z(x) = \frac{EJ}{W} \frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{EJ}{W} (0,00002607 \cdot x - 2,1168 \cdot 10^{-7} \cdot x^2 + 7,614 \cdot 10^{-10} \cdot x^3 - 1,3494 \cdot 10^{-12} \cdot x^4 + 1,15332 \cdot 10^{-15} \cdot x^5 - 3,79288 \cdot 10^{-19} \cdot x^6 - 0,000986); \\ \sigma_y(x) = \frac{EJ}{W} \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{EJ}{W} (-0,00024702 \cdot x + 0,0000023808 \cdot x^2 - 1,0888 \cdot 10^{-8} \cdot x^3 + 2,6562 \cdot 10^{-11} \cdot x^4 - 3,54564 \cdot 10^{-14} \cdot x^5 + 2,43992 \cdot 10^{-17} \cdot x^6 - 6,76224 \cdot 10^{-21} \cdot x^7 + 0,008716); \end{cases} \quad (15)$$

для свердловини №34 під час закачування газу:

$$\begin{cases} \sigma_z(x) = \frac{EJ}{W} \frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{EJ}{W} (-0,000022062 \cdot x + 2,1576 \cdot 10^{-7} \cdot x^2 - 8,866 \cdot 10^{-10} \cdot x^3 + 1,7373 \cdot 10^{-12} \cdot x^4 - 1,6044 \cdot 10^{-15} \cdot x^5 + 5,6112 \cdot 10^{-19} \cdot x^6 + 0,0006308); \\ \sigma_y(x) = \frac{EJ}{W} \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{EJ}{W} (0,0001062 \cdot x - 9,7272 \cdot 10^{-7} \cdot x^2 + 4,168 \cdot 10^{-9} \cdot x^3 - 9,414 \cdot 10^{-12} \cdot x^4 + 1,15206 \cdot 10^{-14} \cdot x^5 - 7,2184 \cdot 10^{-18} \cdot x^6 + 1,81368 \cdot 10^{-21} \cdot x^7 - 0,003876). \end{cases} \quad (16)$$

Обчислені за залежностями (10) – (16) значення максимальних згинальних моментів та максимальних напружень згину ділянок колони НКТ ( $\varnothing 114$ мм,  $J = 3,16 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4$ ,

$W = 5,53 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$ ), наведені в таблиці 1. За отриманими результатами розрахунку побудовано епюри напружень згину (рис. 6, 7 і 8). З побудованих епюр видно, що найбільшими є напруження згину, що виникають у перерізах верхнього (0–135 м) та нижнього (835–1035 м) кінців колони. Причиною виникнення великих напружень згину у верхньому нерухомому кінці є наявність жорсткого защемлення, в якому виникають великі реактивні моменти. В нижньому, вільному від защемлення кінці, великі напруження згину виникають внаслідок більших відхилень центрів перерізів колони НКТ під час її нестационарних випадкових коливань від осі свердловини.

Також слід зазначити, що в поставленій задачі важливе значення має питання стійкості колони НКТ як циліндричної оболонки, що знаходиться під дією внутрішнього тиску, сил інерції внаслідок прокачування газу та згинальних моментів. Вказані силові параметри в комплексі створюють критичне навантаження  $P_{кр}$ , при якому мале випадкове відхилення осі колони НКТ призводить до раптового інтенсивного збільшення прогинів, а разом з ними і напружень. Якщо сумарне навантаження менше критичного і напруження нижче границі пропорційності, колона НКТ при поступовому збільшенні сумарного навантаження зберігатиме стійку прямолінійну форму. Однак у пружно-пластичній стадії навантаження, починаючи з деякого значення навантаження  $P'_{кр} < P_{кр}$ , прямолінійна форма рівноваги при збільшенні навантаження вже не буде стійкою, що, в свою чергу, і спричинить прогин колони. Помітні прогини колони також можуть спостерігатися при досягненні силами інерції значень більше критичних, що можливе внаслідок різкого збільшення тиску чи швидкості прокачування газу.



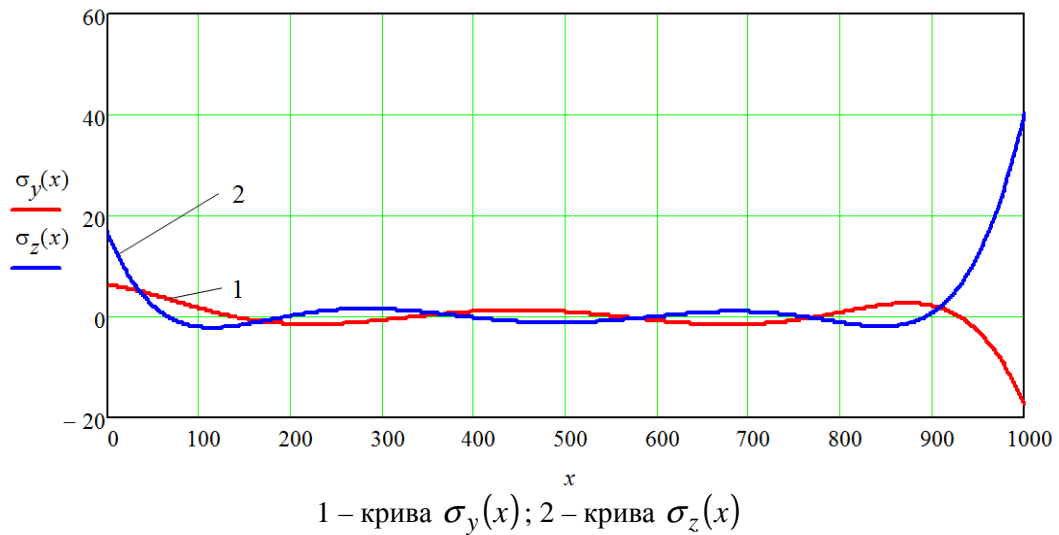


Рисунок 6 – Залежність максимальних напружень згину в поперечних перерізах колони НКТ від її довжини під час відбору газу через свердловину № 241

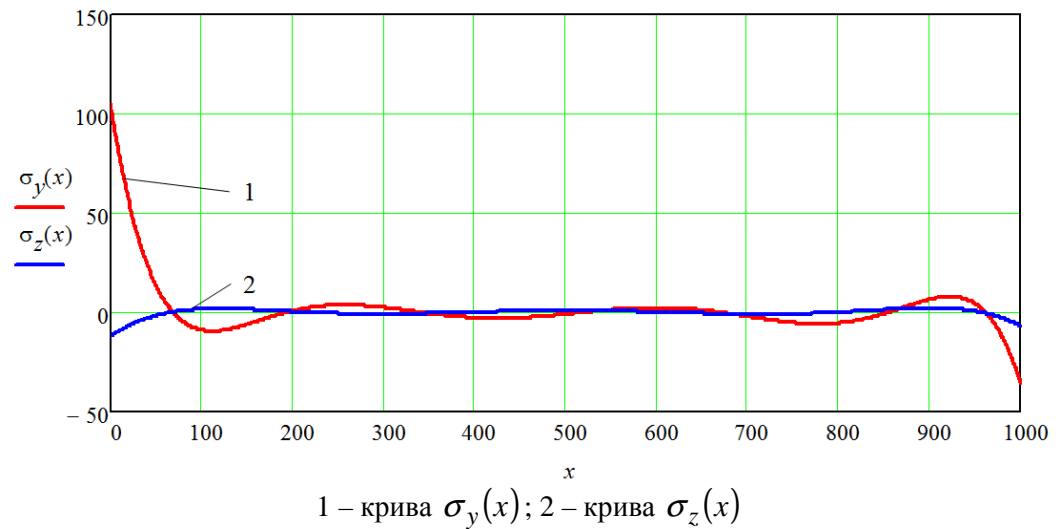


Рисунок 7 – Залежність максимальних напружень згину в поперечних перерізах колони НКТ від її довжини під час закачування газу через свердловину № 241

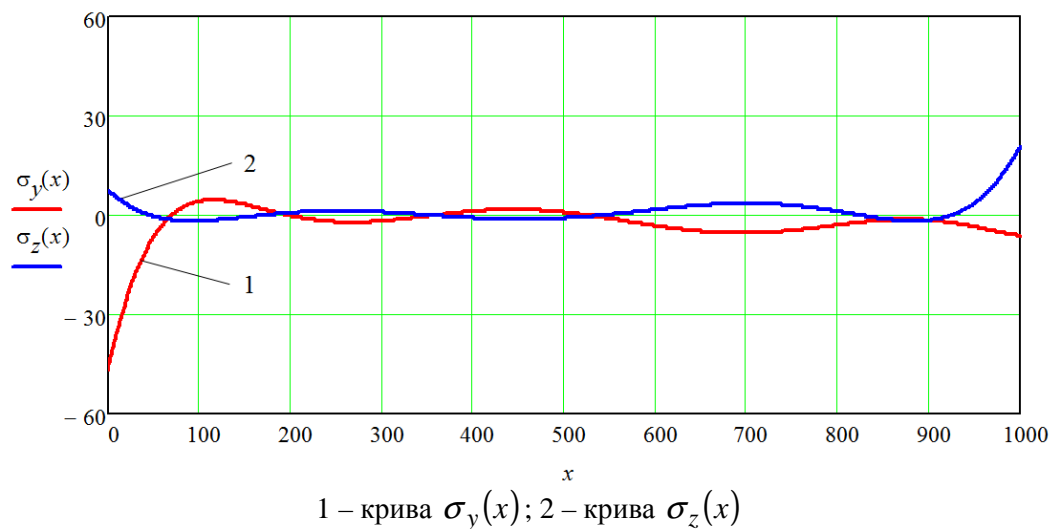


Рисунок 8 – Залежність максимальних напружень згину в поперечних перерізах колони НКТ від її довжини під час закачування газу через свердловину № 34

## Висновки

За результатами теоретичних досліджень отримано сукупність аналітичних залежностей, які дають можливість розв'язати ряд важливих прикладних задач пов'язаних з: визначенням внутрішніх сил та моментів в перерізах НКТ, а також сил взаємодії колони НКТ із обсадною колоною; оптимізацією параметрів пружної лінії колони НКТ; розробленням практичних рекомендацій щодо удосконалення конструкції НКТ та технології відбору і закачування газу. Встановлені емпіричні залежності для визначення координат пружної лінії, згинальних моментів та напружень згину в довільному перерізі колони НКТ можуть служити теоретичним підґрунтям для системного дослідження нелінійних згинальних коливань колони в режимах закачування та відбору газу, а також проведення розрахунків елементів колони на міцність та довговічність.

## Література

- 1 Голосков Е.Г. Нестационарные колебания деформируемых систем / Е.Г. Голосков, А.П. Филиппов. – Киев: Наукова думка, 1977. – 339 с.
- 2 Рыжиков Ю.И. Имитационное моделирование / Ю.И. Рыжиков. – М.: Логос, 2003. – 357 с.
- 3 Pukach P. Ya. On the unboundedness of a solution of the mixed problem for nonlinear evolution equation at a finite time / P.Ya. Pukach // Nonlinear Oscillations. – 2012. – Vol. 14, Is. 3. – P. 369-378.
- 4 Руководство по методике электромеханических измерений с применением датчиков активного сопротивления. – М.: Госстрой СССР, лаборатория измерительной техники НИИЖБ, 1965. – 86 с.
- 5 ГОСТ 26044-83. Вибрация. Аппаратура для эксплуатационного контроля вибрационного состояния энергетических гидротурбинных агрегатов. Общие технические требования.
- 6 Савула С. Ф. Експериментальні дослідження динаміки ліфтових колон підземного сховища газу / С.Ф. Савула, Є.В. Харченко, А.О. Кичма // Машинознавство. – 2006. – №6. – С. 30-34.
- 7 Пукач П.Я. Нелінійні поперечні коливання необмеженої балки з урахуванням дисипативних сил / П.Я. Пукач, З.М. Нитребич, П.Л. Сохан // Комп'ютерні технології друкарства. – 2013. – Вип. 29 – С. 225-232.
- 8 Когаев В.П. Расчеты на прочность при напряжениях переменных во времени / В.П. Когаев. – М.: Машиностроение, 1977. – 232 с.
- 9 Феодосьев В.И. Сопротивление материалов / В.И. Феодосьев. – М.: Наука, 1964. – 539 с.

*Стаття надійшла до редакційної колегії  
03.02.15*

*Рекомендована до друку  
професором Івасівим В.М.  
(ІФНТУНГ, м. Івано-Франківськ)  
канд. техн. наук Соболевським Я.Ю.  
(НДПІ ПАТ «Укрнафта», м. Івано-Франківськ)*