

Брешев А.В.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ БЕСКОНТАКТНОГО ПРИВОДА НА АЭРОСТАТИЧЕСКИХ ОПОРАХ

Breshev A.V.

THE DYNAMIC INVESTIGATION OF NON-CONTACT DRIVE ON AEROSTATIC BEARINGS

Рассмотрена конструкция ресурсосберегающего бесконтактного привода вращательного движения с коническими несимметричными опорами. Проанализированы особенности работы опор, исключая непосредственный механический контакт между деталями за счёт газовой смазки. Исследована с помощью математической модели динамика бесконтактного привода на конических аэростатических опорах при возникновении поперечных и угловых колебаний. Получены дифференциальные уравнения малых колебаний несимметрично ротора бесконтактного привода и найдены их решения, рассмотрены условия разделения колебаний на линейные и угловые со своими парциальными частотами, исследованы пути повышения его динамической устойчивости.

Ключевые слова: бесконтактный привод, аэростатическая опора.

Введение

Опоры, исключая непосредственный механический контакт за счет газовой смазки, являются ресурсосберегающими, так как обладают наименьшими потерями и практически нулевым уровнем изнашивания рабочих поверхностей. Это позволяет значительно уменьшить энергозатраты, снизить себестоимость машин, увеличить ресурс исполнительных механизмов и инструмента. Опоры с газовой смазкой, не теряя своих эксплуатационных качеств, могут работать в широком диапазоне температур и давления. Более того, газ, используемый для создания воздушной подушки, не загрязняет окружающую среду и предохраняет опорные поверхности от попадания на них пыли, масла и т.п. При оценке опор с воздушной смазкой, стоит отметить, что сжимаемость газов и их малая вязкость, дают перечисленные преимущества опорам, но одновременно являются причиной их относительно малых несущей и демпфирующей способностей. Ввиду особенностей сжимаемой смазки, бесконтактные приводы на газовых опорах подвержены неизбежным вынужденным колебаниям, которые воздействуют на систему ротор – газовый смазочный слой – подшипник [1, 2].

Цель

Целью настоящей работы является разработка методики расчета и определение динамических характеристик многоопорного бесконтактного привода с несимметричным ротором на аэростатических опорах.

Математическая модель

Ротор бесконтактного привода (рис. 1) подвешен в потоке газа (воздуха), который подаётся в зазор под избыточным давлением 4 – 6 атм. через специальные ограничители воздуха (питатели), расположенные по окружностям конусных опорных поверхностей. Воздух обтекает опорные поверхности ротора по зазору, не позволяя им сблизиться до касания с левой и правой опорными поверхностями корпуса. Опоры при этом имеют разные углы наклона конусных поверхностей к оси вращения и разные площади этих поверхностей. Воздушная подушка создает силы реакции в каждой из опор, которые обладают свойствами упругости с линейной, или близкой к линейной, жёсткостями [3, 4]. По характеристикам такие жёсткости близки к жёсткостям цилиндрических пружин.

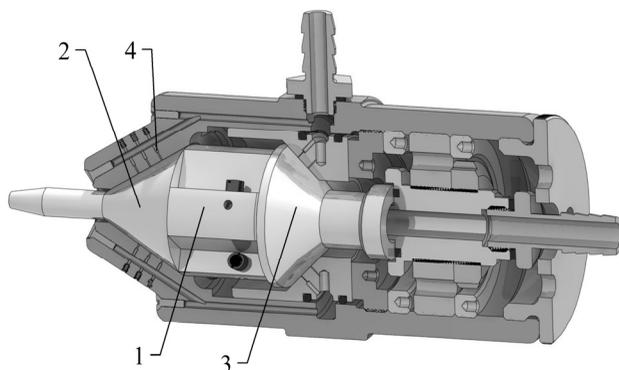


Рис. 1. Трехмерная модель бесконтактного привода на конических аэростатических опорах: 1 – ротор; 2 – левая коническая аэростатическая опора; 3 – правая коническая аэростатическая опора; 4 – питатели

На рис. 2 показана модель для исследования динамики бесконтактного привода, где произведена замена воздушной смазки на аналогичные ей по демпфирующим свойствам условные пружины. При этом исследование динамики привода на двух аэростатических подшипниках имеет следующие особенности:

- ротор имеет не симметричную конструкцию и его центр масс находится не посередине;

- аэростатические опоры обладают различной жесткостью.

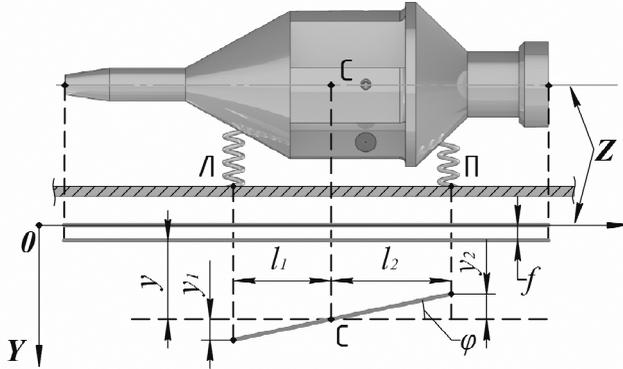


Рис. 2. Модель для исследования динамики несимметричного ротора

Исследование поперечных и угловых колебаний привода проводится в его средней вертикальной плоскости при следующих условиях: масса ротора – m , расстояние от центра тяжести C до вертикальных плоскостей, проведенных через центры образующих конусов правой и левой опор ротора, равны l_1 и l_2 , ρ – радиус инерции ротора относительно оси, проходящей через центр масс, перпендикулярной OZ , жесткости виртуальных пружин Л и П соответственно $K_{Л}^{\varepsilon}$ и $K_{П}^{\varepsilon}$.

Так как колебания привода происходят в средней вертикальной плоскости, то система имеет две степени свободы. За обобщенные координаты примем вертикальное перемещение y центра масс C привода и угол φ поворота вокруг оси, проходящей через точку C (рис. 2). Кинетическая энергия на основании теоремы Кёнига [5] будет равна:

$$T = \frac{1}{2} m \dot{z}^2 + \frac{1}{2} I_C \dot{\varphi}^2, \quad (1)$$

где $I_C = m\rho^2$ – момент инерции ротора при вращении в плоскости колебания относительно центра масс.

Потенциальная энергия Π системы складывается из потенциальной энергии $\Pi_1 = -mgy$ силы тяжести и потенциальной энергии $\Pi_2 = \Pi_{Л} + \Pi_{П}$ пружин Л и П. Из рис. 2. видно, что деформация пружины А от положения равновесия для малых углов равна $y - y_1 = y - l_1 \varphi$, а с учетом статической деформации $f_{Л}$ она будет $f_{Л} + y - l_1 \varphi$. Поэтому потенциальные энергии пружин Л и П соответственно определяются:

$$\Pi_{\text{Л}} = \frac{1}{2} K_{\text{Л}}^{\varepsilon} (f_{\text{Л}} + y - l_1 \varphi)^2 - \frac{1}{2} K_{\text{Л}}^{\varepsilon} f_{\text{Л}}^2, \quad (2)$$

$$\Pi_{\text{П}} = \frac{1}{2} K_{\text{П}}^{\varepsilon} (f_{\text{П}} + y + l_2 \varphi)^2 - \frac{1}{2} K_{\text{П}}^{\varepsilon} f_{\text{П}}^2.$$

Тогда выражение для потенциальной энергии всей системы принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \Pi = & -mgy + \frac{1}{2} K_{\text{Л}}^{\varepsilon} (f_{\text{Л}} + y - l_1 \varphi)^2 + \frac{1}{2} K_{\text{П}}^{\varepsilon} (f_{\text{П}} + y + l_2 \varphi)^2 - \\ & - \frac{1}{2} K_{\text{Л}}^{\varepsilon} f_{\text{Л}}^2 - \frac{1}{2} K_{\text{П}}^{\varepsilon} f_{\text{П}}^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Силы условных пружин, как и газовой смазки, имеют потенциальный характер, поэтому для данной системы в положении равновесия (при $y=0$ и $\varphi=0$) должны выполняться равенства:

$$\left. \frac{\partial \Pi}{\partial y} \right|_{\substack{y=0 \\ \varphi=0}} = 0 \text{ и } \left. \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} \right|_{\substack{y=0 \\ \varphi=0}} = 0.$$

Тогда:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \Pi}{\partial y} \right|_{\substack{y=0 \\ \varphi=0}} &= \\ &= \left[-mg + K_{\text{Л}}^{\varepsilon} (f_{\text{Л}} + y - l_1 \varphi) + K_{\text{П}}^{\varepsilon} (f_{\text{П}} + y + l_2 \varphi) - \frac{1}{2} K_{\text{Л}}^{\varepsilon} f_{\text{Л}}^2 - \frac{1}{2} K_{\text{П}}^{\varepsilon} f_{\text{П}}^2 \right]_{\substack{y=0 \\ \varphi=0}} = \\ &= -mg + K_{\text{Л}}^{\varepsilon} f_{\text{Л}} + K_{\text{П}}^{\varepsilon} f_{\text{П}}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} \right|_{\substack{y=0 \\ \varphi=0}} &= \\ &= \left[-K_{\text{Л}}^{\varepsilon} l_1 (f_{\text{Л}} + y - l_1 \varphi) + K_{\text{П}}^{\varepsilon} l_2 (f_{\text{П}} + y + l_2 \varphi) - \frac{1}{2} K_{\text{Л}}^{\varepsilon} f_{\text{Л}}^2 - \frac{1}{2} K_{\text{П}}^{\varepsilon} f_{\text{П}}^2 \right]_{\substack{y=0 \\ \varphi=0}} = \\ &= -K_{\text{Л}}^{\varepsilon} l_1 f_{\text{Л}} + K_{\text{П}}^{\varepsilon} l_2 f_{\text{П}}. \end{aligned}$$

Следовательно, выражения

$$\begin{aligned} -mg + K_{\text{Л}}^{\varepsilon} f_{\text{Л}} + K_{\text{П}}^{\varepsilon} f_{\text{П}} &= 0, \\ -K_{\text{Л}}^{\varepsilon} l_1 f_{\text{Л}} + K_{\text{П}}^{\varepsilon} l_2 f_{\text{П}} &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

являются условиями, которым должны удовлетворять параметры динамической системы бесконтактного привода.

Результаты исследований

Раскроем в выражении (3) для потенциальной энергии скобки и сгруппируем члены:

$$\begin{aligned} \Pi = & (-mg + K_{Л}^{\varepsilon} f_{Л} + K_{П}^{\varepsilon} f_{П})y + (K_{Л}^{\varepsilon} l_1 f_{Л} - K_{П}^{\varepsilon} l_2 f_{П})\varphi \\ & + \frac{1}{2}(K_{Л}^{\varepsilon} + K_{П}^{\varepsilon})y^2 + (K_{П}^{\varepsilon} l_2 - K_{Л}^{\varepsilon} l_1)y\varphi + \frac{1}{2}(K_{Л}^{\varepsilon} l_1^2 + K_{П}^{\varepsilon} l_2^2)\varphi^2. \end{aligned}$$

После элементарных преобразований имеем:

$$\begin{aligned} m\ddot{z} + (K_{Л}^{\varepsilon} + K_{П}^{\varepsilon})y + (K_{П}^{\varepsilon} l_2 - K_{Л}^{\varepsilon} l_1)\varphi &= 0, \\ I_C\ddot{\varphi} + (K_{П}^{\varepsilon} l_2 - K_{Л}^{\varepsilon} l_1)y + (K_{Л}^{\varepsilon} l_1^2 + K_{П}^{\varepsilon} l_2^2)\varphi &= 0. \end{aligned}$$

Запишем полученные дифференциальные уравнения линейных или малых поперечных и угловых колебаний ротора привода следующим образом:

$$\begin{cases} \ddot{y} + ay + b\varphi = 0; \\ \ddot{\varphi} + \frac{b}{\rho_2}y + \frac{e}{\rho^2}\varphi = 0, \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{где } a = \frac{K_{Л}^{\varepsilon} + K_{П}^{\varepsilon}}{m}, \quad b = \frac{K_{П}^{\varepsilon} l_2 - K_{Л}^{\varepsilon} l_1}{m}, \quad e = \frac{K_{Л}^{\varepsilon} l_1^2 + K_{П}^{\varepsilon} l_2^2}{m}.$$

Ищем решение системы уравнений (5) в следующей форме:

$$y = A \sin(kt + \varepsilon), \quad \varphi = B \sin(kt + \varepsilon),$$

где A, B – амплитуды гармонических колебаний;
 k – циклическая или круговая частота колебаний;
 ε – начальная фаза колебаний.

Подставляя y, \ddot{y}, φ и $\ddot{\varphi}$ в дифференциальные уравнения движения и приравнявая нулю коэффициенты при $\sin(kt + \varepsilon)$, получаем систему двух линейных однородных алгебраических уравнений относительно A и B :

$$\begin{cases} (a - k^2)A + bB = 0, \\ \frac{b}{\rho^2}A + \left(\frac{e}{\rho^2} - k^2\right)B = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Так как при колебаниях, A и B не равны нулю одновременно, то определитель системы должен равняться нулю:

$$\begin{vmatrix} a - k^2 & b \\ \frac{b}{\rho^2} & \frac{e}{\rho^2} - k^2 \end{vmatrix} = 0$$

Уравнение частот после раскрытия определителя и группировки членов примет вид:

$$k^4 - \left(\frac{e}{\rho^2} + a \right) k^2 + \frac{ae - b^2}{\rho^2} = 0$$

Оно имеет следующее решение относительно k_2 :

$$k_{1,2} = \frac{1}{2} \left(\frac{e}{\rho^2} + a \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{e}{\rho^2} + a \right)^2 - \frac{ae - b^2}{\rho^2}}$$

Из первого уравнения системы (6) находим отношения амплитуд

$$\mu_1 = \frac{A_1}{B_1} = \frac{b}{k_1^2 - a}, \quad \mu_2 = \frac{A_2}{B_2} = \frac{b}{k_2^2 - a}$$

Тогда общее решение дифференциальных уравнений малых колебаний, определяющее положение ротора бесконтактного привода в любой момент времени, (5) принимает вид:

$$\begin{aligned} y &= \mu_1 B_1 \sin(k_1 t + \varepsilon_1) + \mu_2 B_2 \sin(k_2 t + \varepsilon_2), \\ \varphi &= B_1 \sin(k_1 t + \varepsilon_1) + B_2 \sin(k_2 t + \varepsilon_2). \end{aligned}$$

Здесь k_1 , k_2 , μ_1 и μ_2 вычисляются по приведенным выше формулам, а произвольные постоянные B_1 , B_2 , ε_1 и ε_2 определяются из начальных условий.

Следует отметить тот факт, что если ротор и его опоры являются симметричными относительно центра масс, то есть $K_{\perp}^e = K_{\parallel}^e = K^e$ и $l_1 = l_2 = l$, то $b = 0$ и дифференциальные уравнения малых колебаний (5) в этом случае разделяются

$$\ddot{y} + ay = 0;$$

$$\ddot{\varphi} + \frac{b}{\rho_2} y = 0,$$

а нахождение их решений (каждого в отдельности) упрощается. В этом случае исследовать колебания поперечные и угловые можно отдельно как независимые друг от друга.

Выводы

Средствами математического моделирования выполнено исследование динамики ресурсосберегающего привода на аэростатических несимметричных опорах. Оно показало, что радиальные и угловые колебания ротора имеют параметрически связанные собственные частоты двух главных колебаний. По мере снижения «степени несимметричности» ротора и его опор взаимное влияние колебаний уменьшается и их можно рассматривать независимо (со своими парциальными частотами). При этом увеличивается вероятность наложения собственных частот отдельных опор и их одновременного попадания в режим резонанса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пинегин С.В. Статические и динамические характеристики газостатических опор / Пинегин С.В., Табачников Ю.Б., Сипенков И.Е. – М.: Наука, 1982. – 265с.
2. Nosko P. Developments in technology of non-contact drives for working machines / P. Nosko, A. Breshev, P. Fil, V. Breshev // Polish Academy of sciences in Lublin TEKA Commission of motorization in agriculture. Vol. XC. – Lublin, 2010. – P. 209–216.
3. Брешев А.В. Разработка установки и методики экспериментальных исследований бесконтактного привода на конических аэростатических опорах / А.В. Брешев // Ресурсозберігаючі технології виробництва та обробки тиском матеріалів у машинобудуванні: Зб. наук. пр. – 2012. – № 1(13). – С. 309–314.
4. Брешев В.Е. Развитие технологии бесконтактных опор и переход к ресурсосберегающей технологии бесконтактного привода / В.Е. Брешев, А.В. Брешев // Ресурсозберігаючі технології виробництва та обробки тиском матеріалів у машинобудуванні: Зб. наук. пр. – Луганськ: Вид-во СНУ ім. В. Даля, 2010. – С. 153–159.
5. Бутенин Н.В. Курс теоретической механики: [учеб. для студентов высш. учеб. зав.]: в 2 т. / Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. – СПб.: Лань, 2002. – 736 с.

REFERENCES

1. Pinegin S.V., Tabachnikov U.B., Sipenkov I.E. Sticheskie I dinamicheskie_harakteristiki gazostaticheskikh opor. Moscow: Nauka, 1982. 265p.
2. Nosko P., Breshev A., Fil P., Breshev V. Developments in technology of non-contact drives for working machines. Polish Academy of sciences in Lublin TEKA Commission of motorization in agriculture. Vol. XC, Lublin, 2010, pp. 209–216.
3. Breshev A.V. Razrabotka ustanovki I metodiki jeksperimental'nyh issledovanij beskontaktnogo privoda na konicheskikh aerostaticheskikh oporah. Resursozberігаючі

tehnologii virobnictva ta obrobki tiskom materialiv u masinobuduvanni: Book of scientific papers. Volodymyr Dahl East Ukrainian National University, Lugansk, 2012, №1(13), pp. 309 – 314.

4. Breshev V.E., Breshev A.V. Razvitie tehnologii beskontaktnih opor I privodov k resursosberegaushei tehnologii beskontaktnogo privoda. Resursozberigauchi tehnologii virobnictva ta obrobki tiskom materialiv u masinobuduvanni: Book of scientific papers. Volodymyr Dahl East Ukrainian National University, Lugansk, 2010, pp. 153–159.

5. Butenin N.V., Lunc Ya.L., Merkin D.R. Kurs teoreticheskoi mehaniki [Uchebnik dlya studentov vysshih uchebnyh zavedenij]: v 2 tomach. SPb.: Lan', 2002. 736p.

Брешев А.В. Дослідження динаміки безконтактного приводу на аеростатичних опорах.

Розглянута конструкція ресурсозберігаючого безконтактного приводу обертального руху з конічними несиметричними опорами. Проаналізовано особливості роботи опор, що виключають безпосередній механічний контакт між деталями за рахунок газової мастила. Досліджена за допомогою математичної моделі динаміка безконтактного приводу на конічних аеростатичних опорах при виникненні поперечних і кутових коливань. Отримані диференціальні рівняння малих коливань несиметричного ротора безконтактного приводу і знайдені їх вирішення, розглянуті умови поділу коливань на лінійні та кутові зі своїми парціальними частотами, досліджено шляхи підвищення його динамічної стійкості.

Ключові слова: безконтактний привод, аеростатична опора.

Breshev A.V. The dynamic investigation of non-contact drive on aerostatic bearings.

The design of ultra efficient non-contact rotary drive with conical unsymmetrical bearings has been considered. The features and advantages of aerostatic bearings have been analyzed. Due to mathematical modeling the dynamic of air-bearings non-contact drive with lateral and angular oscillations has been investigated. Investigations have been made by classic approaches of theoretical mechanics, which are based on König's theorem and Lagrange equations without dissipation.

Differential equations of linear oscillations of unsymmetrical rotor of non-contact drive on aerostatic bearings without friction forces have been obtained.

Mathematical model of linear oscillations of air-bearings unsymmetrical rotor has been designed in plain of rotation axis without resisting forces. It allows determine oscillation frequencies of rotor, the conditions of linear and angular oscillations separation with its own partial parts; investigate properties of dynamic system of non-contact drive.

Keywords: non-contact drive, aerostatic bearing.

Брешев А.В. – аспирант Восточнoукраїнського національного університета ім. Володимира Даля, г. Луганск, Україна.

e-mail: abreshev@gmail.com