

## ВЛИЯНИЕ ИНДЕКСА ПОЛЯРИЗАЦИИ СИГНАЛА НА ПРОПУСКНУЮ СПОСОБНОСТЬ ПРИЕМНОГО КАНАЛА SISO СИСТЕМ

### Введение

Анализ уровня развития современных систем беспроводной связи показывает, что существует необходимость повышения пропускной способности соответствующих каналов, например, в сотовых системах связи, высокоскоростных локально-вычислительных сетях и др. Значительный интерес вызывает использование нескольких антенн на излучение и при приеме – MIMO (multiinput/multioutput) систем, или в более распространенных и дешевых для конечного пользователя при беспроводном доступе простых системах SISO (single-input, single-output). Пропускная способность может быть увеличена с помощью расширения полосы частот, повышения излучаемой мощности, специальных методов кодирования. Однако вопросы применения поляризационно-ортогональных антенных приемных элементов SISO систем освещены в литературе недостаточно [1, 2]. В частности, для стационарных и мобильных систем в этом случае *актуальны* исследование влияния рассогласования по поляризации и степени поляризации принимаемых электромагнитных волн на пропускную способность SISO системы и разработка предложений повышения пропускной способности, что и определяет *новизну* исследования.

*Цель* исследования – разработка предложений повышения пропускной способности SISO системы.

*Задачи* исследования – разработка математической модели изменяемых поляризационных параметров принимаемых волн; обобщение влияния рассогласования по поляризации и степени поляризации волн на пропускную способность приемного канала SISO системы; исследование возможностей повышения пропускной способности за счет использования поляризационно-ортогональных приемных антенн.

### Сущность

Известно, что при полном соответствии поляризационных параметров падающей электромагнитной волны поляризационным параметрам приемной антенны мощность принятого сигнала будет максимальной. Однако в реальной ситуации наблюдаются некоторые несоответствия поляризационных параметров волны параметрам приемной антенны. Пусть некоторый информационный поток  $S(t)$  излучается передающей антенной на вертикальной поляризации (рис. 1). Принимаемый сигнал в общем случае не будет строго линейно поляризованным ввиду конечной развязки по поляризации реальных излучателей, изменяемых условий распространения радиоволн мобильных систем, влияния переотражений, многолучевости, погодных условий (рис. 2).

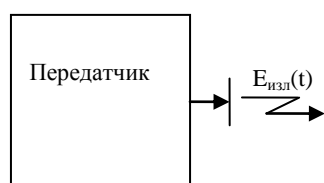


Рис. 1. Формирование сигнала

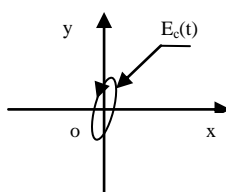


Рис. 2. Принимаемый сигнал

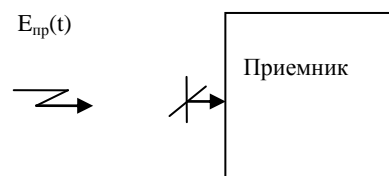


Рис. 3. Поляризационно-ортогональная антенна

Рассогласование изменяемых поляризационных параметров падающей волны и приемной антенны приводит к энергетическим потерям. Значительно уменьшить потери предлагается путем использования поляризационно-ортогональной антенны (рис. 3).

## Математическая модель изменяемых поляризационных параметров принимаемых волн

Реальный излучаемый сигнал характеризуется параметрами поляризационного эллипса – углом эллиптичности  $\alpha$  и углом ориентации большой полуоси эллипса [1]. Тогда, опуская множители круговой частоты, затухания и дальности, вектор напряженности электрического поля вблизи передающей антенны (рис. 1) можно представить в виде поляризационного вектора излучаемого сигнала

$$\vec{E}_{узл}(t) = H_{\alpha}^{T*} \cdot H_{\beta}^T \cdot (S(t) \cdot \vec{p}_1^0)^T, \quad (1)$$

где  $H_{\alpha} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -j \sin(\alpha) \\ -j \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$  – матрица эллиптичности,  $\alpha = -45^0 \dots +45^0$ ;

$H_{\beta} = \begin{pmatrix} \cos(\beta) & -\sin(\beta) \\ \sin(\beta) & \cos(\beta) \end{pmatrix}$  – матрица ориентации,  $\beta = -90^0 \dots +90^0$ ;  $\vec{p}_1^0 = (1 \ 0)^T$  – горизонтальный орт линейного поляризационного базиса.

Заметим, что ввиду конечной развязки по поляризации реальной передающей антенны в (1) имеем

$$\alpha = \alpha_{узл} = 0 \pm \Delta\alpha_{узл} = \arctg\left(\frac{E_{крос\_узл}}{E_{осн\_узл}}\right), \quad (2)$$

где  $E_{крос\_узл}$  – кросс-поляризационная составляющая излучаемого поля (горизонтальная);  $E_{осн\_узл}$  – основная составляющая излучаемого поля (вертикальная).

Невертикальность угла ориентации передающей антенны  $\Delta\beta$  учитывается в (1) следующим образом:

$$\beta = \beta_{узл} = 90^0 \pm \Delta\beta_{узл}. \quad (3)$$

Вследствие особенностей распространения радиоволн, вектор напряженности принимаемого сигнала у приемной антенны покажем в виде

$$\vec{E}_{np}(t) = \vec{E}_{узл}(t - \tau_0) \cdot \dot{K}_{r0}(t) + \sum_{i=1}^n \dot{R}_i(t - \tau_i) \cdot \dot{K}_{ri}(t - \tau_i) \cdot \vec{E}_{узл}(t - \tau_i), \quad (4)$$

где  $n$  – общее количество переотражений при распространении;  $\dot{K}_{r0}(t)$  и  $\dot{K}_{ri}(t - \tau_i)$  – множители затухания прямой и переотраженных волн;  $\tau_0$  и  $\tau_i$  – множители запаздывания прямой и переотраженных волн;  $\dot{R}_i(t - \tau_i)$  – матрица коэффициентов отражений.

Поляризационные параметры приемной антенны опишем с помощью поляризационного вектора (5) при углах эллиптичности и ориентации поляризационной диаграммы приемной антенны в соответствии с выражениями

$$\vec{p}_a = H_{\alpha}^{T*} \cdot H_{\beta}^T \cdot \vec{p}_1^0, \quad (5)$$

$$\alpha = \alpha_{np} = 0 \pm \Delta\alpha_{np} = \arctg\left(\frac{E_{крос\_np}}{E_{осн\_np}}\right), \quad \beta = \beta_{np} = 90^0 \pm \Delta\beta_{np}.$$

Учитывая выражения (4) и (5), найдем сигнал на выходе приемной антенны

$$\dot{U}_{np}(t) = \vec{p}_a^{T*} \cdot \vec{E}_{np}(t) \cdot K_a + \dot{U}_ш(t) = \dot{U}_c(t) + \dot{U}_ш(t), \quad (6)$$

где  $K_a$  – коэффициент, учитывающий потери и преобразующую роль приемной антенны (эффективная длина для вибраторов);  $\dot{U}_ш(t)$  – тепловой шум приемного канала.

Если потенциальное значение отношения мощности сигнала к мощности шума

$$h^2 = \frac{P_c}{P_{ш}}, \quad (7)$$

то реальное зависит от коэффициента поляризационного приема [1]

$$h_{\text{вых}}^2 = h^2 \cdot K_{np}, \quad (8)$$

который определяется так

$$K_{np} = \cos^2 \delta, \quad (9)$$

где  $\delta$  – угол между поляризационными векторами сигнала (4) и антенны (5), который представляет собой, по существу, рассогласование по поляризации между сигналом и антенной и находится в соответствии с выражением

$$\delta = \arccos(\vec{E}_{np}^T \cdot \vec{p}_a^*). \quad (9)$$

На практике удобнее использовать величину потерь мощности сигнала при рассогласовании, т.е. несовпадении поляризационных параметров принимаемой волны и антенны

$$K_{\text{потерь}} = 10 \cdot \log\left(\frac{1}{\cos^2 \delta}\right), \text{ дБ}. \quad (10)$$

Поэтому, реальное отношение мощности сигнала к мощности шума на выходе рассматриваемого канала передачи можно представить в виде

$$h_{\text{вых}}^2 = 10 \cdot \log\left(\frac{P_c}{P_{ш}}\right) - K_{\text{потерь}}, \text{ дБ}. \quad (11)$$

Заметим, что потери будут минимальными при совпадении поляризационных параметров антенны и принимаемой волны

$$\alpha_a = \alpha_{np}, \quad \beta_a = \beta_{np}. \quad (12)$$

Указанное вынуждает управлять поляризационными параметрами приемной антенны с помощью фазовращателей и аттенуаторов [1], что предъявляет высокие требования к стабильности и широкополосности таких устройств.

### **Обобщение влияния рассогласования по поляризации и степени поляризации волн на пропускную способность приемного канала SISO системы**

Под степенью поляризации электромагнитной волны понимают зависимость во времени поляризационных параметров на интервале некоторого времени наблюдения, например сеанса передачи. Если с течением времени поляризационные параметры остаются неизменными, то говорят о полностью поляризованных сигналах, если изменяются с максимальной степенью хаотичности, – то о неполяризованных. В этом случае говорят об индексе либо степени поляризации падающей электромагнитной волны как отношении мощности полностью поляризованной составляющей поля к ее полной мощности [1]

$$m = \frac{P_{nn}}{P_c} = 1 - \frac{P_{нн}}{P_{nn} + P_{нн}}, \quad (13)$$

где  $P_{nn}$  – полностью поляризованная составляющая полной мощности сигнала  $P_c$ ;  $P_{нн}$  – неполяризованная (хаотическая) составляющая полной мощности сигнала.

Реальные сигналы в свободном пространстве являются частично поляризованными, и индекс поляризации принимает значения  $m = 0 \dots 1$ . Поэтому, будем считать на практике, что при  $1 \geq m \geq 0,95$  волна является полностью поляризованной, при  $0,95 > m > 0,05$  – частично поляризованной, и при  $0,05 \geq m \geq 0$  – хаотически поляризованной.

Индекс поляризации можно рассчитать с использованием параметров Стокса [1] либо оценить в реальных условиях высокого энергетического параметра. При этом следует получить ковариационную матрицу вектора напряженности принимаемого сигнала у приемной антенны (4) по выборке из  $k$  нормально распределенных временных отсчетов. При гипотезе нулевого математического ожидания имеем

$$\dot{M} = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k \vec{E}_{np}(t) \cdot \vec{E}_{np}^T(t). \quad (14)$$

Учитываем, что эта ковариационная матрица (КМ) является эрмитовой, а значит и положительно определенной. Поэтому, она относится к классу диагонализируемых матриц. Имеем

$$\dot{M} = \vec{B} \cdot \Lambda \cdot \vec{B}^T, \quad (15)$$

где  $\vec{B} = \begin{pmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 \end{pmatrix}$  – матрица собственных векторов, зависящая от  $H_\alpha$  и  $H_\beta$ ;  $\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$  – матрица собственных значений, спектр КМ, причем,  $\lambda_1 \geq \lambda_2$ .

Заметим, что ранг КМ соответствует количеству ненулевых элементов матрицы собственных значений и свидетельствует степени поляризации принимаемой волны. При этом, если  $Rank(\dot{M})=1$  при  $\lambda_1 = P_c$  и  $\lambda_2 = 0$ , то волна является полностью поляризованной; если  $Rank(\dot{M})=2$  при  $\lambda_1 \neq 0$  и  $\lambda_2 \neq 0$ , то волна является частично поляризованной;  $Rank(\dot{M})=2$  при  $\lambda_1 = \lambda_2$ , то волна является хаотически поляризованной.

Исходя из свойства инвариантности КМ имеем

$$P_c = trace(\dot{M}) = trace(\Lambda) = \lambda_1 + \lambda_2. \quad (16)$$

Несложно показать, что если хаотическая составляющая полной мощности сигнала в (13) распределена равномерно и одинаково вдоль горизонтального и вертикального орта линейного поляризационного базиса, то

$$\Lambda = \begin{pmatrix} P_{nn} + \frac{P_{nn}}{2} & 0 \\ 0 & \frac{P_{nn}}{2} \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Поэтому, учитывая (13) и свойство (16), получим оценку индекса поляризации

$$\hat{m} = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{\Delta\lambda}{P_c}. \quad (18)$$

Таким образом, индекс поляризации можно получить по данным оценочной КМ реального принимаемого сигнала у приемной антенны в условиях высокого энергетического параметра.

Для реального канала передачи в типовых условиях энергетического параметра оценка индекса поляризации на выходе приемных каналов будет зависеть также и от энергетического параметра, от отношения мощности сигнала к мощности шума. Считая шум стационарным и нормально распределенным в (6), основываясь на предыдущих выкладках, можно получить оценку индекса поляризации реального канала передачи с учетом влияния шумов

$$\hat{m}_p = \frac{m}{1 + m \cdot h^2}. \quad (19)$$

где  $m$  – индекс поляризации самой волны, без учета влияния шумов.

Откуда найдем истинный индекс поляризации самой волны

$$m = \frac{\hat{m}_p}{1 - \hat{m}_p \cdot h^2}. \quad (20)$$

Итак, коэффициент поляризационного приема канала передачи на основании (9), (13) и (17) определим в соответствии с формулой

$$K_{\text{прием}} = \frac{1 + m \cdot (2 \cos^2 \delta - 1)}{2}, \quad (21)$$

а энергетический параметр канала передачи при этом будет

$$h_{\text{вых}}^2 = h^2 \cdot K_{\text{кан}}. \quad (22)$$

Определим пропускную способность приемного канала SISO системы с учетом влияния рассогласования по поляризации и степени поляризации волн с использованием соотношения Шенона [2, 3]

$$C = \Delta F \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{P_c}{P_{\text{ш}}}} \right) = \Delta F \cdot \log_2 \left( 1 + h^2 \cdot K_{\text{кан}} \right), \quad (23)$$

где  $\Delta F$  – ширина полосы пропускания канала.

Или в общем виде

$$C = \Delta F \cdot \log_2 \left( 1 + h^2 \cdot \frac{1 + m \cdot (2 \cos^2 \delta - 1)}{2} \right). \quad (24)$$

Итак, полученное выражение определяет зависимость пропускной способности приемного канала SISO системы от рассогласования по поляризации – угла  $\delta$  и степени поляризации волны  $m$  при различных значениях потенциального энергетического параметра  $h^2$ .

Покажем также вероятность ошибок передачи информации такого канала [2]

$$P_{\text{ош}} = 1 - F \left( \sqrt{k \cdot h^2 \cdot \frac{1 + m \cdot (2 \cos^2 \delta - 1)}{2}} \right), \quad (25)$$

где  $k$  – коэффициент, связанный с видом модуляции (например,  $k = 4$  для двоичного бинарного фазового кодирования);  $F(x)$  – функция Лапласа.

### Исследование возможностей повышения пропускной способности за счет использования поляризационно-ортогональных приемных антенн

Рассмотрим двумерную функцию коэффициента поляризационного приема (21) и ее сечения (рис.4, 5).

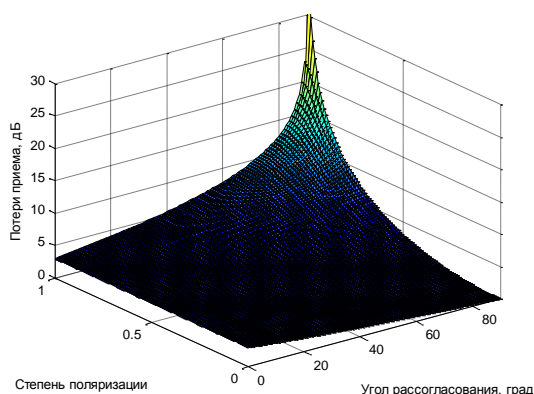


Рис. 4. Двумерная функция коэффициента поляризационного приема (потери)

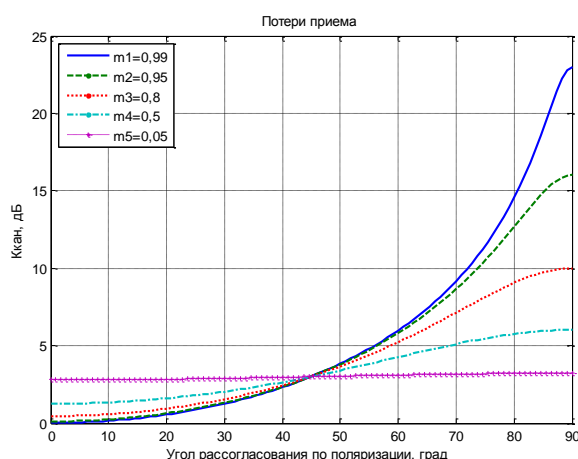


Рис. 5. Зависимости коэффициента поляризационного приема

Очевидно, что потери существенно возрастают при индексе поляризации  $m \geq 0,8$  и большом угле рассогласования  $80 - 90^\circ$ , в то же время, когда при  $m \leq 0,5$  такая зависимость

уменьшается. Слабо поляризованные волны при  $m \leq 0,05$  характеризуются потерями при приеме около  $3 \text{ дБ}$  и инвариантностью к углу рассогласования. Так, для типовых антенн с развязкой по поляризации  $10 - 15 \text{ дБ}$  и индекса поляризации  $m \geq 0,95$ , что характерно для стационарных систем, потери могут составлять величину до  $16 \text{ дБ}$ , в то время, когда для мобильных систем при индексе поляризации  $m = 0,5$  – до  $6 \text{ дБ}$ . Рассмотрим зависимости пропускной способности приемного канала (24) от рассогласования по поляризации при фиксированных значениях степени поляризации волны  $m$  (рис. 6), при этом значение энергетического параметра  $h^2 = 20 \text{ дБ}$  и ширина полосы пропускания канала  $\Delta F = 10 \text{ МГц}$ . Заметим, что пропускная способность сильно зависит от угла рассогласования при индексе поляризации  $m \geq 0,8$ . Для типовых антенн при индексе поляризации  $m \geq 0,95$  пропускная способность канала может уменьшиться почти в четыре раза, а при индексе поляризации  $m = 0,5$  только на  $30 \%$ . Вероятность ошибок передачи  $F$  при различном индексе поляризации  $m$  представлено на рис. 7. Отметим, что увеличение угла рассогласования более  $10^\circ$  приводит к значительному му возрастанию ошибок, а при  $m \leq 0,8$  ошибки становятся неприемлемыми.

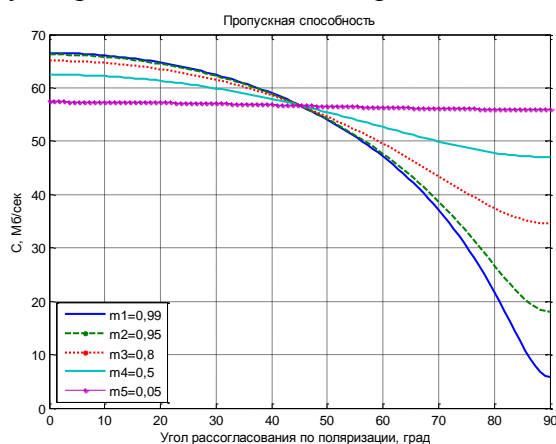


Рис. 6. Пропускная способность при различном индексе поляризации

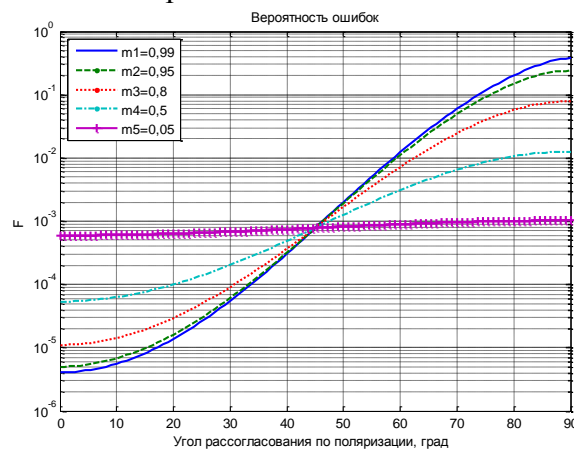


Рис. 7. Вероятность ошибок передачи при различном индексе поляризации

Таким образом, наличие угла рассогласования по поляризации сигнала и антенны более  $10^\circ$  при индексе поляризации  $m \leq 0,8$  существенно ухудшают пропускную способность и вероятность ошибок реального канала передачи в целом. На практике для повышения пропускной способности и снижения вероятности ошибок канала передачи целесообразно использование поляризационно-ортогональных приемных антенн с адаптивной подстройкой их поляризационных параметров, что позволит уменьшить угол рассогласования по поляризации и увеличить индекс поляризации за время обучения и подстройки.

## Выводы

Разработанная математическая модель изменяемых поляризационных параметров принимаемых волн позволяет исследовать влияния рассогласования по поляризации и степени поляризации волн на пропускную способность приемного канала SISO системы и исследовать возможности повышения пропускной способности за счет использования поляризационно-ортогональных приемных антенн, что представляет собой существенную практическую значимость.

**Список литературы:** 1. Родимов, А.П., Поповский, В.В. Статистическая теория поляризационно-временной обработки сигналов и помех. – М. : Радио и связь, 1984. – 272 с. 2. Многоканальная электросвязь и телекоммуникационные технологии : учебник для студентов высших учебных заведений / Под общ. ред. В. В. Поповского. – Харьков : ООО «Компания СМИТ», 2006. – 596 с.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 06.02.2012

