УДК 621.778.01:621.791.95

Грибков Э.П.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ МУНДШТУЧНОМ ФОРМОВАНИИ ПОРОШКОВОЙ ПРОВОЛОКИ

Gribkov E.P.

MATHEMATICAL MODELING OF PRESSURE AND DEFORMATIONS BY MOUTHPIECE PRESSING POWDER WIRE

Разработана численная математическая модель, позволяющая прогнозировать локальные характеристики напряженно-деформированного состояния в очаге деформации при мундштучном формовании порошковой проволоки. Модель основана на разбиении очага деформации на множество элементарных объемов и совместном решении условия статического равновесия и условия пластичности с последующим интегрированием локальных характеристик. Разработанная модель позволяет определять технологические режимы мундштучного формования порошковой проволоки в зависимости от заданных типоразмеров и требуемой плотности порошка.

Ключевые слова: *прессование, проволока порошковая, мундштук, модель математическая, очаг деформации.*

Введение

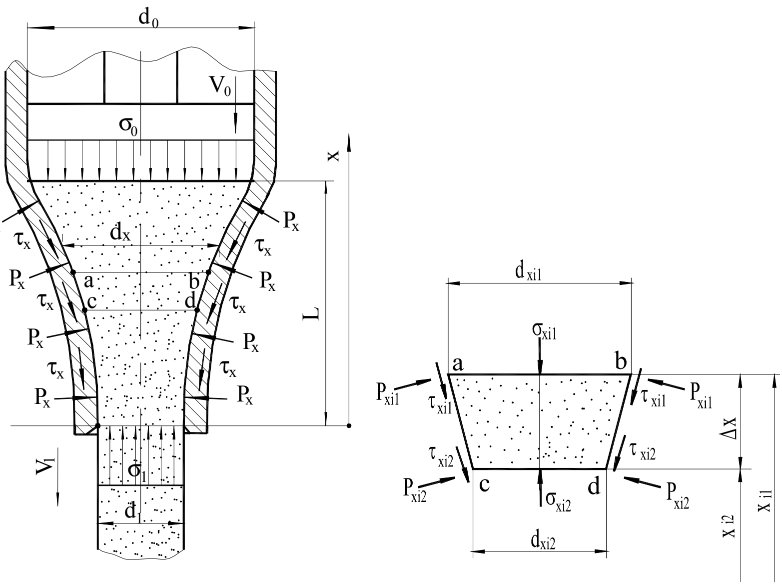
Порошковая проволока получила большое распространение в различных областях промышленности. Её особенностью является возможность использования сердечника практически любого химического состава с включением различного содержания легирующих элементов [1, 2]. Самым распространенным способом получения такого вида продукции является мундштучное формование. Однако отсутствие достаточно точного математического аппарата, позволяющего разрабатывать оптимальные технологические режимы, затрудняет внедрение в производство порошковых проволок с новыми составами и нового типоразмера, что делает актуальным разработку соответствующих методик расчета.

Цель

Целью работы является создание математической модели, позволяющей прогнозировать локальные характеристики напряженно-деформированного состояния очага деформации при мундштучном формовании порошковой проволоки, а на её основе – разработка средств для автоматизированного расчёта оптимальных технологических режимов.

Математическая модель

В основу рассматриваемой математической модели напряженно-деформированного состояния при мундштучном формовании порошковой проволоки положено численное рекуррентное решение конечно-разностной формы условий статического равновесия и условий пластичности для пористых материалов. Используемая в модели расчетная схема (рис. 1, а) интегрального очага деформации при мундштучном формовании порошковой проволоки, включает в себя мундштук, состоящий из обжимного – l_o, переходного – $l_п$ и калибрующего – $l_к$ участков соответствующей протяженности.



а б

Рис. 1. Расчетная схема очага деформации - а и выделенного элементарного объема - б при реализации процесса мундштучного формования порошковой проволоки

При разработке численной одномерной математической модели напряженно-деформированного состояния был принят ряд допущений, основными из которых являются следующие:

– изменения диаметров $d_{xi1}...d_{xi2}$, а также нормальных $p_{xi1}...p_{xi2}$ и касательных $\tau_{xi1}...\tau_{xi2}$ контактных напряжений в рамках каждого отдельного i–го элементарного объема носят линейный характер, а нормальные осевые напряжения σ_{xi} в рамках каждого отдельного поперечного сечения остаются величинами постоянными;

– касательные контактные напряжения τ_{xi} в очаге деформации подчиняются закону трения Кулона-Амонтона $\tau_{xi}=p_{xi}f_{xi}$, при этом аналитическое описание коэффициента внешнего трения $f_{xi}(x)$ может быть представлено степенной зависимостью следующего вида [1, 2]:

$$f_x = f_1 + (f_0 - f_1)\left(\frac{x}{L}\right)^{a_f}, \qquad (1)$$

где f_0, f_1 – опорные значения коэффициентов внешнего трения в сечениях на входе ($x = L$) и выходе ($x = 0$) из очага деформации [1, 2];
a_f – показатель степени, характеризующий форму эпюры распределения коэффициентов внешнего трения по длине очага деформации [1, 2];
x – текущее значение геометрической координаты, имеющей свое начало в сечении на выходе из очага деформации (рис. 1, а);
$L = l_o + l_n + l_к$ – общая протяженность зоны пластического формоизменения (рис. 1, а).

Последующее математическое моделирование заключалось в разбиении очага деформации общей длиной L на конечное множество K_R элементарных объемов *abcd* (рис. 1, а) протяженностью $\Delta x_к = l_к/K_к$, $\Delta x_n = l_n/K_n$, $\Delta x_o = l_o/K_o$, каждый из которых имеет геометрические координаты $ab – x_{i1}$; $cd – x_{i2}$ граничных сечений.

При определении геометрических характеристик, результирующее значение диаметра внутренней поверхности деформированной оболочки d_1 считали известным, исходя из этого текущее по длине очага деформации значения диаметра той же поверхности d_x может быть выражено на основе степенной зависимости вида [1, 2]:

$$d_x = d_0 - (d_0 - d_1)(x/L)^{a_d}, \qquad (2)$$

где d_0, d_1 – исходный и конечный диаметр конуса мундштука;
a_d – степенной показатель, характеризующий форму контактной поверхности.

Условие статистического равновесия выделенного i–го элементарного объема порошкового материала *abcd* при проектировании всех сил на ось x (рис. 1, б):

$$\sum F_x = \frac{\pi\sigma_{xi2}d_{xi2}^2}{4} - \frac{\pi\sigma_{xi1}d_{xi1}^2}{4} + \int_{x_{i2}}^{x_{i1}} p_{xi}\pi d_{xi}\frac{\sin\alpha_{xi}}{\cos\alpha_{xi}}dx - \\ - \int_{x_{i2}}^{x_{i1}} \tau_{xi}\pi d_{xi}\frac{\cos\alpha_{xi}}{\cos\alpha_{xi}}dx = 0, \tag{3}$$

где цифровой индекс 1 свидетельствует о принадлежности данной компоненты правому начальному *cd*, а цифровой индекс 2 – о принадлежности левому конечному *ab* граничному сечению выделенного *i*–го элементарного объема (рис. 1, б).

Условие пластичности для порошковых материалов при осесимметричном напряженно-деформированном состоянии [3, 4]:

$$\sigma_x^2 - 2\sigma_x p_x \frac{1-2\alpha_x}{1+\alpha_x} + p_x^2 \frac{1+4\alpha_x}{1+\alpha_x} = \frac{1}{1+\alpha_x}\beta x\sigma_{sx}^2 , \tag{4}$$

где α_x, β_x – текущие по длине очага деформации значения коэффициентов, учитывающих специфику деформации именно порошковой среды и определяемые в зависимости от текущего значения показателя относительной плотности γ_x как [5]:

$$\alpha_x = a_a\left(1-\gamma_x\right)^{\tilde{m}_a} ; \;\; \beta_x = \gamma_x^{2n_a} ; \tag{5}$$

a_a, $\tilde{m}_a$, n_a – постоянные для каждого конкретного состава значения коэффициентов, характеризующих интенсивность изменения α_x и β_x в зависимости от изменения показателя относительной плотности γ_x (определяются экспериментально);

σ_{sx} – текущее значение условного предела текучести твердой фазы порошковой композиции данного состава [5].

После интегрирования и последующих математических преобразований, а также с учётом условия пластичности (4) решив уравнение (3) относительно нормальных контактных напряжений p_{xi2} в окончательном виде имеем:

$$p_{xi2} = \left\{t_{1i}t_{2i} - \sqrt{t_{1i}^2 t_{2i}^2 - \left(t_{2i}^2 - t_{3i}\right)\left(t_{2i}^2 - t_{4i}\right)}\right\} \Big/ \left(t_{1i}^2 - t_{3i}\right), \tag{6}$$

где t_{ji} – вспомогательные параметры, используемые для упрощения записи и соответствующие:

$$t_{1i} = 3\frac{1-2\alpha_{xi2}}{1+\alpha_{xi2}} d_{xi2}^2 + \left(d_{xi1} + 2d_{xi2}\right)\left(d_{xi1} - d_{xi2}\right) - 2\left(d_{xi1} + 2d_{xi2}\right) f_{xi2} \Delta x;$$

$$t_{2i} = 3\sigma_{xi1} d_{xi1}^2 - p_{xi1}\left(2d_{xi1} + d_{xi2}\right)\left(d_{xi1} - d_{xi2}\right) + 2p_{xi1} f_{xi1}\left(2d_{xi1} + d_{xi2}\right)\Delta x;$$

$$t_{3i} = \left(9\alpha_{xi2} \Big/ \left(1+\alpha_{xi2}\right)^2 - 1\right) d_{xi2}^4; \; t_{i4} = 1\Big/\left(1+\alpha_{xi2}\right) \cdot \beta_{xi2} \sigma_{sxi2}^2 d_{xi2}^4 .$$

С учётом известных значений нормальных осевых σ_{xi2} и нормальных контактных p_{xi2} напряжений может быть определено и текущее значение относительной плотности порошкового материала γ_{xi2}. Воспользовавшись зависимостями между главными скоростями пластической деформации и главными напряжениями, предоставляемыми теорией течения пористых материалов [1], соотношение скоростей, а вместе с этим и соотношение показателей соответствующих деформаций $\varepsilon_d / \varepsilon_l$, может быть определено как:

$$\frac{\varepsilon_{1x}}{\varepsilon_{3x}} = \frac{\sigma_{1x} - \left(1-2\alpha_x\right)\left(\sigma_{1x} + \sigma_{2x} + \sigma_{3x}\right)/3}{\sigma_{3x} - \left(1-2\alpha_x\right)\left(\sigma_{1x} + \sigma_{2x} + \sigma_{3x}\right)/3}, \tag{7}$$

где учитывая то, что применительно к рассматриваемой осесимметричной схеме нагружения, в силу принятых допущений имеет место выполнение соотношений $\varepsilon_{1x} = \varepsilon_{2x} = \varepsilon_{dx}$; $\varepsilon_{3x} = \varepsilon_{lx}$; $\sigma_{1x} = \sigma_{2x} = p_x$; $\sigma_{3x} = \sigma_x$.

Искомая величина соотношения показателей степени деформации $\varepsilon_d / \varepsilon_l$ может быть выражена зависимостью следующего вида:

$$\frac{\varepsilon_{dx}}{\varepsilon_{lx}} = \frac{p_{xi2} - \left(1-2\alpha_{xi2}\right)\left(2p_{xi2} + \sigma_{xi2}\right)}{\sigma_{xi2} - \left(1-2\alpha_{xi2}\right)\left(2p_{xi2} + \sigma_{xi2}\right)}. \tag{8}$$

Следуя зависимости (8) может быть определен показатель степени деформации ε_{lxi2}, с учётом чего результирующая в рамках каждого отдельного *i*-го элементарного объёма относительная плотность порошкового материала будет соответствовать:

$$\gamma_{xi2} = \gamma_{xi1} d_{xi1}^2 / \left[d_{xi2}^2 \left(1 + \varepsilon_{lxi2}\right) \right] \; . \tag{9}$$

В качестве векторной направленности рекуррентного решения использовали направление собственно процесса формования.

При моделировании процесса мундштучного прессования также неизвестной является величина необходимого усилия прессования, которая может быть найдена при помощи следующей итерационной процедуры:

$$\sigma_{ok} = \sigma_{o(k-1)} + A_{\sigma} sign\left\{\sigma_{1k} - [\sigma_1]\right\}, \tag{10}$$

где k – номер итерационной процедуры;

σ_{1k} – напряжение подпора на k -ом шаге;

$[\sigma_1]$ – заданное значение напряжения подпора;

A_{σ} – шаг приращения напряжений прессования, принятый переменным по мере приближения к искомому результату.

Результаты исследования

В целом, зависимости (1) – (10) послужили основой численной детерминированной математической модели напряженно-деформированного состояния при реализации процесса мундштучного формования порошковой проволоки, которая, в свою очередь, может быть использована в качестве целевой функции при имитационном моделировании, а также при разработке программных средств по автоматизированному проектированию технологий и оборудования данного процесса.

Выводы

Разработанная математическая модель позволяет определять технологические режимы мундштучного формования порошковой проволоки в зависимости от заданных типоразмеров и требуемой плотности порошка. С использованием математической модели могут быть сформулированы рекомендации по назначению размеров инструмента и условий реализации процесса мундштучного формования порошковой проволоки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сатонин А. В. Напряженно-деформированное состояние при прокатке порошковых материалов / А. В. Сатонин, Э. П. Грибков // Сучасні проблеми металургії. Наукові вісті : Т.5. Пластична деформація металів. – Дніпропетровськ : “Системні технології”, – 2002. – С. 137-142.

2. Потапкин В. Ф. Напряженное состояние и кинематика при прокатке порошковых материалов на металлической подложке/ В. Ф. Потапкин, А. Н. Левкин, А. В. Сатонин, С. М. Романов, Ю. А. Воробьев, Э. П. Грибков // Порошковая металлургия. – 2000. – №1/2. – С. 13-21.
3. Chigarev V. V. Investigation of the process of drawing flux-cored wire for welding copper to steel / V. V. Chigarev, E. P. Gribkov, P. A. Gavrish // Welding International, 2012. – Vol. 26, Issue 9. – pp. 718-722.
4. Гринь А. Г. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния при волочении порошковой проволоки / А. Г. Гринь, Э. П. Грибков, А. В. Свиридов, И. А. Бойко // Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні. – Краматорськ : ДДМА. – 2007. – С. 522-527.
5. Прогрессивные технологические процессы штамповки деталей из порошков и оборудование./ Г. М. Волкогон, А. М. Дмитриев, Е. П. Добряков и др.: Под общ. ред. А. М. Дмитриева, А. Г. Овчинникова. – М. : Машиностроение, 1991. – 320 с.

REFERENCES

1. Satonin A. V. Naprjazhenno-deformirovannoe sostojanie pri prokatke poroshkovyh materialov / A. V. Satonin, E. P. Gribkov // Suchasni problemi metalurgiї. Naukovi visti: T.5. Plastichna deformacija metaliv. – Dnipropetrovs'k: “Sistemni tehnologiї”, – 2002. – pp. 137-142.
2. Potapkin V. F. Stressed state and kinematics in the rolling of powder materials on a metal substrate / V. F. Potapkin, A. N. Levkin, A. V. Satonin, S. M. Romanov, Yu. A. Vorob’yev, E. P. Gribkov // Powder Metallurgy and Metal Ceramics. – February 2000, Volume 39, Issue 1-2. – pp. 11-17.
3. Chigarev V. V. Investigation of the process of drawing flux-cored wire for welding copper to steel / V. V. Chigarev, E. P. Gribkov, P. A. Gavrish // Welding International, 2012. – Vol. 26, Issue 9. – pp. 718-722.
4. Grin A. G. Matematicheskoe modelirovanie naprjazhenno-deformirovannogo sostojanija pri volochenii poroshkovoj provoloki / A. G. Grin', E. P. Gribkov, A. V. Sviridov, I. A. Bojko // Udoskonalennja procesiv i obladnannja obrobki tiskom v metalurgiї i mashinobuduvanni. – Kramators'k : DSEA, 2007. – pp. 522-527.
5. Progressivnye tehnologicheskie processy shtampovki detalej iz poroshkov i oborudovanie./ G. M. Volkogon, A. M. Dmitriev, E. P. Dobrjakov i dr. : Pod obshh. red. A. M. Dmitrieva, A. G. Ovchinnikova. – M. : Mashinostroenie, 1991. – 320 p.

Грибков Е.П. Математичне моделювання напружень та деформацій при мундштучному формуванні порошкового дроту.

Розроблена чисельна математична модель, що дозволяє прогнозувати локальні характеристики напружено-деформованного стану в осередку деформації при мундштучному формуванні порошкового дроту. Модель заснована на розбитті осередку деформації на кінцеву безліч обсягів і суспільному рішенні умови статичної рівноваги і умови плинності з подальшим інтегруванням лока-

льних характеристик. Розроблена модель дозволяє визначати технологічні режими мундштучного формування порошкового дроту в залежності від заданих типорозмірів та потрібної щільності порошку.

Ключові слова: *пресування, дріт порошковий, мундштук, модель математична, осередок деформації.*

Gribkov E.P. Mathematical modeling of pressure and deformations by pressing powder wire.

The purpose of this work is development of mathematical model for prediction of local characteristics of stress-strain state into the deformation zone during mouthpiece molded powder wire and the development of tools for automated calculation of the optimal process conditions on its basis.

The mathematical model of the stress-strain state in the mouthpiece forming cored wire based on recurrent numerical solution of a finite difference form of static equilibrium conditions and the conditions of plasticity of porous materials.

In general, depending were the basis of the numerical deterministic mathematical model of the stress-strain state in the implementation the mouthpiece forming powder wire, which may be used as an objective function in simulation modeling, as well as for the development of software for computer-aided design of technology and equipment for the process.

The mathematical model for determination of technological modes of mouthpiece molding powder wire developed according to the specified sizes and the required density of the powder. Implementation of the mathematical model allows formulation of recommendations concerning selection of tolerances for tool dimensions and conditions of the molding mouthpiece process of powder wire.

Keywords: *pressing, powder wire, mathematical model, deformation zone, pressure.*

Грибков Э. П. – канд. техн. наук, доц., докторант Донбасской государственной машиностроительной академии, г. Краматорск, Украина

e-mail: amm@dgma.donetsk.ua