

**УСОВЕРШЕНСТВОВАННЫЙ МЕТОД РАЗРЕШЕНИЯ
ФАЗОВОЙ НЕОДНОЗНАЧНОСТИ ДВУХЧАСТОТНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ
ФАЗОВЫХ ГНСС-НАБЛЮДЕНИЙ И ВЫСОКОТОЧНОЕ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЕ
НА БАЗОВЫХ РАССТОЯНИЯХ ДО 200 км**

Введение

Точное определение местоположения (позиционирование) с использованием глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) широко применяется в таких приложениях, как геодезия, картография, межевание земли, кадастр, аэрофотосъемка, ГИС, точное земледелие, геодинамика и др. В таких приложениях определение координат должно выполняться на сантиметровом и даже на миллиметровом уровне точности. Основным методом решения задач точного позиционирования является дифференциальный (относительный) – разновидность интерферометрического метода. В настоящей работе рассматривается именно дифференциальный фазовый метод определения местоположения.

Достигнуть указанного уровня точности позиционирования невозможно без использования фазовых наблюдений. Однако фазовые ГНСС-наблюдения имеют отличительные особенности – они являются неоднозначными и, как правило, по ряду причин содержат циклические фазовые скачки. Без надежного устранения скачков и разрешения фазовой неоднозначности (РФН) невозможно решить задачу точного и быстрого дифференциального позиционирования с указанной точностью [1, 2]. Неоднозначность фазовых наблюдений, как известно [1 – 4], является целочисленной, то есть фазовые наблюдения на интервалах непрерывного слежения включают постоянные на этих интервалах неизвестные величины. Эти величины равны целому числу длин волн, которые и необходимо определить в процессе РФН. Именно свойство целочисленности фазовых неоднозначностей, присущее процессу фазовых измерений, и является положительным дополнительным ограничением и позволяет при определенных условиях решить проблему РФН: ввести целочисленные коррекции в фазовые наблюдения и выполнить точные координатные определения, используя фазовые псевдодалности, аналогично тому, как решается навигационная задача (НЗ) с использованием кодовых псевдодалностей [1 – 4].

Проблема РФН в задачах точного ГНСС-позиционирования является одной из самых сложных. Несмотря на значительное количество выполненных в мире в течение последних 25 – 30 лет исследований и опубликованных результатов (см., например, фундаментальные по рассматриваемому вопросу работы [5 – 11]), как отмечают многие зарубежные исследователи, задача РФН не имеет окончательного эффективного универсального решения для множества практически важных случаев, имеется потребность и в развитии теории обработки фазовых наблюдений [11, 12]. Это особенно проявляется в задачах, отражающих новые возросшие требования к характеристикам (экономическим, эксплуатационным и др.) ГНСС-решений в более жестких условиях выполнения наблюдений. В частности, остро стоит проблема достижения высокой надежности РФН (как для одночастотного, так и для двухчастотного/трехчастотного геодезического ГНСС-оборудования) при измерениях на средних и больших базовых расстояниях, в условиях разреженных сетей референцных перманентных станций, в условиях сильных ионосферных возмущений [13 – 16]. Особенно это актуально для позиционирования в режиме реального времени RTK (Real Time Kinematic) на базовых расстояниях свыше 70 – 80 км и в условиях повышенной ионосферной активности [14 – 16]. Даже у лучших современных двухчастотных RTK-приемников в указанных условиях заметно ухудшаются эксплуатационные и точностные характеристики – существенно увеличивается интервал времени инициализации (т.е. достижения целочисленного решения после включения приемника либо после потери слежения) до 5 – 7 мин, уменьшается вероятность правильной фиксации целочисленных неоднозначностей, что приводит к невозможности получения целочисленного (fixed) решения сантиметровой точности и использованию только

промежуточного «плавающего» (float) решения дециметровой точности. Важно также констатировать, что в принципе пока не решена и проблема достижения высокой надежности целочисленного РФН для одночастотных наблюдений на базовых расстояниях свыше 15 – 30 км, особенно для таких производительных режимов геодезической съемки как кинематический и «стой-иди» («stop&go»). Проблемным теоретическим и практическим вопросом пока еще остается надежная верификация полученных целочисленных решений для указанных более сложных условий измерений [11, 12].

Причины перечисленных проблем можно объяснить тем, что с увеличением базовых расстояний и в условиях возмущений среды распространения сигналов увеличиваются остаточные медленноменяющиеся составляющие фазовых и кодовых наблюдений, такие как ионосферные, тропосферные, эфемеридные и другие, которые становятся преобладающими по сравнению с шумовыми погрешностями и в указанных условиях характеризуются нестандартными законами распределения и являются нестационарными процессами [11, 15]. Это, в свою очередь, приводит к нарушению основных предположений о статистических характеристиках погрешностей наблюдений, нарушению оптимальности алгоритмов обработки наблюдений и, соответственно, к уменьшению вероятности или даже невозможности решения задачи целочисленного РФН, а значит, и достижения сантиметровой точности позиционирования [11].

В этих условиях актуальна задача создания новых усовершенствованных методов и алгоритмов разрешения фазовой неоднозначности, способных преодолеть перечисленные проблемы и улучшить характеристики ГНСС-позиционирования в сложных условиях выполнения измерений. В настоящей работе рассматриваются результаты создания и натурального тестирования усовершенствованных метода и алгоритмов разрешения фазовой неоднозначности дифференциальных статических и кинематических двухчастотных GPS-наблюдений и точного позиционирования на базовых расстояниях ~100 – 200 км в различных условиях ионосферной активности. Приведены отличительные особенности предложенного решения, которые, как показал сравнительный анализ, позволили улучшить характеристики ГНСС-позиционирования на территориях с разреженными ГНСС-сетями в режимах постобработки и реального времени. Способы и алгоритмы надежного решения задачи восстановления непрерывности фазовых наблюдений (устранения циклических фазовых скачков) детально описаны в работах [1 – 3, 9, 17 – 19] и поэтому здесь не рассматриваются.

Уравнения наблюдений. Подход к решению задачи

Ниже рассматривается дифференциальный метод ГНСС-позиционирования, обладающий множеством привлекательных особенностей, так как позволяет [1 – 6]:

- существенно уменьшить эфемеридные, ионосферные, тропосферные погрешности наблюдений;
- практически полностью устранить погрешности наблюдений, обусловленные неточными коррекциями бортовых часов спутников, геодинамическими эффектами, эффектами из-за пространственных эволюций спутников («wind-up»-эффекты);
- компенсировать погрешности, вызванные инструментальными задержками (групповыми и фазовыми) в аналоговых трактах спутников, и компенсировать случайные начальные фазы опорных генераторов спутников в фазовых наблюдениях.

Дальнейшее изложение ведется применительно к системе GPS (США), которая является лидирующей ГНСС. Это не ограничивает общность и применимость полученных результатов по отношению к близким аналогам GPS – функционирующей системе ГЛОНАСС (РФ) и системам Galileo (ЕС) и BeiDou-Compass (Китай), которые находятся в стадии развертывания.

Систему уравнений дифференциальных двухчастотных GPS наблюдений (однобазовый случай) можно представить в следующем виде [1 – 3]:

$$\begin{cases} \Delta\hat{S}_1^j(t) = \Delta R^j(t) + \Delta(t) + \Delta b_{s1} + \Delta I^j(t) + \Delta T^j(t) + \delta\Delta S_1^j(t) \\ \Delta\hat{S}_2^j(t) = \Delta R^j(t) + \Delta(t) + \Delta b_{s2} + \gamma^2 \cdot \Delta I^j(t) + \Delta T^j(t) + \delta\Delta S_2^j(t) \\ \Delta\hat{L}_1^j(t) = \Delta R^j(t) + \Delta(t) + \Delta b_{L1} - \Delta I^j(t) + \Delta T^j(t) - [\Delta N_1^j + \Delta\varphi] \cdot \lambda_1 + \omega(t) \cdot \lambda_1 + \delta\Delta L_1^j(t) \\ \Delta\hat{L}_2^j(t) = \Delta R^j(t) + \Delta(t) + \Delta b_{L2} - \gamma^2 \cdot \Delta I^j(t) + \Delta T^j(t) - [\Delta N_2^j + \Delta\varphi] \cdot \lambda_2 + \omega(t) \cdot \lambda_2 + \delta\Delta L_2^j(t) \end{cases}, \quad (1)$$

где $\Delta\hat{S}_1^j(t)$, $\Delta\hat{S}_2^j(t)$ – одинарные разности кодовых псевдодалностей на трассах « j -й спутник – приемник потребителя («ровер»)» и « j -й спутник – референчная (базовая) станция (РС)» на момент времени t на 1-й и на 2-й частотах соответственно; t – один и тот же момент времени (текущая целая секунда системной шкалы времени GPS), к которому приведены кодовые и фазовые наблюдения «ровера» и РС;

$\Delta\hat{L}_1^j(t)$, $\Delta\hat{L}_2^j(t)$ – одинарные разности фазовых псевдодалностей на трассах « j -й спутник – приемник потребителя («ровер»)» и « j -й спутник – референчная (базовая) станция (РС)» на момент времени t на 1-й и на 2-й частотах соответственно;

$\Delta R^j(t)$ – одинарные разности геометрических расстояний для j -го спутника;

$$\Delta R^j(t) = \sqrt{(\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{X}}^j(t; \mathbf{t}_p^j))^2 + (\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{Y}}^j(t; \mathbf{t}_p^j))^2 + (\mathbf{z}(t) - \hat{\mathbf{Z}}^j(t; \mathbf{t}_p^j))^2} - \sqrt{(\hat{\mathbf{x}}_{RS}(t) - \hat{\mathbf{X}}^j(t; \mathbf{t}_{RS}^j))^2 + (\hat{\mathbf{y}}_{RS}(t) - \hat{\mathbf{Y}}^j(t; \mathbf{t}_{RS}^j))^2 + (\hat{\mathbf{z}}_{RS}(t) - \hat{\mathbf{Z}}^j(t; \mathbf{t}_{RS}^j))^2};$$

$\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{y}(t)$, $\mathbf{z}(t)$ – искомые координаты потребителя;

$\hat{\mathbf{x}}_{RS}(t)$, $\hat{\mathbf{y}}_{RS}(t)$, $\hat{\mathbf{z}}_{RS}(t)$ – вектор известных с высокой точностью координат референционной станции;

$\hat{\mathbf{X}}^j(t; \mathbf{t}_p^j)$, $\hat{\mathbf{Y}}^j(t; \mathbf{t}_p^j)$, $\hat{\mathbf{Z}}^j(t; \mathbf{t}_p^j)$, $\hat{\mathbf{X}}^j(t; \mathbf{t}_{RS}^j)$, $\hat{\mathbf{Y}}^j(t; \mathbf{t}_{RS}^j)$, $\hat{\mathbf{Z}}^j(t; \mathbf{t}_{RS}^j)$ – расчетные координаты (эфемериды) j -го спутника на момент излучения сигнала GPS по отношению к потребителю (\mathbf{t}_p^j) и референционной станции (\mathbf{t}_{RS}^j).

$\Delta(t)$ – расхождение шкалы времени «ровера» относительно шкалы времени РС на момент времени t ; $\Delta I^j(t)$ – одинарные разности ионосферных задержек;

$\Delta T^j(t)$ – одинарные разности тропосферных задержек;

$\gamma = (77 / 60)$ – отношение несущих частот GPS;

ΔN_1^j , ΔN_2^j – одинарные разности начальных фазовых неоднозначностей;

λ_1 , λ_2 – длины волн сигналов несущих GPS;

Δb_{s1} , Δb_{s2} – одинарные разности групповых (кодовых) инструментальных задержек сигналов GPS в трактах разнесенных приемников;

Δb_{L1} , Δb_{L2} – одинарные разности фазовых инструментальных задержек сигналов GPS в трактах разнесенных приемников;

$\Delta\varphi$ – разность начальных фаз опорных генераторов «ровера» и РС;

$\omega(t)$ – «wind-up»-эффект, дополнительный фазовый набег, который образуется при вращении антенны приемника [20]; этот же эффект, обусловленный изменением ориентации (эволюциями) спутников, при формировании одинарных разностей наблюдений полностью компенсируется; если «ровер» неподвижен (статический режим наблюдений), то дополнительный фазовый набег $\omega(t)$ – отсутствует;

$\delta\Delta S_1^j(t)$, $\delta\Delta S_2^j(t)$, $\delta\Delta L_1^j(t)$, $\delta\Delta L_2^j(t)$ – погрешности одинарных разностей кодовых и фазовых наблюдений, вызванных шумами и эффектом многолучевого приема (многолучевостью).

Задача состоит в создании эффективных метода и алгоритмов разрешения фазовой неоднозначности (параметров ΔN_1^j , ΔN_2^j) дифференциальных статических и кинематических двухчастотных GPS-наблюдений и точного позиционирования (определения координат $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{y}(t)$, $\mathbf{z}(t)$), а также других параметров – расхождений шкал времени и ионосферных задержек) на базовых расстояниях до 200 км, т.е., для условий разреженных сетей референционных станций, которые характерны для Украины, РФ и других стран СНГ. Принципиальной особенностью разрешения неоднозначности фазовых ГНСС-наблюдений является то, что в отличие от классического случая обработки многошкальных измерений, целочисленное решение для фазовых ГНСС-наблюдений необходимо найти для случая, когда уравнения наблюдений содержат не только целочисленные неизвестные ΔN_1^j , ΔN_2^j , но и континуальные параметры – текущие координаты $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{y}(t)$, $\mathbf{z}(t)$ и расхождения шкал времени.

Предложенное решение поставленной задачи базируется на многочисленных исследованиях, проведенных авторами в течение ряда последних лет, и выработанных рекомендаций относительно способа обработки наблюдений и учета главных факторов, определяющих качество (надежность и точность) решения. Так, в ходе исследований было установлено, что на надежность решения задачи РФН значимое влияние оказывает использование менее точных, но однозначных кодовых наблюдений. Суммарная шумовая и многолучевая составляющая «сырых» кодовых GPS-наблюдений оценивается на уровне 0,35 – 0,5 м (СКО) при типовых интервалах аппаратной фильтрации порядка ~100 с (для движущихся объектов). Дополнительное сглаживание (фильтрация) кодовых наблюдений с использованием фазовых на более значительных интервалах 5 – 15 мин позволяет значительно уменьшить указанные погрешности и получить кодово-фазовое координатное решение с погрешностями 10 – 20 см (СКО) и менее. Как показали многочисленные исследования, использование такого улучшенного кодового решения в задаче РФН (как двухчастотных, так и одночастотных наблюдений) является определяющим надежностью РФН фактором по сравнению с такими факторами, как избыточность спутников в рабочем созвездии и интервал наблюдения.

В результате реализации выработанных рекомендаций стратегия решения поставленной задачи построена с учетом следующих положений.

1) Алгоритмы разрешения фазовой неоднозначности двухчастотных фазовых GPS-наблюдений должны выполнять поэтапную совместную обработку всех наблюдений выборки линейных комбинаций кодовых и фазовых наблюдений, включая однозначное сглаженное кодово-фазовое решение (вместо уравнений кодовых псевдодальностей). При этом целесообразно использовать традиционные фазовые линейные комбинации разностной частоты Wide-Lane (WL) и т.н. «безионосферной» комбинации Ionosphere-Free (IF) [1 – 3, 5, 6].

2) С целью повышения надежности целочисленного фазового WL-решения разностной частоты необходимо использовать дополнительную информацию, содержащуюся в сглаженном кодово-фазовом решении и уравнениях IF-наблюдений. При этом для уменьшения влияния ионосферных вариаций одночастотного WL-решения на надежность РФН «безионосферной» комбинации IF целесообразно выделить из наблюдений неоднозначных фазовых т.н. «безгеометрических» Geometry-Free (GF) линейных комбинаций [1 – 3] и внести соответствующие коррекции в WL-решение.

3) Для минимизации размерности уравнений наблюдений и формирования целевых функций поиска целочисленных решений для любых наборов наблюдений и режимов позиционирования (статического и кинематического) целесообразно использовать специально разработанную универсальную статистически корректную методику совместного оценивания совокупности информационных и неинформационных «мешающих» (для того или иного этапа обработки) параметров [18, 21]. При этом важно точно учитывать на всех этапах обработки статистические характеристики погрешностей GPS-наблюдений и их линейных комбинаций, включая корреляционные связи, так как это значимо влияет на результирующие характеристики качества РФН и позиционирования.

4) На этапе позиционирования (по завершении РФН и его верификации) целесообразно использовать «безионосферные» фазовые наблюдения первой частоты L1 вместо

IF-наблюдений, уровень шумов и многолучевости которых примерно в три раза выше, чем исходных L1-наблюдений. Ионосферная составляющая погрешности L1-наблюдений устраняется с использованием сглаженных однозначных фазовых GF линейных комбинаций.

Реализация приведенных положений, как показано ниже, позволила улучшить характеристики надежности РФН и достичь ГНСС-позиционирования сантиметровой точности на базовых расстояниях 100 – 200 км в статическом и кинематическом режимах измерений.

Преобразования уравнений наблюдений и алгоритмы обработки

С учетом изложенного введем в систему уравнений (1) вместо кодовых наблюдений оценки координат, получаемые из сглаженного кодово-фазового решения:

$$\begin{cases} \hat{\vec{X}}_{SL}(t) = \vec{X}(t) + \delta\vec{X}_{SL}(t) \\ \Delta\hat{L}_1^j(t) = \Delta R^j(t) + \Delta(t) + \Delta b_{L1} - \Delta\Gamma^j(t) + \Delta T^j(t) - [\Delta N_1^j + \Delta\varphi] \cdot \lambda_1 + \omega(t) \cdot \lambda_1 + \delta\Delta L_1^j(t) \\ \Delta\hat{L}_2^j(t) = \Delta R^j(t) + \Delta(t) + \Delta b_{L2} - \gamma^2 \cdot \Delta\Gamma^j(t) + \Delta T^j(t) - [\Delta N_2^j + \Delta\varphi] \cdot \lambda_2 + \omega(t) \cdot \lambda_2 + \delta\Delta L_2^j(t) \end{cases}, (2)$$

где $\hat{\vec{X}}_{SL}(t) = \begin{pmatrix} \hat{x}_{SL}(t) \\ \hat{y}_{SL}(t) \\ \hat{z}_{SL}(t) \end{pmatrix}$ – вектор оценок координат объекта, полученных путем предварительно-

го решения навигационной задачи с использованием сглаженных кодово-фазовых наблюде-

ний [6]; $\vec{X}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$ – вектор искомых координат; $\delta\vec{X}_{SL}(t) = \begin{pmatrix} \delta x_{SL}(t) \\ \delta y_{SL}(t) \\ \delta z_{SL}(t) \end{pmatrix}$ – вектор погрешностей

оценки $\hat{\vec{X}}_{SL}(t)$ с известными статистическими характеристиками; положим, что известно среднее значение $\langle \delta\vec{X}_{SL}(t) \rangle = \vec{0}$ и корреляционная матрица $\mathbf{K}_{SL}(t) = \langle \delta\vec{X}_{SL}(t) \cdot \delta\vec{X}_{SL}^T(t) \rangle$.

Известно, что для надежного определения целочисленных фазовых неоднозначностей необходимо, чтобы погрешность грубого, но однозначного измерения не превышала половину длины волны более точного, но неоднозначного измерения. В случае использования кодовых и фазовых наблюдений на несущих ($\lambda_1=19.0$ см, $\lambda_2=24.4$ см) это соотношение составляет примерно 5 – 10, что приводит к невозможности получения надежного решения даже при длительном усреднении кодовых наблюдений. Поэтому в предложенной схеме обработки используется более точное сглаженное кодово-фазовое решение. Но и это решение не гарантирует прямой путь разрешения неоднозначности фазовых наблюдений на несущих. Решение заключается в использовании фазовых линейных комбинаций (ЛК), в частности фазы разностной частоты WL. Свойства этой ЛК достаточно полно описаны в работах [1 – 3, 5] и многих других. Так как длина волны $\lambda_{WL}=86,2$ см, а предельная погрешность сглаженных кодово-фазовых наблюдений составляет примерно 10 – 20 см, то, при совместной обработке сглаженных кодово-фазовых и WL наблюдений возникают условия для надежного определения фазовых неоднозначностей. Предельная шумовая погрешность фазовых наблюдений WL не превышает 5 – 6 см, что меньше половины длины волны любой из частот L1 и L2, что говорит о возможности получения надежной оценки фазовых целочисленных переменных и на несущих частотах с использованием однозначных WL-наблюдений. Таким образом, очевидно, что использование разностной частоты WL позволяет создать промежуточную измерительную шкалу и надежно решить поставленную задачу. Также, в целях повышения надежности решения задачи РФН WL-наблюдений (особенно для больших базовых удалений 100 – 200 км) можно привлечь дополнительную информацию в виде уравнений наблюдений безионосферной фазовой комбинации IF, полагая на этом этапе вначале целочисленные неоднозначности IF-наблюдений непрерывными переменными.

Теперь сформируем линейные комбинации (ЛК) фазы разностной частоты Wide Lane (3) и безионосферной фазовой комбинации Iono-Free (4).

$$\Delta\hat{\mathbf{L}}_{\text{WL}}^j(\mathbf{t}) = \left\{ \frac{\lambda_{\text{WL}}}{\lambda_1} \Delta\hat{\mathbf{L}}_1^j(\mathbf{t}) - \frac{\lambda_{\text{WL}}}{\lambda_2} \Delta\hat{\mathbf{L}}_2^j(\mathbf{t}) \right\} = \Delta\mathbf{R}^j(\mathbf{t}) + \eta_{\text{WL}}(\mathbf{t}) + \gamma \cdot \Delta\mathbf{I}^j(\mathbf{t}) - \Delta\mathbf{N}_{\text{WL}}^j \cdot \lambda_{\text{WL}} + \delta\Delta\mathbf{L}_{\text{WL}}^j(\mathbf{t}) \quad (3)$$

$$\text{где } \eta_{\text{WL}}(\mathbf{t}) = \Delta(\mathbf{t}) + \frac{\lambda_{\text{WL}}}{\lambda_1} \Delta\mathbf{b}_1 - \frac{\lambda_{\text{WL}}}{\lambda_2} \Delta\mathbf{b}_2; \quad \underbrace{k_{\text{WL}_1}}_{\mu_1} = \frac{\lambda_{\text{WL}}}{\lambda_1}; \quad \underbrace{k_{\text{WL}_2}}_{\mu_2} = \frac{\lambda_{\text{WL}}}{\lambda_2};$$

$$\delta\Delta\mathbf{L}_{\text{WL}}^j(\mathbf{t}) = \frac{\lambda_{\text{WL}}}{\lambda_1} \delta\Delta\mathbf{L}_1^j(\mathbf{t}) - \frac{\lambda_{\text{WL}}}{\lambda_2} \delta\Delta\mathbf{L}_2^j(\mathbf{t}); \quad \lambda_{\text{WL}} = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \approx 86.2 \text{ см};$$

$$\begin{aligned} \Delta\hat{\mathbf{L}}_{\text{IF}}^j(\mathbf{t}) &= \left\{ \frac{\lambda_2^2}{\lambda_2^2 - \lambda_1^2} \Delta\hat{\mathbf{L}}_1^j(\mathbf{t}) - \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2^2 - \lambda_1^2} \Delta\hat{\mathbf{L}}_2^j(\mathbf{t}) \right\} = \left\{ \frac{\lambda_{\text{WL}} \cdot \lambda_{\text{NL}}}{\lambda_1^2} \Delta\hat{\mathbf{L}}_1^j(\mathbf{t}) - \frac{\lambda_{\text{WL}} \cdot \lambda_{\text{NL}}}{\lambda_2^2} \Delta\hat{\mathbf{L}}_2^j(\mathbf{t}) \right\} = \\ &= \left\{ \left(\frac{\gamma^2}{\gamma^2 - 1} \right) \cdot \Delta\hat{\mathbf{L}}_1^j(\mathbf{t}) - \left(\frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) \cdot \Delta\hat{\mathbf{L}}_2^j(\mathbf{t}) \right\} = \left\{ \mu_3 \cdot \Delta\hat{\mathbf{L}}_1^j(\mathbf{t}) - \mu_4 \cdot \Delta\hat{\mathbf{L}}_2^j(\mathbf{t}) \right\} = \\ &= \Delta\mathbf{R}^j(\mathbf{t}) + \left[\Delta(\mathbf{t}) + \left(\frac{\gamma^2}{\gamma^2 - 1} \right) \cdot \Delta\mathbf{b}_1 - \left(\frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) \cdot \Delta\mathbf{b}_2 \right] - \left[\left(\frac{\lambda_2^2}{\lambda_2^2 - \lambda_1^2} \right) \cdot \Delta\mathbf{N}_1^j \cdot \lambda_1 - \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2^2 - \lambda_1^2} \cdot \Delta\mathbf{N}_2^j \cdot \lambda_2 \right] + \quad (4) \\ &\quad + \left[\left(\frac{\gamma^2}{\gamma^2 - 1} \right) \delta\Delta\hat{\mathbf{L}}_1^j(\mathbf{t}) - \left(\frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) \cdot \delta\Delta\hat{\mathbf{L}}_2^j(\mathbf{t}) \right] = \\ &= \Delta\mathbf{R}^j(\mathbf{t}) + \eta_{\text{IF}}(\mathbf{t}) - \left[\mathbf{k}_{\text{IF}_1} \cdot \Delta\mathbf{N}_1^j \lambda_1 - \mathbf{k}_{\text{IF}_2} \cdot \Delta\mathbf{N}_2^j \lambda_2 \right] + \left\{ \mathbf{k}_{\text{IF}_1} \cdot \delta\Delta\hat{\mathbf{L}}_1^j(\mathbf{t}) - \mathbf{k}_{\text{IF}_2} \cdot \delta\Delta\hat{\mathbf{L}}_2^j(\mathbf{t}) \right\}, \end{aligned}$$

$$\text{где } \mathbf{k}_{\text{IF}_1} = \mu_3 = \left(\frac{\gamma^2}{\gamma^2 - 1} \right) = \left(\frac{\lambda_2^2}{\lambda_2^2 - \lambda_1^2} \right); \quad \mathbf{k}_{\text{IF}_2} = \mu_4 = \frac{1}{\gamma^2 - 1} = \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2^2 - \lambda_1^2};$$

$$\eta_{\text{IF}}(\mathbf{t}) = \Delta(\mathbf{t}) + \mu_3 \Delta\mathbf{b}_1 - \mu_4 \Delta\mathbf{b}_2 + \mu_3 \omega(\mathbf{t}) \cdot \lambda_1 - \mu_4 \omega(\mathbf{t}) \cdot \lambda_2;$$

$$\mu_3 - \mu_4 \equiv \mathbf{1}; \quad \lambda_{\text{NL}} = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2}{\lambda_2 + \lambda_1} \approx 10.7 \text{ см}.$$

Нужно отметить, что для линейной комбинации WL «wind-up» эффект отсутствует, так как он компенсируется при вычитании фаз двух частот. Однако для комбинации IF этот эффект присутствует. Этот эффект, обусловленный возможными эволюциями (вращением) приемной антенны, в одинарных (дифференциальных) разностях наблюдений двух разнесенных приемников является одинаковым для всех спутников текущего созвездия. Поэтому его можно объединить и оценивать совместно с уходом шкалы времени «роверного» приемника потребителя относительно шкалы времени референцной станции ($\Delta(\mathbf{t})$). Для компенсации «wind-up» эффекта, а также разности начальных фаз опорных генераторов разнесенных приемников $\Delta\varphi$ можно использовать т.н. двойные разности, т.е. разности дифференциальных наблюдений, полученных относительно произвольного и референцного (заранее выбранного) спутников рабочего созвездия [1 – 3].

Далее, согласно изложенному подходу, в обработке будем использовать совместно оценки координат (сглаженное кодово-фазовое решение), наблюдения WL и IF. Примем, что в результаты наблюдений введены модельные коррекции тропосферной составляющей, полученные по общеизвестной и широко применяемой модели MOPS [19] и ионосферной составляющей, полученные по модели GIM IONEX, например в соответствии с алгоритмами, опи-

санными в работе [22]. Тогда получим следующую преобразованную систему уравнений, где введен новый искомый целочисленный параметр ΔN_{WL}^j :

$$\begin{cases} \hat{\vec{X}}_{SL}(t) = \vec{X}(t) + \delta \vec{X}_{SL}(t) \\ \Delta \hat{L}_{WL}^j(t) = \Delta R^j(t) + \eta_{WL}(t) - \Delta N_{WL}^j \cdot \lambda_{WL} + \delta \Delta L_{WL}^j(t) \\ \Delta \hat{L}_{IF}^j(t) = \Delta R^j(t) + \eta_{IF}(t) - [\mu_3 \cdot \Delta N_1^j \cdot \lambda_1 - \mu_4 \cdot \Delta N_2^j \cdot \lambda_2] + \delta \Delta L_{IF}^j(t) \end{cases}, \quad (5)$$

Следует отметить, что вариации ионосферных задержек даже в дифференциальном режиме координатных определений на базовых расстояниях свыше 50 км являются существенными (величины изменений могут лежать в пределах 5 – 50 см) по сравнению с трендовой составляющей (величины изменений обычно не превышают 5 – 15 см на базовых расстояниях до 200 км), поэтому их необходимо учитывать в модели погрешностей наблюдений. Традиционные ионосферные модели (Klobuchar, GIM IONEX и другие) позволяют с определенной степенью точности компенсировать только трендовую составляющую ионосферной задержки и не учитывают вариационную составляющую процессов, происходящих в реальной ионосфере. Для частичной компенсации вариаций ионосферных задержек при решении задачи РФН используются отфильтрованные вариации двойных разностей неоднозначных наблюдений “Geometry-Free”.

Поскольку при формировании комбинаций WL и IF используются одни и те же исходные фазовые наблюдения на несущих частотах навигационных сигналов, то шумовые погрешности, погрешности из-за многолучевости и остаточные эфемеридные и тропосферные погрешности линейных комбинаций WL и IF являются коррелированными, что необходимо учитывать в корреляционных матрицах погрешностей этих наблюдений. Вычислим элементы корреляционных матриц погрешностей рассматриваемых ЛК фазовых наблюдений (WL и IF) при совместном их использовании в ходе обработки:

$$\begin{aligned} \sigma_{WL}^2 &= \left\langle \left[\mu_1 \cdot \delta \Delta L_1 - \mu_2 \cdot \delta \Delta L_2 \right]^2 \right\rangle = \left\{ \sigma_{\Delta L_1}^2 = \sigma_{\Delta L_2}^2 = \sigma_{\Delta L}^2, \langle \delta \Delta L_1 \cdot \delta \Delta L_2 \rangle = 0 \right\} = \\ &= \mu_1^2 \cdot \sigma_{\Delta L_1}^2 + \mu_2^2 \cdot \sigma_{\Delta L_2}^2 = (\mu_1^2 + \mu_2^2) \cdot \sigma_{\Delta L}^2 \end{aligned}, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{IF}^2 &= \left\langle \left[\mu_3 \cdot \delta \Delta L_1 - \mu_4 \cdot \delta \Delta L_2 \right]^2 \right\rangle = \left\{ \sigma_{\Delta L_1}^2 = \sigma_{\Delta L_2}^2 = \sigma_{\Delta L}^2, \langle \delta \Delta L_1 \cdot \delta \Delta L_2 \rangle = 0 \right\} = \\ &= (\mu_3^2 + \mu_4^2) \cdot \sigma_{\Delta L}^2 \end{aligned}, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{WL,IF} &= \left\langle \left[\mu_1 \cdot \delta \Delta L_1 - \mu_2 \cdot \delta \Delta L_2 \right] \cdot \left[\mu_3 \cdot \delta \Delta L_1 - \mu_4 \cdot \delta \Delta L_2 \right] \right\rangle = \\ &= \mu_1 \cdot \mu_3 \cdot \sigma_{\Delta L}^2 + \mu_2 \cdot \mu_4 \cdot \sigma_{\Delta L}^2 = (\mu_1 \cdot \mu_3 + \mu_2 \cdot \mu_4) \cdot \sigma_{\Delta L}^2; \end{aligned}, \quad (8)$$

где σ_{WL}^2 – дисперсия погрешностей WL; σ_{IF}^2 – дисперсия погрешностей IF; $\sigma_{\Delta L} = 0.003/\sin(\beta^j(t)) + 0.1 \cdot \Delta T^j(t)$, $\beta^j(t)$ – угол места j -го спутника на момент времени t , $\Delta T^j(t)$ – одинарные разности тропосферных задержек; $\mathbf{K}_{WL,IF}$ – корреляционный момент.

Тогда коэффициент корреляции определяется как

$$\rho = \frac{\mathbf{K}_{WL,IF}}{\sqrt{(\mu_1^2 + \mu_2^2)} \cdot \sqrt{(\mu_3^2 + \mu_4^2)} \cdot \sigma_{\Delta L}^2} = \frac{\mu_1 \cdot \mu_3 + \mu_2 \cdot \mu_4}{\sqrt{(\mu_1^2 + \mu_2^2)} \cdot \sqrt{(\mu_3^2 + \mu_4^2)}}, \quad (9)$$

где $\mu_1 \approx 4.53$, $\mu_2 \approx 3.53$, $\mu_3 \approx 2.55$, $\mu_4 \approx 1.55$

Подставляя значения констант $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$ в выражение (9), получим $\rho = \frac{16.99}{17.1} = 0.99$.

После ввода коррекций на ионосферную задержку ΔL остаточная погрешность ЛК WL может заметно возрасти за счет вариаций ионосферной задержки. Среднеквадратическое от-

клонение $\sigma_{\Delta I}$ может находиться в пределах от 1 – 2 см до 5 – 7 см. Поэтому после коррекций ионосферной задержки с использованием трендовых моделей возрастет суммарная дисперсия погрешностей ЛК WL и, соответственно, существенно уменьшится коэффициент корреляции погрешностей ЛК WL и IF. Так,

$$\sigma_{WL}^2 = (\mu_1^2 + \mu_2^2) \cdot \sigma_{\Delta L}^2 + \gamma^2 \cdot \sigma_{\Delta I}^2(t)$$

$$\mathbf{K}_{WL,IF} = (\mu_1 \cdot \mu_3 + \mu_2 \cdot \mu_4) \cdot \sigma_{\Delta L}^2; \sigma_{IF}^2 = (\mu_3^2 + \mu_4^2) \cdot \sigma_{\Delta L}^2$$

Тогда

$$\rho = \frac{(\mu_1 \cdot \mu_3 + \mu_2 \cdot \mu_4) \cdot \sigma_{\Delta L}^2}{\sqrt{(\mu_1^2 + \mu_2^2) \cdot \sigma_{\Delta L}^2 + \gamma^2 \cdot \sigma_{\Delta I}^2} \cdot \sqrt{(\mu_3^2 + \mu_4^2) \cdot \sigma_{\Delta L}^2}} = \frac{\mu_1 \cdot \mu_3 + \mu_2 \cdot \mu_4}{\sqrt{\mu_3^2 + \mu_4^2} \cdot \sqrt{\mu_1^2 + \mu_2^2 + \gamma^2 \cdot \frac{\sigma_{\Delta I}^2}{\sigma_{\Delta L}^2}}}; \quad (10)$$

Рассмотрим два крайних случая: $\sigma_{\Delta I} = 1.5$ см, $\sigma_{\Delta I} = 6$ см, $\sigma_{\Delta L} = 0.5$ см.

Тогда $\rho \approx 0.825 \div 0.347$. В среднем можно выбрать $\rho = 0.5$, что не приводит к значимым изменениям в оценках искомым параметров и их точности.

Как показано выше, для минимизации размерности уравнений наблюдений и формирования целевых функций поиска целочисленных решений для любых наборов наблюдений и режимов позиционирования (статического и кинематического) целесообразно использовать специально разработанную универсальную статистически корректную методику совместного оценивания совокупности информационных и неинформационных «мешающих» (для того или иного этапа обработки) параметров [18, 21]. Рассмотрим эти преобразования.

Выразим ΔN_2^j как функцию ΔN_{WL}^j ($\Delta N_{WL}^j = \Delta N_1^j - \Delta N_2^j \Rightarrow \Delta N_2^j = \Delta N_1^j - \Delta N_{WL}^j$) Тогда, системе уравнений (5) можно переписать в виде

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{X}}_{SL}(t) = \bar{\mathbf{X}}(t) + \delta \bar{\mathbf{X}}_{SL}(t) \\ \Delta \hat{\mathbf{L}}_{WL}^j(t) = \Delta \mathbf{R}^j(t) + \eta_{WL}(t) - \Delta N_{WL}^j \cdot \lambda_{WL} + \delta \Delta \mathbf{L}_{WL}^j(t) \\ \Delta \hat{\mathbf{L}}_{IF}^j(t) = \Delta \mathbf{R}^j(t) + \eta_{IF}(t) - [\mu_3 \cdot \Delta N_1^j \cdot \lambda_1 - \mu_4 \cdot (\Delta N_1^j - \Delta N_{WL}^j) \cdot \lambda_2] + \delta \Delta \mathbf{L}_{IF}^j(t) \end{cases} \quad (11)$$

Используя обозначения, введенные выше, получим

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{X}}_{SL}(t) = \bar{\mathbf{X}}(t) + \delta \bar{\mathbf{X}}_{SL}(t) \\ \Delta \hat{\mathbf{L}}_{WL}^j(t) = \Delta \mathbf{R}^j(t) + \eta_{WL}(t) - \Delta N_{WL}^j \cdot \lambda_{WL} + \delta \Delta \mathbf{L}_{WL}^j(t) \\ \Delta \hat{\mathbf{L}}_{IF}^j(t) = \Delta \mathbf{R}^j(t) + \eta_{IF}(t) - \left[\Delta N_1^j \cdot \lambda_{NL} + \Delta N_{WL}^j \cdot \left(\frac{\lambda_{WL} \cdot \lambda_{NL}}{\lambda_1} \right) \right] + \delta \Delta \mathbf{L}_{IF}^j(t) \end{cases} \quad (12)$$

Система уравнений (12) включает подлежащие оценке неизвестные координаты «ровера», изменяющиеся во времени переменные $\eta_{WL}(t)$ и $\eta_{IF}(t)$, а также постоянные на интервале наблюдения целочисленные переменные – неоднозначности ΔN_{WL}^j и ΔN_1^j . Из-за неопределенности, т.е. невозможности отдельного однозначного оценивания пар переменных $\eta_{WL}(t)$ и ΔN_{WL}^j , а также $\eta_{IF}(t)$ и ΔN_1^j , целесообразно трансформировать (12) в эквивалентную систему уравнений, в которой будут явно выражены двойные разности целочисленных переменных $\nabla \Delta N_{WL}^j$ и $\nabla \Delta N_1^j$ без явного формирования разностей уравнений, то есть будем рассматривать метод обработки с использованием «виртуальных» двойных разностей, описанный в [18]. Выполним линеаризацию уравнений (12) и дальнейшие действия будем

выполнять с линеаризованной системой уравнений. Для этого представим искомый вектор в виде $\vec{\mathbf{X}}(t) = \vec{\mathbf{X}}_0(t) + \Delta\vec{\mathbf{X}}(t)$ ($\vec{\mathbf{X}}_0(t)$ – вектор начальных приближений координат, $\Delta\vec{\mathbf{X}}(t)$ – вектор искомых поправок к начальным приближениям координат), рассчитаем и введем коррекции на геометрические расстояния «спутники–ровер», используя, например, в качестве начального приближения сглаженное кодово-фазовое решение $\hat{\vec{\mathbf{X}}}_{\text{SL}}(t)$. В результате линеаризации получим:

$$\Delta\hat{\vec{\mathbf{L}}}^j(t) - \Delta\mathbf{R}_0^j(t) = \Delta\hat{\vec{\mathbf{L}}}^j(t) - \left[\mathbf{R}^j(t) - \hat{\mathbf{R}}_{\text{BC}}^j(t) \right] = \Delta\vec{\mathbf{L}}^{*j}(t), \quad (13)$$

где $\Delta\vec{\mathbf{L}}^{*j}(t)$ – линеаризованные фазовые наблюдения.

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\mathbf{X}}^*(t) = \Delta\vec{\mathbf{X}}(t) + \delta\vec{\mathbf{X}}(t) \\ \Delta\vec{\mathbf{L}}_{\text{WL}}^{*j}(t) = \left\| \frac{\partial \vec{\mathbf{R}}^j(t)}{\partial(x, y, z)} \right\| \cdot \Delta\vec{\mathbf{X}}(t) + \boldsymbol{\eta}_{\text{WL}}(t) - \Delta\vec{\mathbf{N}}_{\text{WL}}^j \cdot \lambda_{\text{WL}} + \delta\Delta\mathbf{L}_{\text{WL}}^j(t) \\ \Delta\vec{\mathbf{L}}_{\text{IF}}^{*j}(t) = \left\| \frac{\partial \vec{\mathbf{R}}^j(t)}{\partial(x, y, z)} \right\| \cdot \Delta\vec{\mathbf{X}}(t) + \boldsymbol{\eta}_{\text{IF}}(t) - \underbrace{\left(\frac{\lambda_{\text{WL}} \cdot \lambda_{\text{NL}}}{\lambda_2} \right)}_{k_{\text{IF}}} \cdot \Delta\vec{\mathbf{N}}_{\text{WL}}^j - \Delta\vec{\mathbf{N}}_1^j \cdot \lambda_{\text{NL}} + \delta\Delta\mathbf{L}_{\text{IF}}^j(t) \end{array} \right. , \quad (14)$$

где $\vec{\mathbf{X}}^*(t) = \hat{\vec{\mathbf{X}}}_{\text{SL}}(t) - \vec{\mathbf{X}}_0(t)$; $\Delta\vec{\mathbf{X}}(t)$ – вектор искомых поправок к координатам $\hat{\vec{\mathbf{X}}}(t)$.

Представим систему линейных уравнений (14) в виде (15):

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\mathbf{X}}^*(t) = \Delta\vec{\mathbf{X}}(t) + \delta\vec{\mathbf{X}}_{\text{SL}}(t) \\ \hline \Delta\vec{\mathbf{L}}_{\text{WL}}^{*(1)}(t) = \left\| a_x^{(1)}(t), a_y^{(1)}(t), a_z^{(1)}(t) \right\| \cdot \Delta\vec{\mathbf{X}}(t) + \underbrace{\left[\boldsymbol{\eta}_{\text{WL}}(t) - \Delta\vec{\mathbf{N}}_{\text{WL}}^{(1)} \cdot \lambda_{\text{WL}} \right]}_{\xi_{\text{WL}}(t)} + \delta\Delta\mathbf{L}_{\text{WL}}^{(1)}(t) \\ \Delta\vec{\mathbf{L}}_{\text{WL}}^{*(2)}(t) = \left\| a_x^{(2)}(t), a_y^{(2)}(t), a_z^{(2)}(t) \right\| \cdot \Delta\vec{\mathbf{X}}(t) + \xi_{\text{WL}}(t) - \nabla\Delta\vec{\mathbf{N}}_{\text{WL}}^{(21)} \cdot \lambda_{\text{WL}} + \delta\Delta\mathbf{L}_{\text{WL}}^{(2)}(t) \\ \Delta\vec{\mathbf{L}}_{\text{WL}}^{*(3)}(t) = \left\| a_x^{(3)}(t), a_y^{(3)}(t), a_z^{(3)}(t) \right\| \cdot \Delta\vec{\mathbf{X}}(t) + \xi_{\text{WL}}(t) - \nabla\Delta\vec{\mathbf{N}}_{\text{WL}}^{(31)} \cdot \lambda_{\text{WL}} + \delta\Delta\mathbf{L}_{\text{WL}}^{(3)}(t) \\ \vdots \\ \Delta\vec{\mathbf{L}}_{\text{WL}}^{*(m_k)}(t) = \left\| a_x^{(m_k)}(t), a_y^{(m_k)}(t), a_z^{(m_k)}(t) \right\| \cdot \Delta\vec{\mathbf{X}}(t) + \xi_{\text{WL}}(t) - \nabla\Delta\vec{\mathbf{N}}_{\text{WL}}^{(m_k)} \cdot \lambda_{\text{WL}} + \delta\Delta\mathbf{L}_{\text{WL}}^{(m_k)}(t), \\ \hline \Delta\vec{\mathbf{L}}_{\text{IF}}^{*(1)}(t) = \left\| a_x^{(1)}(t), a_y^{(1)}(t), a_z^{(1)}(t) \right\| \cdot \Delta\vec{\mathbf{X}}(t) + \underbrace{\left[\boldsymbol{\eta}_{\text{IF}}(t) - k_{\text{IF}} \cdot \Delta\vec{\mathbf{N}}_{\text{WL}}^{(1)} \cdot \lambda_{\text{WL}} - \Delta N_1^{(1)} \cdot \lambda_{\text{NL}} \right]}_{\xi_{\text{NL}}(t)} + \delta\Delta\mathbf{L}_{\text{IF}}^{(1)}(t) \\ \Delta\vec{\mathbf{L}}_{\text{IF}}^{*(2)}(t) = \left\| a_x^{(2)}(t), a_y^{(2)}(t), a_z^{(2)}(t) \right\| \cdot \Delta\vec{\mathbf{X}}(t) + \xi_{\text{NL}}(t) - k_{\text{IF}} \cdot \nabla\Delta\vec{\mathbf{N}}_{\text{WL}}^{(21)} \cdot \lambda_{\text{WL}} - \nabla\Delta N_1^{(21)} \cdot \lambda_{\text{NL}} + \delta\Delta\mathbf{L}_{\text{IF}}^{(2)}(t) \\ \vdots \\ \Delta\vec{\mathbf{L}}_{\text{IF}}^{*(m_k)}(t) = \left\| a_x^{(m_k)}(t), a_y^{(m_k)}(t), a_z^{(m_k)}(t) \right\| \cdot \Delta\vec{\mathbf{X}}(t) + \xi_{\text{NL}}(t) - k_{\text{IF}} \cdot \nabla\Delta\vec{\mathbf{N}}_{\text{WL}}^{(m_k)} \cdot \lambda_{\text{WL}} - \nabla\Delta N_1^{(m_k)} \cdot \lambda_{\text{NL}} + \delta\Delta\mathbf{L}_{\text{IF}}^{(m_k)}(t) \end{array} \right. \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_k &= \mathbf{j}(\mathbf{t}_k); \\ \nabla \Delta \mathbf{N}_{\text{WL}}^{(j1)} &= \nabla \Delta \mathbf{N}_1^{(j1)} - \nabla \Delta \mathbf{N}_2^{(j1)} = \Delta \mathbf{N}_{\text{WL}}^{(j)} - \Delta \mathbf{N}_{\text{WL}}^{(1)}; \\ \nabla \Delta \mathbf{N}_1^{(j1)} &= \Delta \mathbf{N}_1^{(j)} - \Delta \mathbf{N}_1^{(1)}. \end{aligned}$$

Здесь оцениваемыми параметрами являются векторы $\Delta \vec{\mathbf{X}}(t)$ (или вектор $\Delta \vec{\mathbf{X}}$, если обработка выполняется для статического режима съемки), $\xi_{\text{WL}}(\mathbf{t})$, $\xi_{\text{NL}}(\mathbf{t})$, $\nabla \Delta \mathbf{N}_{\text{WL}}^{(j1)}$, $\nabla \Delta \mathbf{N}_1^{(j1)}$, где $j = \overline{1, n}$, n – количество спутников.

Представим систему уравнений (15) в матрично-векторном виде, для конкретного момента времени t :

$$\hat{\mathbf{Q}}(t)_{[(3+2n) \times 1]} = \begin{pmatrix} \Delta \vec{\mathbf{X}}(t) \\ \dots \\ \Delta \vec{\mathbf{L}}_{\text{WL}}^*(t) \\ \dots \\ \Delta \vec{\mathbf{L}}_{\text{IF}}^*(t) \end{pmatrix} = \mathbf{A}(t)_{[(3+2n) \times 5]} \cdot \|\vec{\Theta}(t)\|_{[5 \times 1]} - \mathbf{B}(t)_{[(3+2n) \times (3+2(n-1))]} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} \nabla \Delta \vec{\mathbf{N}}_{\text{WL}} \\ \dots \\ \nabla \Delta \vec{\mathbf{N}}_1 \end{pmatrix}}_{\substack{[2(n-1) \times 1] \\ \nabla \Delta \vec{\mathbf{N}}}} + \delta \vec{\mathbf{Q}}(t)_{[(3+2n) \times 1]}, \quad (16)$$

где $\vec{\Theta}(t) = \|\Delta \vec{\mathbf{X}}(t), \xi_{\text{WL}}(t), \xi_{\text{NL}}(t)\|^T$ – вектор непрерывных оцениваемых параметров ("T" – знак транспонирования);

$$\mathbf{A}(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{H}(t) & \vdots & 0 & \vdots & 0 \\ \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots \\ \mathbf{H}(t) & \vdots & \vec{\mathbf{U}} & \vdots & 0 \\ \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots \\ \mathbf{H}(t) & \vdots & 0 & \vdots & \vec{\mathbf{U}} \end{pmatrix} - \text{матрица производных измеряемых параметров по определяемым}$$

непрерывным параметрам (Якобиан преобразования);

$$\mathbf{H}(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_x^{(1)}(t) & \mathbf{a}_y^{(1)}(t) & \mathbf{a}_z^{(1)}(t) \\ \mathbf{a}_x^{(2)}(t) & \mathbf{a}_y^{(2)}(t) & \mathbf{a}_z^{(2)}(t) \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{a}_x^{(m_k)}(t) & \mathbf{a}_y^{(m_k)}(t) & \mathbf{a}_z^{(m_k)}(t) \end{pmatrix} - \text{матрица направляющих косинусов спутника относительно}$$

потребителя [1, 2];

$\vec{\mathbf{U}} = \|1 \ 1 \ \dots \ 1\|^T$ – единичный вектор;

$$\mathbf{B}(t) = \begin{pmatrix} 0 & \vdots & 0 \\ \dots & \vdots & \dots \\ \mathbf{P}_{\text{WL}} & \vdots & 0 \\ \dots & \vdots & \dots \\ \mathbf{P}_{\text{IW}} & \vdots & \mathbf{P}_{\text{NL}} \end{pmatrix} - \text{матрица производных измеряемых параметров по определяемым}$$

целочисленным параметрам (фазовые неоднозначности);

$\mathbf{P}_{\text{WL}}, \mathbf{P}_{\text{IW}}, \mathbf{P}_{\text{NL}}$ – соответствующие матрицы производных измеряемых параметров по определяемым целочисленным неоднозначностям $\nabla \Delta \vec{\mathbf{N}}_{\text{WL}}, \nabla \Delta \vec{\mathbf{N}}_{\text{IF}}$.

Запишем систему уравнений (16) для обрабатываемого интервала наблюдений. Возможны два случая: кинематический режим позиционирования (движущийся объект – «ровер»), когда необходимо оценивать текущие координаты в каждую эпоху (момент времени), и статический режим позиционирования, когда требуется оценить только три координаты неподвижного объекта на всем интервале наблюдений. Для случая кинематического режима позиционирования обобщенная система уравнений (16) может быть представлена в виде

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{Q}}(t_1) \\ \hat{\mathbf{Q}}(t_2) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{Q}}(t_k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}(t_1) & \vdots & 0 & \vdots & \dots & \vdots & 0 & \vdots & -\mathbf{B}(t_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \vdots & \mathbf{A}(t_2) & \vdots & \dots & \vdots & 0 & \vdots & -\mathbf{B}(t_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \vdots & 0 & \vdots & \dots & \vdots & \mathbf{A}(t_k) & \vdots & -\mathbf{B}(t_k) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{\Theta}(t_1) \\ \bar{\Theta}(t_2) \\ \vdots \\ \bar{\Theta}(t_k) \\ \dots \\ \nabla \Delta \bar{\mathbf{N}}_{WL} \\ \dots \\ \nabla \Delta \bar{\mathbf{N}}_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta \bar{\mathbf{Q}}(t_1) \\ \delta \bar{\mathbf{Q}}(t_2) \\ \vdots \\ \delta \bar{\mathbf{Q}}(t_k) \end{pmatrix}, \quad (17)$$

Для статического режима позиционирования система уравнений будет иметь вид

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{Q}}(t_1) \\ \hat{\mathbf{Q}}(t_2) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{Q}}(t_k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{U}(t_1) & \vdots & 0 & \vdots & \dots & \vdots & 0 & \vdots & \mathbf{H}(t_1) & \vdots & -\mathbf{B}(t_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \vdots & \mathbf{U}(t_2) & \vdots & \dots & \vdots & 0 & \vdots & \mathbf{H}(t_2) & \vdots & -\mathbf{B}(t_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \vdots & 0 & \vdots & \dots & \vdots & \mathbf{U}(t_k) & \vdots & \mathbf{H}(t_k) & \vdots & -\mathbf{B}(t_k) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \xi(t_1) \\ \xi(t_2) \\ \vdots \\ \Delta \bar{\mathbf{X}}(t) \\ \dots \\ \nabla \Delta \bar{\mathbf{N}}_{WL} \\ \dots \\ \nabla \Delta \bar{\mathbf{N}}_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta \bar{\mathbf{Q}}(t_1) \\ \delta \bar{\mathbf{Q}}(t_2) \\ \vdots \\ \delta \bar{\mathbf{Q}}(t_k) \end{pmatrix}, \quad (18)$$

где $\bar{\xi}(t) = \|\xi_{WL}(t), \xi_{NL}(t)\|^T$.

Примем, что корреляция между погрешностями наблюдений различных эпох отсутствует. Тогда, корреляционная матрица погрешностей вектора $\hat{\mathbf{Q}}$ будет иметь вид

$$\mathbf{K}_Q = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_Q(t_1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{K}_Q(t_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{K}_Q(t_k) \end{pmatrix}, \quad (19)$$

где

$$\mathbf{K}_Q(t_k) = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{\bar{X}^*}(t_k) & \vdots & 0 & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \vdots & \mathbf{K}_{L_{WL}}(t_k) & \vdots & \mathbf{K}_{L_{WI}}(t_k) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \vdots & \mathbf{K}_{L_{WI}}^T(t_k) & \vdots & \mathbf{K}_{L_{IF}}(t_k) \end{pmatrix}, \quad (20)$$

где $\mathbf{K}_{\bar{x}^*}(t_k) = \text{diag}\{\sigma_x^2, \sigma_y^2, \sigma_z^2\}$, $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0.1$ м; $\mathbf{K}_{L_{WL}}(t_k) = \text{diag}\{\sigma_{WL}^2(t_k) \cdots \sigma_{WL}^2(t_k)\}$, $\sigma_{WL}^2(t_k)$ – дисперсия погрешностей ЛК WL (см. формулу (6));
 $\mathbf{K}_{L_{IF}}(t_k) = \text{diag}\{\sigma_{IF}^2(t_k) \cdots \sigma_{IF}^2(t_k)\}$, $\sigma_{IF}^2(t_k)$ – дисперсия погрешностей ЛК IF (см. (7));
 $\mathbf{K}_{L_{WI}}(t_k) = 0,5 \cdot \sigma_{WL}(t_k) \cdot \sigma_{IF}(t_k)$.

Получив корреляционную матрицу, можно рассчитать весовую матрицу:

$$\mathbf{W}_Q = \mathbf{K}_Q^{-1}. \quad (21)$$

Непосредственное решение объемной системы уравнений (16) – (18) представляет собой достаточно сложную вычислительную задачу. Поэтому необходимо оптимальным образом преобразовать ее в такую систему уравнений, которая зависела бы только от информационных параметров, обеспечив при этом полное сохранение информации обо всех оцениваемых параметрах. Для решения системы уравнений (16) оптимальным способом воспользуемся некоторыми результатами теории статистического анализа и линейной алгебры и реализуем методику совместного оценивания совокупности информационных и неинформационных «мешающих» параметров (для данной постановки задачи) через последовательное выражение одних неизвестных (неинформационных) через другие (информационные) как это было показано в работах [21, 18]. Особенностью данной задачи является необходимость корректного учета статистических характеристик погрешностей наблюдений.

Рассмотрим случай обработки *кинематических наблюдений* (система уравнений (17)). Перепишем систему уравнений (16) в более компактной форме:

$$\hat{\vec{Q}}(t) = \mathbf{A}(t) \cdot \vec{\Theta}(t) + \mathbf{B}(t) \cdot \nabla \Delta \vec{N} + \delta \vec{Q}(t). \quad (22)$$

Далее неизвестный вектор $\vec{\Theta}(t)$, по аналогии, как это было описано в работе [18], выражается как функция $\nabla \Delta \vec{N}$ и подставляется в систему уравнений (22). В этом случае возникают трудности при решении второй подсистемы уравнений, которая получается после подстановки вместо вектора $\vec{\Theta}(t)$ функции $\vec{\Theta}(t) [\nabla \Delta \vec{N}]$. Важно правильно учесть весовую матрицу преобразований второй подсистемы уравнений с учетом того, что в общем случае погрешности элементов вектора $\vec{\Theta}(t)$ коррелированы между собой. Чтобы исключить влияние указанных корреляций, выполним операцию декорреляции уравнений (22) с использованием сингулярного разложения весовой матрицы \mathbf{W}_Q согласно [21, 18]. Тогда система (23) будет состоять из уравнений равнозначных некоррелированных наблюдений:

$$\hat{\vec{Q}}_V(t) = \mathbf{A}_V(t) \cdot \vec{\Theta}(t) + \mathbf{B}_V(t) \cdot \nabla \Delta \vec{N} + \delta \vec{Q}_V(t). \quad (23)$$

Запишем вектор $\vec{\Theta}(t)$ как функцию элементов вектора $\nabla \Delta \vec{N}$:

$$\vec{\Theta}(t) [\nabla \Delta \vec{N}] = [\mathbf{A}_V^T(t) \cdot \mathbf{A}_V(t)]^{-1} \cdot \mathbf{A}_V^T(t) \cdot [\Delta \hat{\vec{Q}}_V(t) - \mathbf{B}_V(t) \cdot \nabla \Delta \vec{N} - \delta \vec{Q}_V(t)]. \quad (24)$$

Подставим уравнение (24) в (23) и, раскрывая скобки, получим

$$\mathbf{G}(t) \cdot \vec{Q}_V(t) = \mathbf{G}(t) \cdot \mathbf{B}_V(t) \cdot \nabla \Delta \vec{N} + \mathbf{G}(t) \cdot \delta \vec{Q}_V(t), \quad (25)$$

где

$$\mathbf{G}(t) = [\mathbf{E} - \mathbf{A}_V(t) \cdot [\mathbf{A}_V^T(t) \cdot \mathbf{A}_V(t)]^{-1} \cdot \mathbf{A}_V^T(t)] - \text{идемпотентная матрица.} \\ [(3+2 \cdot n) \times (3+2 \cdot n)]$$

Вычисления по формуле (25) не экономичны, поскольку в большинстве случаев выполняются с матрицами значительных размеров. Для упрощения важно понизить порядок системы уравнений, то есть «сжать» систему без потери информации [18]. Для этого представим матрицу \mathbf{G} в виде сингулярного разложения:

$$\mathbf{G}(t) = \mathbf{V}(t) \cdot \mathbf{\Lambda}(t) \cdot \mathbf{V}(t)^T, \\ [g \times g]$$

где $g = (3+2n)$, n – количество спутников на данную эпоху; \mathbf{V} – ортогональная квадратная матрица, представляющая систему ортогональных векторов-столбцов;

$$\mathbf{\Lambda}(t) = \left\| \begin{array}{c|c|c} \mathbf{E}_p(t) & / & 0 \\ \hline - & / & - \\ \hline 0 & / & 0 \end{array} \right\| - \text{матрица сингулярных чисел, } p \text{ из которых равны 1 } (p=\text{rankG}),$$

а остальные – равны нулю.

Представим матрицу \mathbf{V} следующим образом:

$$\mathbf{V}(t) = \left\| \begin{array}{c|c} \overbrace{\hspace{10em}}^g \\ \mathbf{V}_1(t) & \mathbf{V}_2(t) \\ \hline p & g-p \end{array} \right\|.$$

Подставим в уравнение (25) вместо матрицы \mathbf{G} ее сингулярное разложение, затем помножим левую и правую части уравнения на матрицу \mathbf{V}^T :

$$\underbrace{\mathbf{V}_1^T(t) \cdot \hat{\mathbf{Q}}_V(t)}_{\hat{\mathbf{q}}(t)} = \underbrace{\mathbf{V}_1^T(t) \cdot \mathbf{B}_V(t)}_{\mathbf{d}(t)} \cdot \nabla \Delta \vec{\mathbf{N}} + \underbrace{\mathbf{V}_1^T(t) \cdot \delta \vec{\mathbf{Q}}_V(t)}_{\delta \hat{\mathbf{q}}(t)}, \quad (26)$$

$$\hat{\mathbf{q}}(t) = \mathbf{d}(t) \cdot \nabla \Delta \vec{\mathbf{N}} + \delta \hat{\mathbf{q}}(t). \quad (27)$$

Далее производим накопление данных для оценки искомого вектора $\nabla \Delta \vec{\mathbf{N}}$ на всем обрабатываемом интервале:

$$\hat{\mathbf{q}}^* = \mathbf{d}^* \cdot \nabla \Delta \vec{\mathbf{N}} + \delta \hat{\mathbf{q}}^*, \quad (28)$$

где $\hat{\mathbf{q}}^* = \sum_{t=1}^k \hat{\mathbf{q}}(t)$; $\mathbf{d}^* = \sum_{t=1}^k \mathbf{d}(t)$; $\delta \hat{\mathbf{q}}^* = \sum_{t=1}^k \delta \hat{\mathbf{q}}(t)$, k – количество обрабатываемых эпох.

Рассмотрим случай обработки *статических наблюдений* (система уравнений (18)). Перепишем систему уравнений:

$$\hat{\mathbf{Q}}(t) = \mathbf{U}(t) \cdot \vec{\xi}(t) + \mathbf{H}(t) \cdot \Delta \vec{\mathbf{X}} + \mathbf{B}(t) \cdot \nabla \Delta \vec{\mathbf{N}} + \delta \vec{\mathbf{Q}}(t). \quad (29)$$

Приведем систему уравнений (29) к виду, аналогичному системе уравнений (22):

$$\hat{\mathbf{Q}}(t) = \mathbf{U}(t) \cdot \vec{\xi}(t) + \mathbf{F}(t) \cdot \vec{\Psi} + \delta \vec{\mathbf{Q}}(t), \quad (30)$$

где $\mathbf{F}(t) = \|\mathbf{H}(t), \mathbf{B}(t)\|$; $\vec{\Psi} = \|\Delta \vec{\mathbf{X}}^T, \nabla \Delta \vec{\mathbf{N}}^T\|^T$.

Далее следуют преобразования, аналогичные кинематическому случаю – см. последовательность действий (23) – (27). После выполнения всех преобразований система уравнений (30) примет вид

$$\hat{\mathbf{q}}_1^* = \mathbf{f}^* \cdot \bar{\Psi} + \delta \hat{\mathbf{q}}_1^*, \quad (31)$$

где $\mathbf{f}^* = \left\| \sum_{t=1}^k \check{\mathbf{H}}(t), \sum_{t=1}^k \check{\mathbf{B}}(t) \right\|$, $\check{\mathbf{H}}(t)$ – матрица $\mathbf{H}(t)$ после операций декорреляции и "сжатия", $\check{\mathbf{B}}(t)$ – матрица $\mathbf{B}(t)$ после операций декорреляции и "сжатия".

Поскольку на данном этапе обработки информационным является вектор $\nabla \Delta \bar{\mathbf{N}}$, а $\Delta \bar{\mathbf{X}}$ – неинформационным, то повторив методику «сжатия», описанную выше для случая «исключения» из набора оценок вектора $\Delta \bar{\mathbf{X}}(t)$, систему уравнений (31) можно привести к виду (28). В этом случае матрица \mathbf{G} будет иметь вид

$$\mathbf{G} = [\mathbf{E} - \mathbf{H}^* \cdot [\mathbf{H}^{*T} \cdot \mathbf{H}^*]^{-1} \cdot \mathbf{H}^{*T}], \quad (32)$$

где $\mathbf{H}^* = \sum_{t=1}^k \check{\mathbf{H}}(t)$.

Выполнив сингулярное разложение матрицы \mathbf{G} и помножив левую и правую части уравнения на матрицу \mathbf{V}^T , получим

$$\underbrace{\mathbf{V}_1^T \cdot \hat{\mathbf{q}}_1^*}_{\hat{\mathbf{q}}^*} = \underbrace{\mathbf{V}_1^T \cdot \mathbf{B}^*}_{\mathbf{d}^*} \cdot \nabla \Delta \bar{\mathbf{N}} + \underbrace{\mathbf{V}_1^T \cdot \delta \hat{\mathbf{q}}_1^*}_{\delta \hat{\mathbf{q}}^*}, \quad (33)$$

где $\mathbf{B}^* = \sum_{t=1}^k \check{\mathbf{B}}(t)$.

$$\hat{\mathbf{q}}^* = \mathbf{d}^* \cdot \nabla \Delta \bar{\mathbf{N}} + \delta \hat{\mathbf{q}}^*, \quad (34)$$

После выполнения указанных преобразований, конечные системы уравнений для кинематического случая (28) и статического случая (34) имеют одинаковый вид. Далее производится МНК-оценка элементов вектора $\nabla \Delta \bar{\mathbf{N}}$ как непрерывных переменных (получаем, т.н., float-оценку, когда целочисленные параметры рассматриваются как непрерывные):

$$\nabla \Delta \hat{\mathbf{N}} = [\mathbf{d}^{*T} \cdot \mathbf{d}^*]^{-1} \cdot \mathbf{d}^{*T} \cdot \hat{\mathbf{q}}^*. \quad (35)$$

Полученные оценки округляются до ближайшего целого.

Далее представим вектор $\nabla \Delta \bar{\mathbf{N}}$ в виде

$$\nabla \Delta \bar{\mathbf{N}} = \nabla \Delta \hat{\mathbf{N}} + \bar{\mathbf{n}}, \quad (36)$$

где варьируемый вектор поправок $\bar{\mathbf{n}}$ находится путем перебора целочисленных фазовых неоднозначностей в окрестности float-оценки вектора $\nabla \Delta \hat{\mathbf{N}}$.

Диапазон перебора (поиска наилучшей целочисленной комбинации) определяется из корреляционной матрицы ($\mathbf{K}_{\nabla \Delta \mathbf{N}} = [\mathbf{d}^{*T} \cdot \mathbf{d}^*]^{-1}$) следующим образом:

$$\pm \{3\hat{\sigma} + 0.5\}_{\bar{b}.ц.}, \quad (37)$$

где $\hat{\sigma}$ – оценки среднеквадратических отклонений (СКО) определения элементов вектора $\nabla \Delta \hat{\mathbf{N}}$ (корни диагональных элементов матрицы $\mathbf{K}_{\nabla \Delta \mathbf{N}}$), $\bar{b}.ц.$ – операция вычисления ближайшего целого.

Для каждой реализации вектора $\nabla \Delta \bar{\mathbf{N}}$ рассчитываются значения невязок:

$$\hat{\mathbf{y}} = \hat{\mathbf{q}}^* - \mathbf{d}^* \cdot \nabla \Delta \hat{\mathbf{N}}_{\bar{b}.ц.} - \mathbf{d}^* \cdot \bar{\mathbf{n}}. \quad (38)$$

За оценку принимается то значение вектора поправок \vec{n} , при котором обеспечивается минимальное значение целевой функции – $min(RSS)$, где $RSS = \sqrt{\frac{\hat{\vec{y}}^T \cdot \hat{\vec{y}}}{(n-1) \cdot k}}$ (n – число спутников, k – число эпох). Типовой вид целевой функции приведен на рис. 1 и 2. Кружками на рисунках обозначены глобальные минимумы функций, то есть те минимумы, которым соответствует «правильный» набор варьируемых целочисленных поправок \vec{n} к приближенным значениям начальных фазовых неоднозначностей, полученных из float-решения.

Целевая функция имеет важные свойства. Ее форма, особенно вблизи правильной комбинации неоднозначностей, зависит от многих факторов: точности предварительного кодового решения, количества спутников, геометрических условий, интервала наблюдений, уровня шумов, многолучевости, остаточных медленноменяющихся погрешностей наблюдений и др. По форме этой функции можно судить о надежности выполнения РФН. Чем точнее используемые априорная информация и фазовые наблюдения, чем больше их избыточность, тем целевая функция становится более выпуклой и, соответственно, становится выше вероятность выделения правильного набора неоднозначностей из совокупности локальных минимумов. Это иллюстрируется рис. 3, 4, где представлены графики целевых функций без использования информации сглаженного кодово-фазового решения (а) и с ее использованием (б). На рис. 2 изображена целевая функция для ЛК WL, диапазон перебора $[(-1) \div (+1)]$. На рис. 3 изображена целевая функция для ЛК IF, диапазон перебора $[(-3) \div (+3)]$.

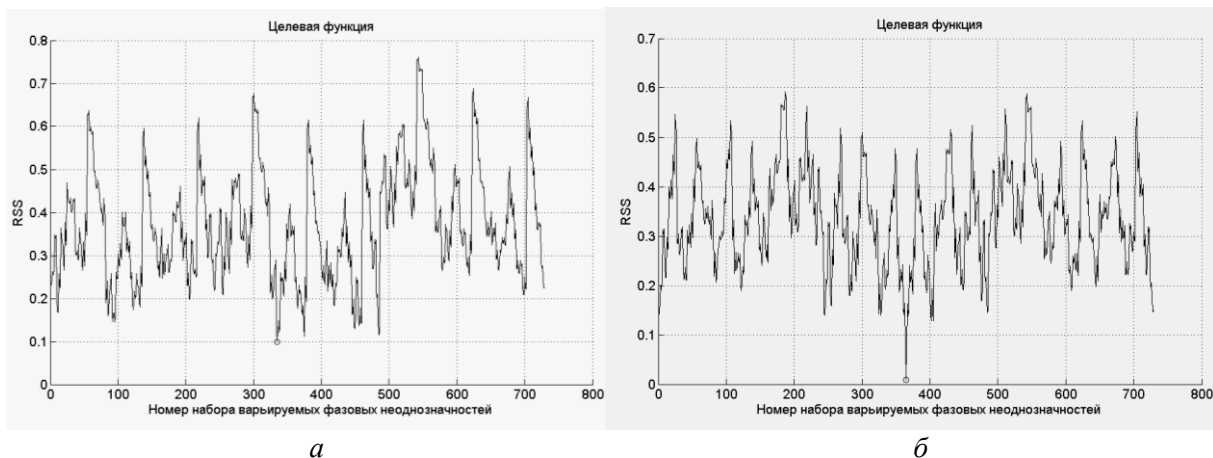


Рис. 1

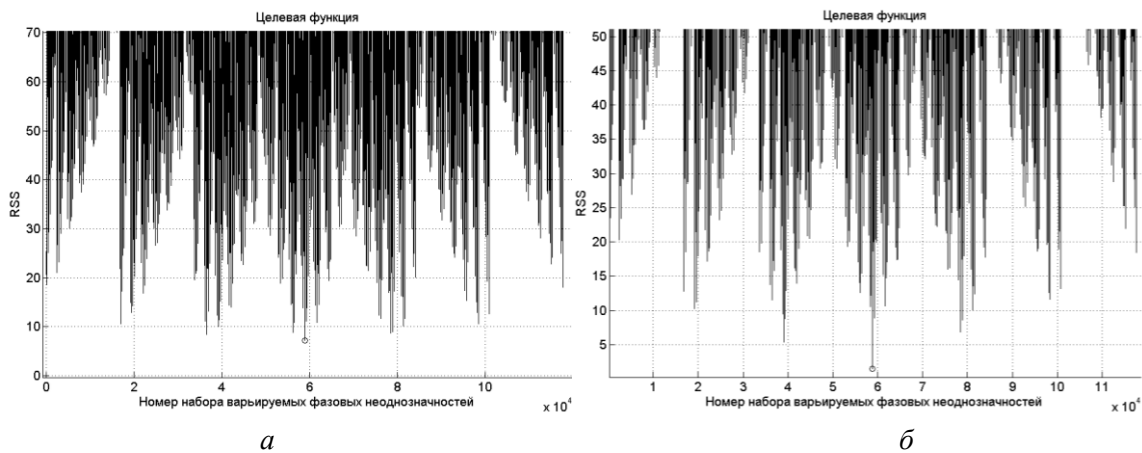


Рис. 2

Таким образом, всю задачу разрешения фазовой неоднозначности (РФН) можно условно разделить на четыре этапа. На *первом этапе* выполняется сглаживание кодовых наблюдений и расчет по полученным сглаженным наблюдениям координат ровера, которые потом

используются в качестве априорных значений координат, при выполнении РФН линейной комбинации WL. *Второй этап* заключается в выполнении РФН линейной комбинации WL. После определения начальных фазовых неоднозначностей $\nabla\Delta\vec{N}_{WL}$ осуществляется корректирование наблюдений на $\nabla\Delta\vec{N}_{WL}$ и выполняется уточнение решения с использованием однозначных WL-наблюдений. После этого становится возможным выполнить РФН на первой несущей частоте L1, используя IF-наблюдения, в чем и заключается *третий этап* обработки. На данном этапе, как показали исследования при интервале наблюдений не менее 10 – 15 мин, возможно уменьшение влияния ионосферных вариаций на одночастотное WL-решение разностной частоты путем их выделения из наблюдений неоднозначных фазовых Geometry-Free (GF) линейных комбинаций и последующего учета в WL-наблюдениях, что в итоге позволяет повысить надежность получения целочисленного IF-решения.

Определение начальных фазовых неоднозначностей на второй частоте L2 осуществляется по формуле

$$\nabla\Delta N_2^j = \nabla\Delta N_1^j - \nabla\Delta N_{WL}^j . \quad (39)$$

Полученное целочисленное решение должно быть подвергнуто обязательной процедуре верификации (*четвертый этап*), т.е. подтверждению правильности оценки целочисленных параметров неоднозначности на основе выбранных статистик и критерия. Этот этап является наиболее ответственным и определяет, какое окончательное решение должно быть принято:

а) оценка неоднозначностей двойных разностей фазовых наблюдений выполнена правильно (с заданной достоверностью), решение принимается, в фазовые наблюдения вносятся соответствующие целочисленные коррекции и по однозначным фазовым наблюдениям выполняется точное позиционирование (см. ниже);

б) оценка неоднозначностей двойных разностей фазовых наблюдений выполнена правильно (с заданной достоверностью) только для большей части спутниковых наблюдений, обнаружены «выпавшие» участки наблюдений отдельных спутников; в этом случае в фазовые наблюдения вносятся целочисленные коррекции, признанные верными, и повторяется процедура оценки оставшихся целочисленных неоднозначностей, оценки которых были признаны недостоверными; по достижении финального решения выполняется точное позиционирование;

в) оценка неоднозначностей двойных разностей фазовых наблюдений выполнена неверно, решение отвергается и для обрабатываемой выборки наблюдений в качестве финального принимается менее точное, но однозначное float-решение;

В рамках данных исследований разработан и применяется новый оригинальный критерий верификации полученного целочисленного решения задачи РФН, который, ввиду важности решения задачи верификации, требует отдельного детального рассмотрения. В настоящее время выполняется расширенное тестирование эффективности и надежности предложенного критерия, осуществляется его усовершенствование, а результаты исследований планируется изложить в отдельной публикации.

Решение навигационной задачи (позиционирование)

После решения задачи РФН и ввода целочисленных коррекций в фазовые наблюдения становится возможным определение координат потребителя («роверного» приемника) с высокой точностью. Получение оценок координат осуществляется с использованием известных алгоритмов решения навигационной задачи (НЗ). Для получения финального координатного решения обычно используют «безионосферную» IF-комбинацию фазовых наблюдений (с предварительной коррекцией неоднозначностей). Но такое решение не является оптимальным из-за высокого уровня шумов и многолучевости IF-комбинации (более чем в три раза по сравнению L1-наблюдениями). Поэтому для позиционирования (решения НЗ) предложено

использовать дифференциальные фазовые наблюдения (одинарные разности) первой частоты L1 GPS:

$$\Delta\hat{\vec{L}}_1(\mathbf{t}) + \nabla\Delta\vec{N}_{L1} = \Delta\check{\vec{L}}_1(\mathbf{t}) = \Delta\mathbf{R}(\mathbf{t}) + \eta_{L1}(\mathbf{t}) - \Delta\vec{I}(\mathbf{t}) + \Delta\vec{T}(\mathbf{t}) + \delta\Delta\vec{L}_1(\mathbf{t}), \quad (40)$$

где $\eta_{L1}(\mathbf{t}) = \Delta(\mathbf{t}) + \Delta\mathbf{b}_{L1} - (\Delta\vec{N}_{L1} + \Delta\varphi) \cdot \lambda_1 + \omega(\mathbf{t}) \cdot \lambda_1$.

Для расчета и компенсации ионосферной задержки $\Delta\vec{I}(\mathbf{t})$, особенно ее вариационной составляющей, формируются двойные разности «безгеометрической» комбинации (GF) и осуществляется их коррекция с использованием полученных оценок $\nabla\Delta N_1^j$, $\nabla\Delta N_2^j$. Скорректированные однозначные GF-комбинации, содержащие искомую ионосферную задержку, подвергаются сглаживанию, позволяющему отфильтровать шумовые и многолучевые составляющие фазовых наблюдений. Сглаженные GF-комбинации позволяют практически полностью устранить ионосферные составляющие в системе уравнений (40) и затем, после ввода тропосферных поправок, получить МНК-решение относительно координат и параметров $\eta_{L1}(\mathbf{t})$ с максимально возможной точностью. Решение, полученное таким способом, в дальнейшем будем обозначать как «L1/IF», то есть «безионосферное» L1-решение.

Верификация (натурное тестирование) предложенного метода и алгоритмов РФН с использованием реальных GPS-наблюдений

Для тестирования предложенного метода и алгоритмов РФН был создан экспериментальный модульный программно-алгоритмический комплекс, в котором можно выделить следующие основные модули:

- 1) подготовка к обработке – выполнение очистки памяти, инициализация программы, загрузка необходимых констант;
- 2) загрузка файлов наблюдений «ровера» и РС из указанной директории;
- 3) расчет ионосферных и тропосферных задержек по моделям IONEX и MOPS соответственно, расчет ионосферной задержки согласно описанному методу;
- 4) поиск референцных спутников – разбиение всего обрабатываемого участка (интервала) наблюдений на отдельные участки, соответствующие зонам радиовидимости выбранных референцных спутников;
- 5) выполнение сглаживания кодовых наблюдений с использованием фазовых и оценка координат объекта с дециметровой точностью по методу [6];
- 6) выполнение РФН для ЛК WL;
- 7) выполнение РФН для ЛК IF с использованием однозначной ЛК WL;
- 8) верификация (оценки достоверности) решения РФН;
- 9) решение навигационной задачи (позиционирования), определение финальных оценок координат;
- 10) построение графиков для визуального контроля и анализа полученного решения, отображение отклонений оценок координат от эталонных значений в гринвичской и геодезической системах координат, остатков решения НЗ, геометрических факторов GDOP, PDOP, VDOP, HDOP, СКО решения, диаграммы видимости спутников, «рисунка неба» («sky plot») и др.;
- 11) архивирование полученных результатов для формирования отчета об обработке текущей сессии наблюдений.

Тестирование предложенного метода и алгоритмов РФН проводилась с использованием реальных статических и кинематических GPS-наблюдений, полученных в рамках проведения совместного инновационного проекта ГАО НАНУ, ХНУРЭ и ряда университетов Украины в 2008 г., а также результатов обработки GPS-наблюдений, выполненных на борту вертолета и самолета при проведении аэрофотосъемок.

На рис. 3 приведена схема наземной сети базовых станций и роверных пунктов, результаты наблюдений которых были использованы для тестирования описанных выше решений.

В ходе обработки были использованы наблюдения перманентных референционных IGS/EPN станций GLSV (г. Киев), PRYL (г. Прилуки, Черниговская обл.), SMLA (г. Смела, Черкасская обл.) и «роверных» пунктов BOBR (пгт Бобровица, Черниговская обл.), SHDA (пгт Остер, Черкасская обл.). Следует отметить, что GPS-наблюдения в 2008 г. выполнены в зимний период года (декабрь), для которого характерен высокий уровень ионосферных вариаций, обусловленных наличием множественных перемещающихся неоднородностей электронной концентрации.

Сравнение полученных результатов проводилось относительно оценок координат пунктов и «роверов», полученных при параллельной обработке ГНСС-наблюдений с использованием программного комплекса GrafNav/GrafNet (NovAtel/Waypoint Consulting, Канада) и программного комплекса GAMIT-GLOBK (США).

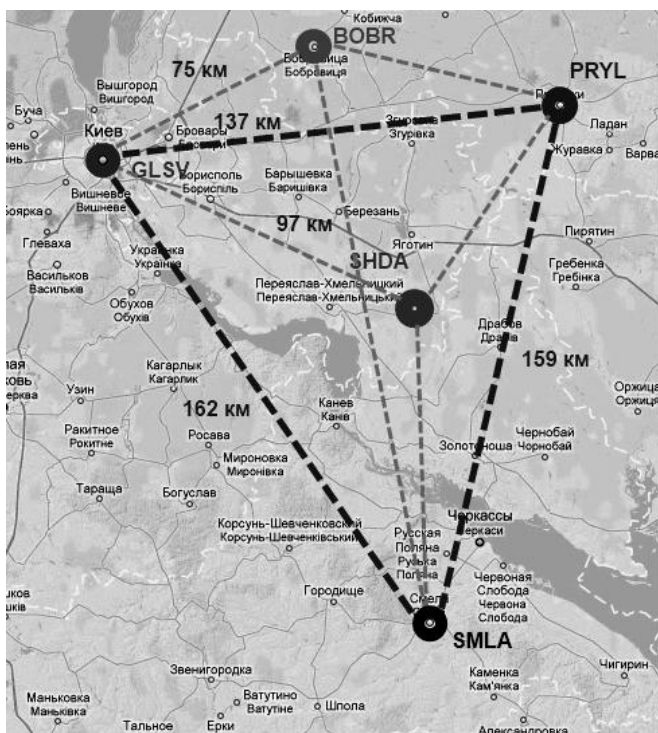


Рис. 3

Ниже в табл. 1 и на рис. 4 – 19, 28 – 31 приведены численные и графические результаты обработки двухчастотных GPS-наблюдений наземных пунктов относительно референционной станции GLSV. Для референционных станций длительность сеанса измерений составила 18 ч, для статического пункта BOBR – 3 ч 20 мин и для статического участка пункта SHDA – 1,5 ч.

В табл. 1 приведены отклонения оцененных координат статических пунктов относительно эталонных значений.

В табл. 1 присутствуют следующие условные обозначения: ΔB – линейный эквивалент погрешности по направлению «Север-Юг»; ΔL – линейный эквивалент погрешности по направлению «Запад-Восток»; ΔH – отклонения по высоте; σ_b , σ_l , σ_h – среднеквадратические отклонения решения
$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum (y_i - m_x)^2}$$

Таблица 1

	$\Delta B, м$	$\sigma_b, м$	$\Delta L, м$	$\sigma_l, м$	$\Delta H, м$	$\sigma_h, м$
SMLA	0.0019	0.0089	0.0035	0.0059	0.0222	0.0257
PRYL	0.0015	0.0086	-0.0061	0.0068	-0.0193	0.0233
BOBR	-0.0046	0.0083	-0.0081	0.0058	0.0139	0.0165
SHDA	-0.011	0.0105	0.0014	0.0065	0.0057	0.0174

На рис. 6 – 17 приведены статистические характеристики отклонений полученных решений от эталонных – «невязки», разности между измеренными параметрами и вычисленными по оценкам решения навигационной задачи (НЗ) – «остатки», диаграмма количества видимых спутников.

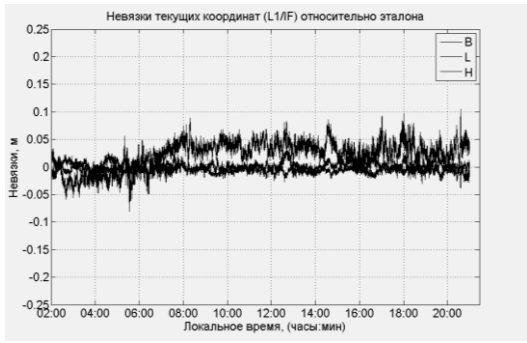


Рис. 4. Невязки текущих L1/IF координат (ΔB , ΔL , ΔH) относительно эталонных для станции SMLA

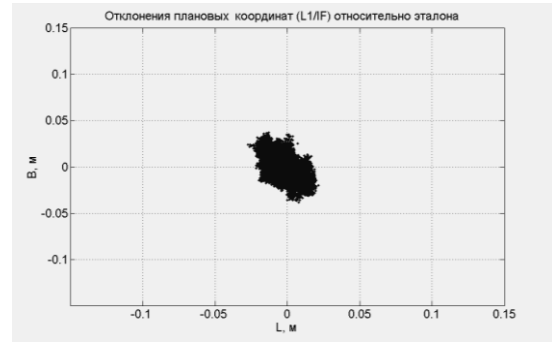


Рис. 5. Невязки плановых L1/IF координат (ΔB , ΔL) относительно эталона для станции SMLA

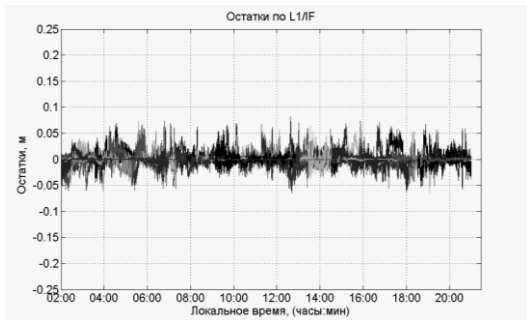


Рис. 6. Остатки L1/IF-решения для станции SMLA

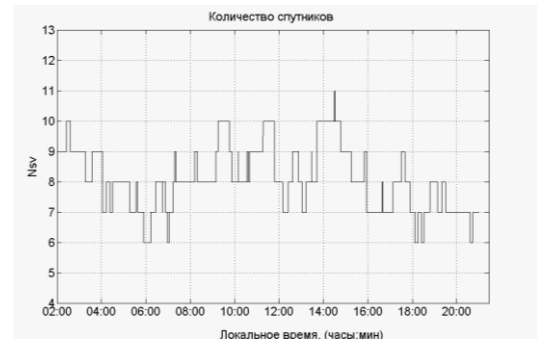


Рис. 7. Количество видимых спутников при обработке наблюдений на базе «SMLA- GLSV»



Рис. 8. Невязки текущих L1/IF координат (ΔB , ΔL , ΔH) относительно эталонных для станции PRYL

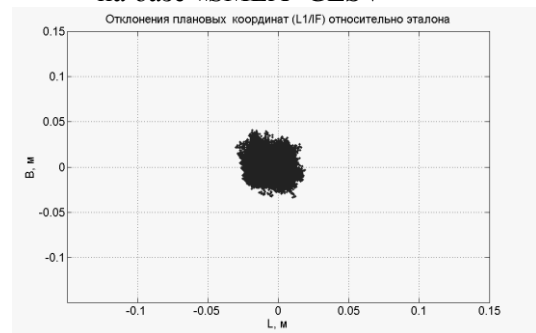


Рис. 9. Невязки плановых L1/IF координат (ΔB , ΔL) относительно эталона для станции PRYL

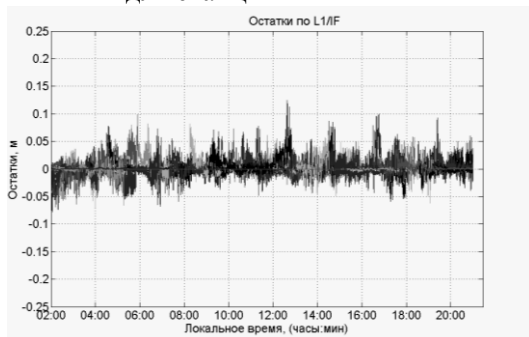


Рис. 10. Остатки L1/IF-решения для станции PRYL

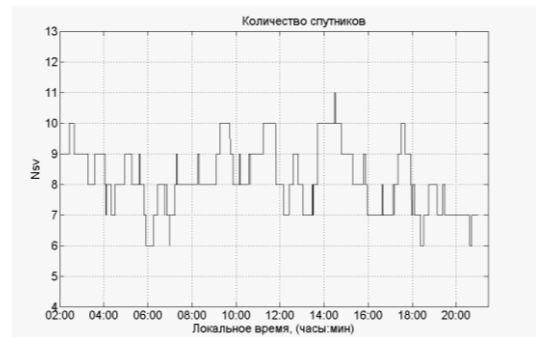


Рис. 11. Количество видимых спутников при обработке наблюдений на базе «PRYL- GLSV»

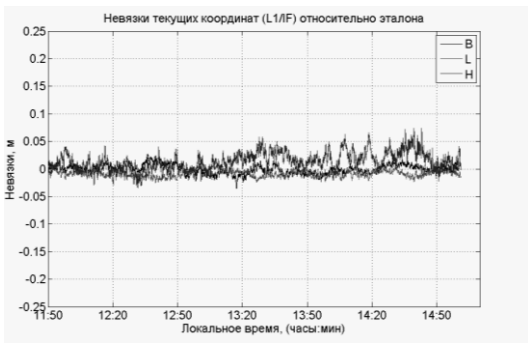


Рис. 12. Невязки текущих L1/IF координат (ΔB , ΔL , ΔH) относительно эталонных для статического пункта BOBR

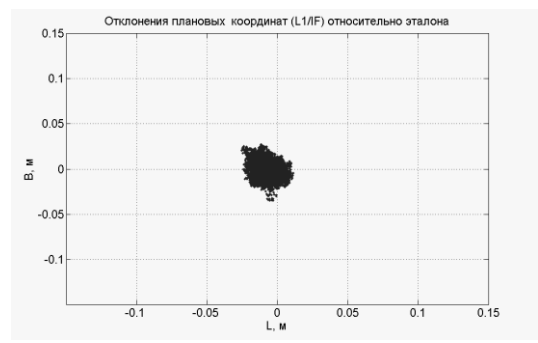


Рис. 13. Невязки плановых L1/IF координат (ΔB , ΔL) относительно эталона для статического пункта BOBR

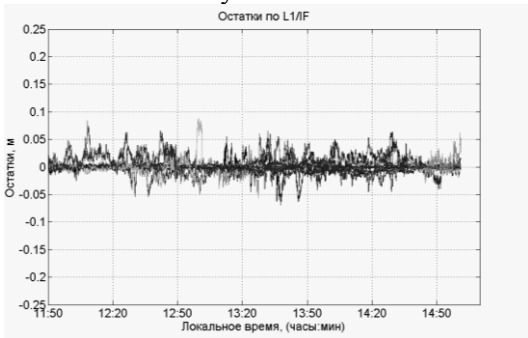


Рис. 14. Остатки L1/IF-решения для станции статического пункта BOBR

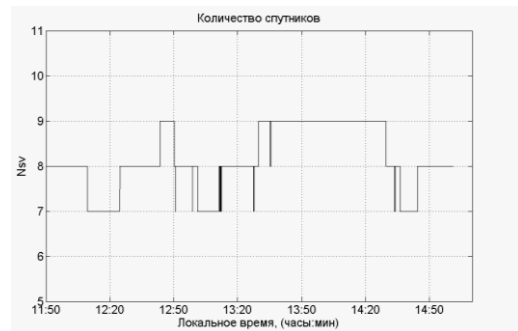


Рис. 15. Количество видимых спутников при обработке наблюдений на базе «BOBR- GLSV»

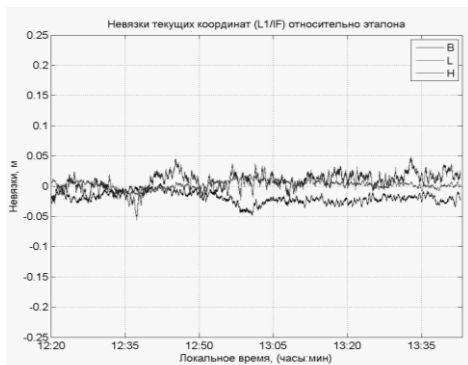


Рис. 16. Невязки текущих L1/IF координат (ΔB , ΔL , ΔH) относительно эталонных для статического «ровера» SHDA

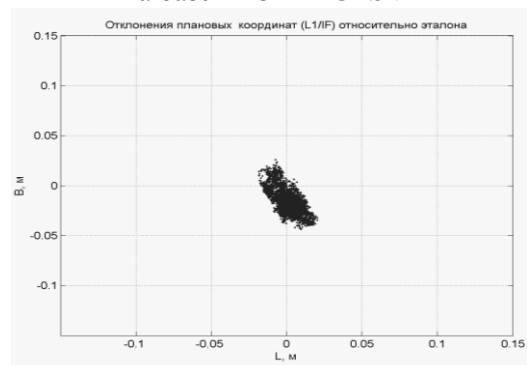


Рис. 17. Невязки плановых L1/IF координат (ΔB , ΔL) относительно эталона для статического «ровера» SHDA

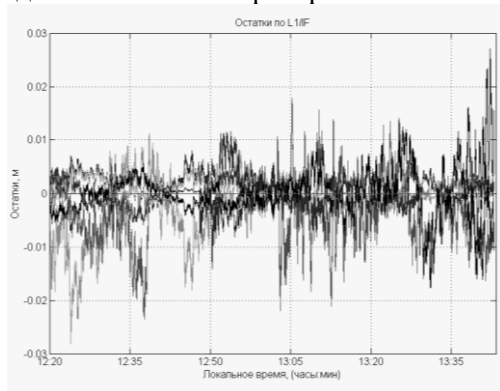


Рис. 18. Остатки L1/IF-решения для станции статического «ровера» SHDA

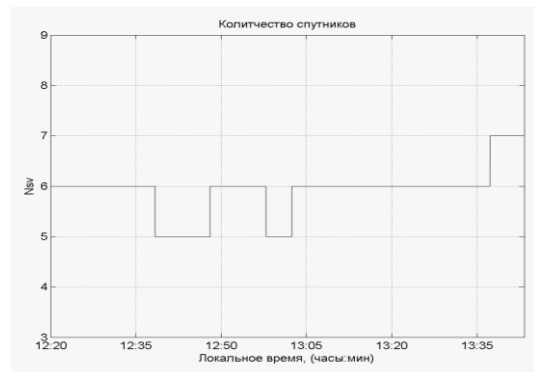


Рис. 19. Количество видимых спутников при обработке наблюдений на базе «SHDA- GLSV»

В качестве примера экспериментального тестирования разработанного метода для кинематического режима измерений (см. рис. 20 – 27) приведены результаты обработки GPS-наблюдений, выполненных на борту вертолета (за 179-е GPS-сутки 2006 г.) и самолета (за 250-е GPS-сутки 2006 г.). Максимальное удаление вертолета от референционной станции составило ~96 км, максимальная высота полета – около 800 м относительно высоты установки антенны РС. Для самолета максимальное удаление от РС составило ~86 км, высота полета относительно РС около ~ 3000 м. Длительность сеанса наблюдений для приемника на борту вертолета составила ~3.5 ч, а на борту самолета – ~1 ч.

Выбросы координатных решений свыше 7 – 10 см при обработке летных кинематических измерений (см. рис. 24, 26) обусловлены изменением геометрической конфигурацией спутникового созвездия во время полета.

Следует отметить, что ухудшение точности определения высоты при определении на наземных пунктах (см. табл. 1) и при определении траекторий летательных аппаратов (см. рис. 22, 26) обусловлено снижением точности модели тропосферной задержки в случае увеличения расстояния между объектами и значительных перепадов высот между пунктами установки приемных антенн.

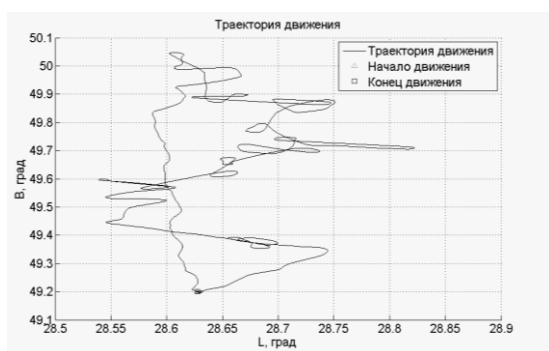


Рис. 20. Траектория движения вертолета

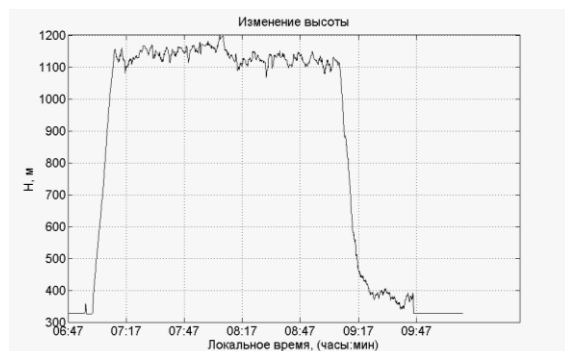


Рис. 21. Изменение высоты полета во время измерений

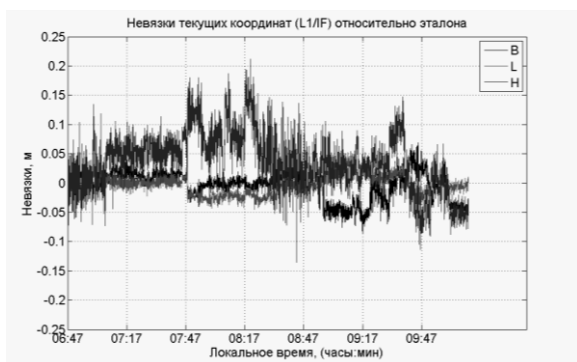


Рис. 22. Невязки текущих L1/IF координат (ΔB , ΔL , ΔH) относительно эталонных значений

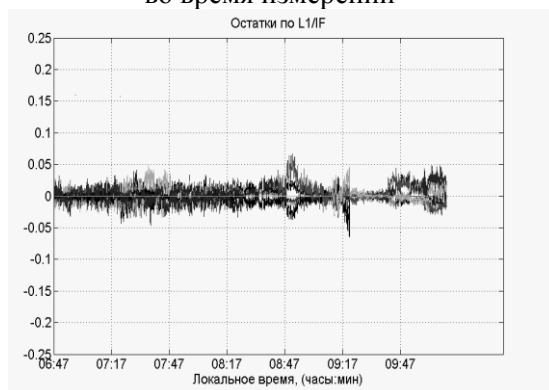


Рис. 23. Остатки L1/IF-решения для измерений на борту вертолета

Декорреляция тропосферной задержки с увеличением расстояния между референсным и определяемым пунктами при дифференциальных определениях вносит существенный вклад в погрешность определения высоты. Известно, что в программных продуктах обработки ГНСС-наблюдений, таких как GrafNav/GrafNet, Bernese GPS Software, GAMIT GLOBK, реализованы методы и алгоритмы оценки зенитных тропосферных задержек в определяемых пунктах, что позволяет выполнять координатные определения на значительных удалениях и при значительных перепадах высот между пунктами. В настоящее время сотрудниками исследовательской лаборатории спутниковых технологий НУЦ кафедры ОПТ ХНУРЭ ведутся работы по реализации и исследованию методов и алгоритмов оценки зенитной тропосферной задержки в определяемых пунктах для повышения точности позиционирования.

Предварительные обнадеживающие результаты в этом направлении уже получены и будут опубликованы по завершении исследований.

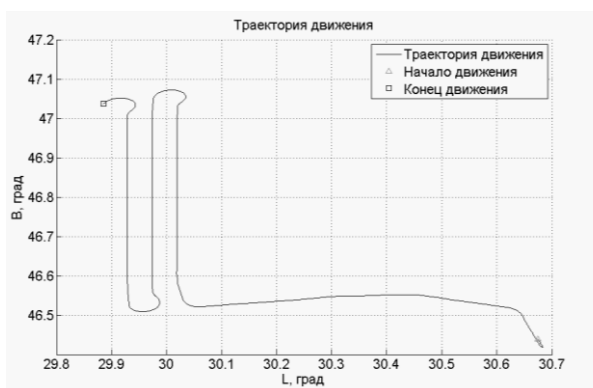


Рис. 24. Траектория движения самолета

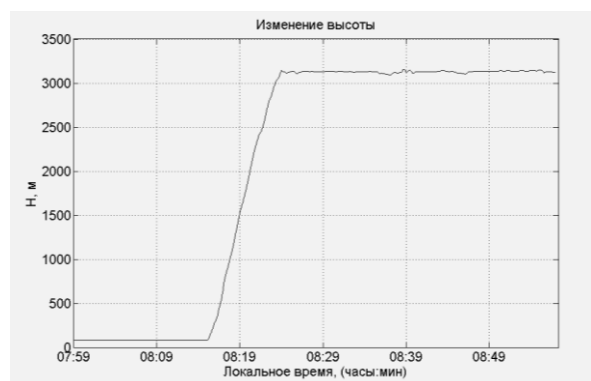


Рис. 25. Изменение высоты полета во время измерений

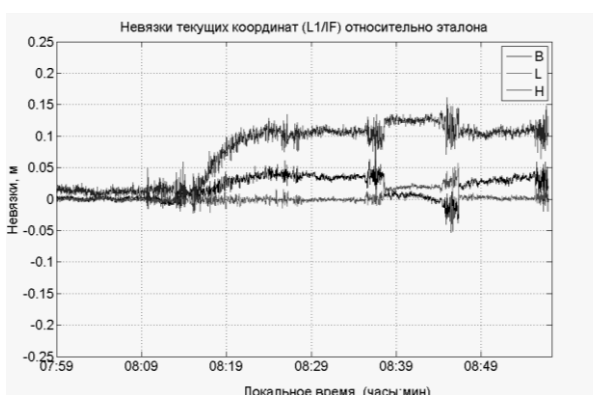


Рис. 25. Невязки текущих L1/IF координат (ΔB , ΔL , ΔH) относительно эталонных значений

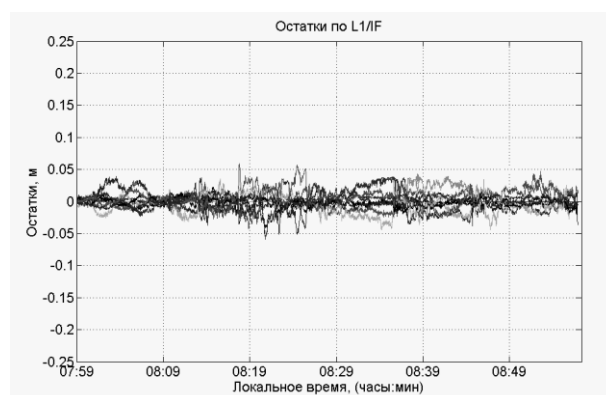


Рис. 27. Остатки L1/IF-решения для измерений на борту самолета

На рис. 28 – 31 приведены результаты L1/IF-решения и поэтапной обработки GPS-наблюдений для наземного движущегося ровера SHDA (см. рис. 3) относительно пункта GLSV. Удаление между пунктами ~ 100 км. Длительность сеанса измерений составила ~ 20 мин.



Рис. 28. Траектория движения «ровера» SHDA

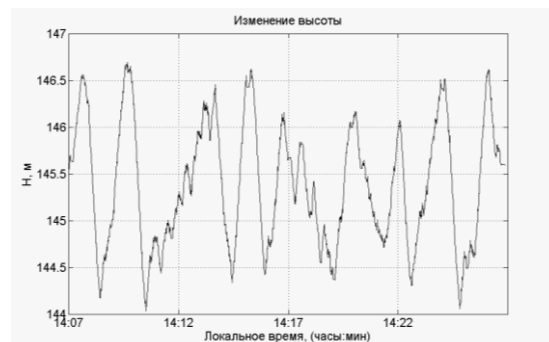


Рис. 29. Изменение высоты во время измерений

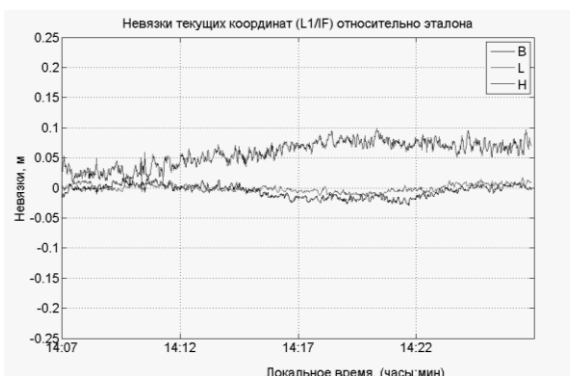


Рис. 30. Невязки текущих L1/IF координат (ΔB , ΔL , ΔH) относительно эталонных значений

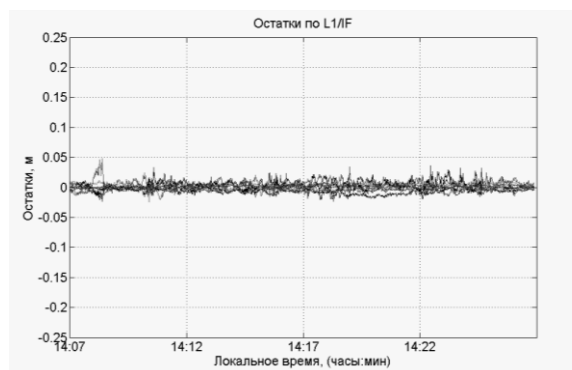


Рис. 31. Невязки текущих L1/IF координат (ΔB , ΔL , ΔH) относительно эталонных значений

Анализ результатов обработки и тестирования полученных теоретических решений показал, что погрешности статических определений на наземных базовых линиях до 200 км в среднем лежат в пределах 1 – 4 мм (СКО) по плановым координатам и 7 – 11 мм (СКО) – по высотной составляющей на интервалах наблюдений от 1,5 до 18 ч. Анализ результатов обработки кинематических сессий показал, что погрешности координатных определений на удалениях между пунктами до 100 км не превышают 5 – 15 мм (СКО) по плановым координатам и 15 – 25 мм (СКО) по высотной составляющей.

Для оценки возможности использования разработанного экспериментального программно-алгоритмического комплекса для условий двухчастотного кинематического RTK-позиционирования в режиме OTF (On-The-Fly – решение задачи РФН и позиционирования в движении, «на лету»), сравнительной оценки его характеристик с зарубежными аналогами проведен дополнительный цикл исследований, позволивший определить минимальные интервалы наблюдений, для которых возможно надежное (с вероятностью, близкой к 100 %) выполнение задачи РФН. Зависимость частоты правильного выполнения РФН (надежность РФН) от длительности выборки кинематических наблюдений (60, 45, 30, 15 с) приведена в табл. 2.

Таблица 2

Длительность выборки	60 с	45 с	30 с	15 с
Пешеход	~100%	96%	95%	89%
Самолет	~100%	~100%	~100%	99%
Вертолет	*97%	95,5%	94%	92%

* ~100 % при выборке, длительностью 90 с.

Анализ результатов, представленных в табл. 2, показал, что надежность РФН для наблюдений на борту самолета выше, чем для наблюдений пешехода и на борту вертолета. Это обусловлено тем, что движение самолета более равномерное и характеризуется плавным маневрированием в отличие от пешехода и вертолета, что приводит к менее резкому и плавному изменению геометрической конфигурации спутников рабочего созвездия и повышает вероятность правильного выполнения РФН. Детальный анализ случаев с неразрешенной фазовой неоднозначностью показал, что во всех ситуациях, когда РФН по WL-наблюдениям выполнялось неверно (хотя бы по одному спутнику), это приводило и к неверному решению задачи РФН на несущих частотах. При этом погрешности координат могли достигать нескольких метров. В случае, если же РФН WL-наблюдений было выполнено верно, то это, как правило, гарантировало надежное РФН и на несущих частотах.

Сравнение полученных результатов с результатами оценок пользователей Украины, использующих в работе лучшие зарубежные двухчастотные RTK ГНСС-приемники нескольких ведущих зарубежных производителей, показало, что интервалы времени фиксации

целочисленных неоднозначностей на средних базовых линиях (~100 км) составляют от 1-2 до 5-7 мин и только при статической инициализации (OTF не выполняется). Это показывает, что предложенное отечественное решение превосходит современные зарубежные аналоги и имеет значительные потенциальные возможности для практической реализации не только для режима пост-обработки, но и для RTK-позиционирования в реальном времени.

Выводы

1. Предложены усовершенствованный метод и алгоритмы разрешения фазовой неоднозначности двухчастотных фазовых GPS-наблюдений, статического и кинематического позиционирования сантиметровой точности на базовых расстояниях до 200 км. Отличительными особенностями разработанного метода и алгоритмов разрешения фазовой неоднозначности и точного позиционирования являются:

- поэтапная совместная обработка всех наблюдений выборки линейных комбинаций кодовых и фазовых наблюдений, включая однозначное сглаженное кодово-фазовое решение (вместо уравнений кодовых псевдодальностей), WL и IF наблюдения;

- оптимальное использование дополнительной информации, содержащейся в сглаженном кодово-фазовом решении и уравнениях IF-наблюдений, с целью повышения надежности целочисленного фазового WL-решения разностной частоты; уменьшение влияния ионосферных вариаций одночастотного WL-решения путем их выделения из наблюдений неоднозначных фазовых Geometry-Free (GF) линейных комбинаций для повышения надежности получения целочисленного IF-решения;

- использование специально разработанной статистически корректной методики совместного оценивания совокупности информационных и неинформационных «мешающих» (для того или иного этапа обработки) параметров, которая позволила формировать универсальным способом удобные для дальнейшей обработки результирующие уравнения минимальной размерности и целевые функции поиска целочисленных решений для любых наборов наблюдений и режимов позиционирования (статического и кинематического);

- использование на этапе позиционирования (по завершении РФН и его верификации) «безионосферных» фазовых наблюдений первой частоты L1 вместо IF-наблюдений, уровень шумов и многолучевости которых примерно в три раза выше, чем исходных L1-наблюдений; ионосферная составляющая погрешности L1-наблюдений устраняется с использованием сглаженных однозначных фазовых GF линейных комбинаций.

2. Тестирование полученных решений с использованием реальной измерительной информации показало, что погрешности статических определений на наземных базовых линиях до 200 км лежат в пределах 1 – 4 мм (СКО) по плановым координатам и 7 – 11 мм (СКО) по высотной составляющей. Погрешности кинематических координатных определений (движущихся объектов – пешеход, вертолет, самолет) на удалениях от референцной станции до 100 км не превышают 5 – 15 мм (СКО) по плановым координатам и 15- 25 мм (СКО) по высотной составляющей.

Таким образом, получены и экспериментально подтверждены отечественные решения в области точного спутникового позиционирования, не уступающие современным зарубежным аналогам.

3. Разработанный прототип программно-алгоритмического обеспечения точного позиционирования, реализующий предложенный метод и алгоритмы обработки двухчастотных ГНСС-наблюдений, позволяет надежно выполнять РФН на средних (~100 км) базовых линиях в режиме OTF (без статической инициализации) на очень коротких интервалах (15 – 60 с) с достижением сантиметровой точности кинематических координатных определений.

Полученные результаты превосходят зарубежные аналоги и позволяют рекомендовать использование созданного алгоритмического обеспечения при реализации новых разработок, т.к. они существенно улучшает эксплуатационные характеристики режима RTK-позиционирования и возможности его применения на территориях с разреженными ГНСС-сетями.

4. В дальнейших исследованиях предполагается:

- исследовать возможности разработанного усовершенствованного метода решения задач РФН и точного статического и кинематического позиционирования для двухчастотных и одностотных наблюдений в случае совместного использования сигналов нескольких ГНСС, в частности, GPS+ГЛОНАСС;
- выполнить модернизацию метода для осуществления совместной оценки начальных фазовых неоднозначностей и зенитных тропосферных задержек в целях выполнения высокоточных координатных определений на сверхдлинных базовых линиях (до 1000 – 2000 км),
- исследовать возможности применения различных критериев верификации решения задачи разрешения фазовой неоднозначности.

Список литературы: 1. *Гофманн-Веллинггоф, Б.* Глобальная система визначення місцеположення (GPS). Теорія та практика : пер. з англ. / Б. Гофманн-Веллинггоф, Г. Ліхтенеггер, Д. Коллінз ; пер. з англ. за ред. Я. С. Яцківа. – Київ : Наук. думка, 1996. – 380 с. 2. *Rizos, Chris.* Principles and practice of GPS surveying // School of engineering, The University of New South Wales, Australia, 1999. – 555 p. 3. *Leick, A.* GPS Satellite Surveying, 3-rd ed., John Wiley – New York, 2003, 464 pp. 4. *Поваляев, А.А.* Спутниковые радионавигационные системы. Время, показание часов, формирование измерений и определение относительных координат. – М. : Радиотехника, 2008. – 328 с. 5. *Bock, Ye., Gourevitch, S.A., Counselman, C.C., King, R.W. and Abbot, R.I.* Interferometric analysis of GPS observations // Manuscripta Geodaetica, Springer-Verlag. – 1986. – №11. – P. 282-288. 6. *Blewitt, G.* Carrier Phase Ambiguity Resolution for the Global Positioning System Applied to Geodetic Baselines up to 2000 km // Journal of Geophysical Research, vol. 94 (1989), no. B8, pp. 187-203. 7. *Teunissen, P.J.G., Jonge, P.J. de, Tiberius C.C.J.M.* A New Way to Fix Carrier-Phase Ambiguities // GPS World, Vol. 6, No.4, April 1995, pp. 58-61. 8. *Jonge, P.J. de, Tiberius, C.C.J.M.* The LAMBDA method for integer ambiguity estimation: implementation aspects. Tech. Rep. LGR Series, No. 12, Delft Geodetic Computing Centre, Delft University of Technology, 1996, The Netherlands. 9. *Jonge, P.J. de.* A processing strategy for the application of the CPS in networks // PhD Thesis, Published by: NCC Nederlandse Commissie voor Geodesie Netherlands Geodetic Commission, Delft, The Netherlands, August 1998, 240 pp. 10. *Mervart, L.* Ambiguity resolution techniques in geodetic and geodynamic applications of the Global Positioning System. PhD Thesis, Astronomical Institute, University of Bern, Switzerland, 1995, 176 pp. 11. *Teunissen Peter, J. G.* Theory of carrier phase ambiguity resolution // Wuhan University Journal of Natural Sciences, Volume 8, Number 2, 2003, pp. 471-484. 12. *Kim, D., Richard, B., Langley, R.B.* GPS Ambiguity Resolution and Validation: Methodologies, Trends and Issues // 7th GNSS Workshop – International Symposium on GPS/GNSS, Seoul, Korea, Nov. 30-Dec. 2, 2000, 9 pp. 13. *Richert, T., El-Shaimy, N.* Ionospheric Modeling. The Key to GNSS Ambiguity Resolution // GPS World, Vol. 16, No.6, June 2005, pp. 35-40. 14. *Schüler, E., Torben Schüler, T.* Active GNSS Networks and the Benefits of Combined GPS + Galileo Positioning // Inside GNSS, November/December 2007, pp. 46-55. 15. *Hernández-Pajares, M., Juan, M.J., Sanz, J., Aragon-Angel, A., Ramos-Bosch, P., Odijk, D., Teunissen, P.J.G., Samson, J., Tossaint, M., Albertazzi, M., de Bakker, P., Verhagen, S., van der Marel, H.* Wide-Area RTK. High Precision Positioning on a Continental Scale // Inside GNSS, March/April 2010, pp. 35-46. 16. *Odijk, D. P., Teunissen, P.J.G.* A theoretical study on the bottlenecks of GPS phase ambiguity resolution in a CORS RTK Network // Journal of Geodetic Science, No.2, 2011, pp. 143-153. 17. *Жалило, А.А.* Обнаружение и устранение фазовых циклических скачков одностотных и двухчастотных GPS/GNSS наблюдений – новые универсальный метод и алгоритмы // Тр. XIV-й Санкт-Петербургской междунар. конф. по интегрированным навигационным системам. – Санкт-Петербург, Россия, 28-30 мая 2007 г. – С. 293-302. 18. *Жалило, А.А., Дуцкий, И.В.* Новый эффективный метод устранения циклических фазовых скачков двухчастотных кинематических ГНСС-наблюдений // Известия вузов. Радиотехника. – 2011. – №8. – С. 18-28. 19. *Schüler Torben* On Ground-Based GPS Tropospheric Delay Estimation // Universität der Bundeswehr München, 2001. – 364 p. 20. *J. T. Wu, S. C. Wu, G. A. Hajj, W. I. Bertiger, and S. M. Lichten.* Effects of antenna orientation on GPS carrier phase – Man. Geodetica 18, pp. 91-98, 1993. 21. *Жалило, А.А., Флерко, С.Н., Яковченко, А.И.* Мониторинг геометрической конфигурации многобазисной сети широкозонной дифференциальной подсистемы спутниковых радионавигационных систем GPS и ГЛОНАСС // Космічна наука і технологія. НКА і НАН України. – 1999. – Т. 5, №1. – С. 59-68. 22. *Желанов, А.А., Бессонов, Е.А.* Использование глобальных ионосферных карт IGS в задачах высокоточного ГНСС-позиционирования // Прикладная радиотехника. – Харьков, 2011. – Т. 5, № 3. – С. 302-306.

Харьковский национальный
университет радиотехники

Поступила в редколлегию 23.04.2012