

А.И. СТРЕЛКОВ, д-р техн. наук, Е.И. ЖИЛИН, канд. техн. наук,  
Т.А. СТРЕЛКОВА, канд. техн. наук, А.П. ЛЫТЮГА, канд. техн. наук, Т.В. БУТРЫМ

## ОСОБЕННОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ ПРОЦЕССОВ ОСЛАБЛЕНИЯ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Оптико-электронные устройства являются сложными техническими системами, функции которых реализуются посредством преобразования оптических и электрических сигналов конструктивными элементами системы.

Важным элементом практически любой оптико-электронной системы являются ослабители оптического излучения, предназначенные для ослабления оптического излучения на входе приемника (рис.1).

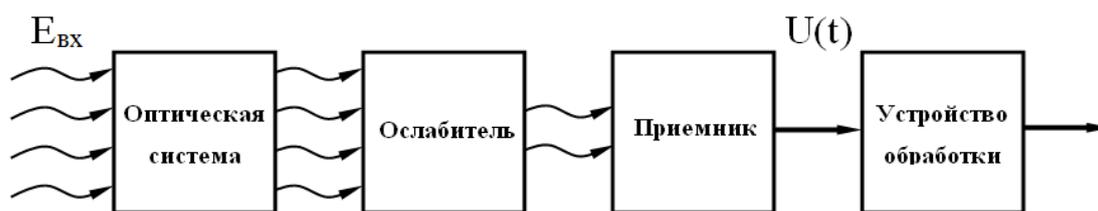


Рис. 1. Структурная схема оптико-электронной системы

Независимо от особенностей технической реализации ослабителей их основным назначением является согласование интенсивности оптического излучения на входе оптико-электронной системы  $E_{\text{вх}}$  с динамическим диапазоном приемника (рис. 1). Это связано с тем, что условия функционирования большинства типов оптико-электронных систем характеризуются широким диапазоном изменения интенсивностей входных воздействий, который в естественных условиях наблюдения может составлять 90 Дб, в то время как динамический диапазон современных приемников оптического излучения лежит в пределах 50 – 60 Дб.

Кроме этого, ослабление оптического сигнала от источника излучения происходит и вдоль трассы его распространения. В этом случае схема оптико-электронной системы (рис. 1) может быть представлена рис. 2.



Рис. 2. Структурная схема оптико-электронной системы

В общем виде процесс ослабления оптического сигнала вдоль трассы распространения, а также с элементами оптико-электронного тракта, включая ослабители оптического излучения, описывается законом Бугера [1]

$$I_{l\lambda} = I_{o\lambda} e^{-\alpha_\lambda l} = I_{o\lambda} \tau_{l\lambda}^1 = I_{o\lambda} \tau_\lambda, \quad (1)$$

где  $I_{l\lambda}$  – сила излучения, прошедшего путь  $l$ ;  $I_{o\lambda}$  – сила излучения в начале трассы;  $\alpha_\lambda$  – показатель ослабления;  $\tau_{l\lambda} = e^{-\alpha_\lambda l}$  – коэффициент прозрачности среды;  $\lambda$  – длина волны.

Проанализируем процесс ослабления оптического излучения, представляя ослабитель в виде черного ящика. В этом случае охарактеризуем процесс ослабления оптического сигнала коэффициентом  $k$ , связывающим характеристики сигнала на входе  $\xi(t)$  и выходе  $\eta(t)$  ослабителя.

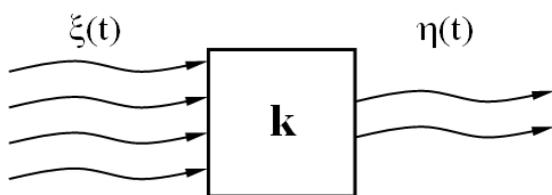


Рис. 3. Ослабление светового потока

Абстрагируясь от влияния других элементов оптико-электронной системы путем их идеализации и допуская, что они не оказывают существенное влияние на качество сигналов, представим схему обработки оптических сигналов в упрощенном виде (рис. 3). Такой подход к описанию процесса ослабления позволяет провести качественный анализ его влияния на характеристики оптических сигналов, оценить эффективность самого процесса ослабления и рассмотреть особенности его математического описания. Таким образом, схема, представленная на рис.3, удовлетворяет цели исследований, которая состоит в проведении анализа и акцентировании внимания специалистов на существующих различиях в применении корпускулярного и волнового подходов к математическому описанию процессов ослабления оптических сигналов.

В соответствии с основными положениями статистической радиотехники необходимым условием синтеза оптимальных (квазиоптимальных) методов обработки сигналов является наличие априорных знаний об их статистической природе [2, 3]. Часто для оценки эффективности обработки сигналов и анализа характеристик обнаружения  $F$ ,  $D$  (условная вероятность правильного обнаружения и ложной тревоги) на выходе устройства обработки (рис.1, 2) достаточно знать первый начальный и второй центральный моменты распределения сигналов на выходе устройства [2]. Это же справедливо и при анализе энергетических характеристик качества сигнала, например отношения сигнал/шум  $\varphi$ . [3]

В соответствии с основными положениями статистической радиотехники необходимым условием синтеза оптимальных (квазиоптимальных) методов обработки сигналов является наличие априорных знаний об их статистической природе [2, 3]. Часто для оценки эффективности обработки сигналов и анализа характеристик обнаружения  $F$ ,  $D$  (условная вероятность правильного обнаружения и ложной тревоги) на выходе устройства обработки (рис.1, 2) достаточно знать первый начальный и второй центральный моменты распределения сигналов на выходе устройства [2]. Это же справедливо и при анализе энергетических характеристик качества сигнала, например отношения сигнал/шум  $\varphi$ . [3]

В зависимости от доминирующих свойств (корпускулярные или волновые), проявляемых оптическим сигналом, рассмотрим два подхода к математическому описанию процесса его ослабления.

Исходя из практических соображений и учитывая большое количество факторов, оказывающих влияние на сигнал в процессе его распространения, обработки и регистрации, в данном случае можно воспользоваться гипотезой о нормальной статистике некогерентного оптического излучения. В этом случае математическое ожидание сигнала на входе  $\overline{\xi(t)}$  и выходе  $\overline{\eta(t)}$  устройства ослабления, а также их дисперсии  $\sigma_{\xi}^2$  и  $\sigma_{\eta}^2$  являются исчерпывающими характеристиками для ряда задач синтеза. [3]

В случае волнового представления оптического излучения, сигнал на входе оптической системы может быть описан, в соответствии с теорией Максвелла, как непрерывная функция вида [4, 5]

$$\xi(t) \sim A \cos(\omega t - s\lambda). \quad (2)$$

В рамках анализа волновой модели светового потока опишем схему, представленную на рис. 3. На физическое устройство, подобное нейтральному фильтру или диафрагме (рис. 3), поступает непрерывный сигнал  $\xi(t)$ . Устройство ослабляет его в  $k$ -раз. На выходе наблюдается ослабленный сигнал  $\eta(t)$ . Для характеристики сигнала воспользуемся отношением сигнал/шум, которое является важным энергетическим показателем качества его обработки [6]:

$$\varphi = \frac{\text{сигнал}}{\text{шум}} = \frac{\overline{\xi(t)}}{\sqrt{\sigma_{\xi}^2}}, \quad (3)$$

где  $\varphi$  – отношение сигнал/шум;  $\overline{\xi(t)}$  – среднее значение входного потока;  $\sigma_{\xi}^2$  – дисперсия входного потока;

$$\eta(t) = \frac{\xi(t)}{k}. \quad (4)$$

где  $\eta(t)$  – выходной (ослабленный) поток;  $\xi(t)$  – входной поток;  $k$  – коэффициент ослабления.

Учитывая свойства числовых характеристик непрерывной случайной величины, из (4) получим, что математическое ожидание и дисперсия будут соответственно

$$\overline{\eta(t)} = \frac{\overline{\xi(t)}}{k}, \quad (5)$$

$$\sigma_{\eta}^2 = \sigma^2 \left[ \frac{\xi(t)}{k} \right] = \frac{1}{k^2} \sigma_{\xi}^2. \quad (6)$$

где  $\overline{\eta(t)}$  – среднее значение выходного (ослабленного) потока,  $\sigma_{\eta}^2$  – дисперсия выходного (ослабленного) потока

Тогда для отношения сигнал/шум на выходе ослабителя будет верно

$$\Phi_{\eta} = \frac{\overline{\eta(t)}}{\sqrt{\sigma_{\eta}^2}}, \quad (7)$$

где  $\Phi_{\eta}$  – отношение сигнал/шум на выходе ослабителя.

Подставляя (5) и (6) в (7), окончательно получим

$$\Phi_{\eta} = \frac{\overline{\xi(t)}}{k \sqrt{\frac{1}{k^2} \sigma_{\xi}^2}} = \frac{\overline{\xi(t)}}{\sqrt{\sigma_{\xi}^2}}. \quad (8)$$

Из (8) видно, что отношения сигнал/шум на входе и выходе ослабителя не зависят от коэффициента ослабления и численно равны для случая непрерывных сигналов

$$\Phi_{\eta} = \Phi_{\xi} \text{ или } \Phi_{\xi} = \Phi_{\eta}. \quad (9)$$

Здесь же можно показать, что ослабитель работает таким образом, что реализация случайного непрерывного сигнала может быть однозначно восстановлена из реализации ослабленного сигнала в любой момент времени  $t_i$  (рис. 4):

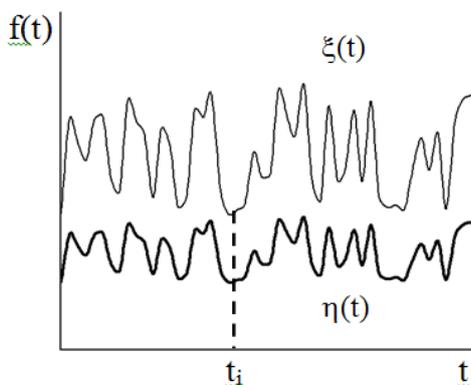


Рис. 4. Статистика сигнала

$$\xi(t_i) = \eta(t_i)k, \quad (10)$$

т.е. ослабитель не изменяет отношение сигнал/шум, если сигнал на его входе проявляет волновую природу.

С другой стороны, известно, что свет может проявлять и корпускулярные свойства при взаимодействии с веществом. В связи с введением понятия случайного потока фотонов возникает необходимость знать статистические характеристики рассматриваемого поля. При анализе некогерентных световых потоков можно ограничиться пуассоновской статистикой, которая описывает поток фотонов как простейший поток случайных событий. Тогда вероятность появления  $n$ -фотонов в единичной площади за время  $T$  будет описываться выражением [2, 3, 7]

$n$ -фотонов в единичной площади за время  $T$  будет описываться выражением [2, 3, 7]

$$P_n(T) = \frac{(aT)^n}{n!} e^{-aT}, \quad (11)$$

где  $a$  – характеризует интенсивность потока фотонов;  $n$  – число фотонов;  $T$  – время наблюдения (экспозиция);  $\bar{n}$  – среднее количество фотонов определяется соответственно (11), как

$$\bar{n} = aT, \quad (12)$$

а их дисперсия

$$\sigma^2 = aT = \bar{n}. \quad (13)$$

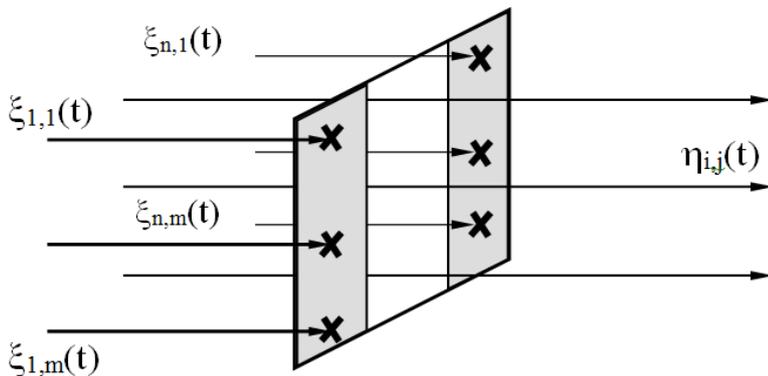


Рис. 5. Ослабление светового потока с помощью диафрагмы

$\xi_{i,j}(t)$ , проходящих через апертуру диафрагмы (рис. 3):

$$\xi(t) = \sum_i \sum_j \xi_{i,j}(t). \quad (14)$$

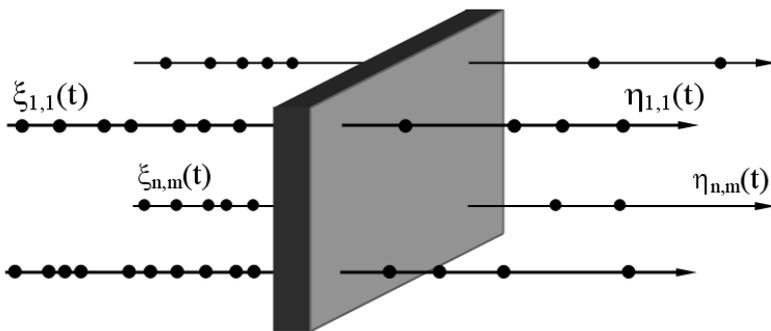


Рис. 6. Ослабление светового потока с помощью нейтрального фильтра

Рассмотрим альтернативный волновому подход к описанию процесса ослабления светового излучения, основанный на вероятностной модели взаимодействия потока фотонов с веществом. Представляя световой поток как поток квантов света, опишем операцию его ослабления как статистическое прореживание простейшего потока событий (рис. 5,6) [2].

Тогда световой сигнал  $\xi(t)$ , как совокупность пространственно разнесенных потоков фотонов

Учитывая, что простейший поток обладает и характеризуется пуассоновской статистикой (11) – (13), а также учитывая его инвариантность к такому типу преобразования (рис. 7) [3], можно утверждать, что поток на выходе ослабителя также будет пуассоновским и представляет собой сумму всех прошедших ослабителем элементарных потоков

$$\eta(t) = \sum_i \sum_j \eta_{i,j}(t), \quad (15)$$

где  $i = 1..n$ ;  $j = 1..m$ .

С учетом вышесказанного, запишем для среднего числа отсчетов на выходе ослабителя

$$\overline{\eta(t)} = \frac{\overline{\xi(t)}}{k}. \quad (16)$$

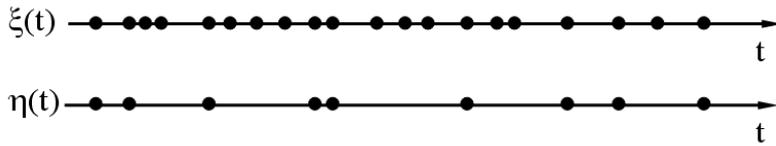


Рис. 7. Вероятностный характер ослабления

в любой момент времени  $t_i$

$$\xi(t_i) \neq \eta(t_i)k. \quad (17)$$

В то же время возможно восстановление его числовых характеристик, например

$$\overline{\xi(t)} = \overline{\eta(t)}k. \quad (18)$$

Таким образом, для статистически равнозначных потоков на входе и выходе ослабителя будет верно

$$\overline{\xi(t)} = \sigma_\xi^2 \quad (19)$$

и

$$\overline{\eta(t)} = \sigma_\eta^2. \quad (20)$$

Аналогично (3) запишем выражения для отношения сигнал/шум на входе и выходе ослабителя соответственно

$$\varphi_\xi = \frac{\overline{\xi(t)}}{\sqrt{\sigma_\xi^2}}, \quad (21)$$

$$\varphi_\eta = \frac{\overline{\eta(t)}}{\sqrt{\sigma_\eta^2}}. \quad (22)$$

Перепишем выражение (22) подставляя (17) – (20)

$$\varphi_\eta = \frac{\overline{\xi(t)}}{k\sqrt{\frac{\sigma_\xi^2}{k}}} = \frac{\overline{\xi(t)}}{\sqrt{k}\sqrt{\sigma_\xi^2}} \quad (23)$$

или с учетом (21) для (22) окончательно получим

$$\varphi_\eta = \frac{\varphi_\xi}{\sqrt{k}}. \quad (24)$$

Как видно из данного выражения, вероятностное ослабление корпускулярного потока приводит к уменьшению отношения сигнал/шум на выходе ослабителя пропорционально величине  $\sqrt{k}$ .

## Выводы

В случае проявления оптическим сигналом волновых свойств операция его ослабления не оказывает влияние на величину отношения сигнал/шум и, следовательно, на качество его обработки. В то же время, при проявлении оптическим сигналом корпускулярных свойств,

Из выражений (14), (15) и (16) следует что, в отличие от (4), когда сигнал проявляет волновые свойства (10), реализация корпускулярного потока не может быть однозначно восстановлена после процедуры его ослабления

отношение сигнал/шум на выходе ослабителя будет ухудшаться пропорционально  $\sqrt{k}$  раз, что оказывает влияние на качество его последующей обработки.

**Список литературы:** 1. *Борн, М., Нольф, Э.* Основы оптики : изд. 2-е. ; пер. с англ. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1973. – 724 с. 2. *Оптическая локация.* Теоретические основы приема и обработки оптических сигналов ; Под ред. А.И. Стрелкова. – Х. : Апостроф, 2010. – 312 с. 3. *Тихонов, В.И.* Статистическая радиотехника. – М. : Радио и связь, 1982. – 624с. 4. *Стафеев, С.К., Боярский, К.К., Башнина, Г.Л.* Основы оптики. – СПб. : Питер, 2006. – 336 с. 5. *Бутиков, Е. И.* Оптика. – 2-е изд., перераб. и доп. — СПб. : Невский Диалект, 2003. – 480 с. 6. *Гальярди, Р.М., Карп, Ш.* Оптическая связь : пер. с англ. – М. : Связь, 1978. – 424 с. 7. *Клаудер, Р. Джон, Сударшан, Э.К.Г.* Основы квантовой оптики : пер. А.С. Чиркин, Б.Я. Зельдович, В.Г. Тункин ; под ред. С.В. Ахманова. – М. : Иностран.лит., 1975. – 430 с.

*Харьковский университет  
Воздушных Сил им. И. Кожедуба*

*Поступила в редколлегию 11.02.2012*