

## СТРУКТУРА ЗОН МНОГОЛУЧЕВОСТИ И КАУСТИК ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ РАДИОВОЛН ЗА РАДИОГОРИЗОНТ

### Введение

Возможность применения дифракционного интеграла Френеля – Кирхгофа для вычисления поля за радиогоризонтом вблизи границы геометрической тени подробно анализируется в работе [1]. Там же приведены результаты исследований этого вопроса В.А. Фоком [2] и К. Фуруцу [3]. Такой путь расчета, дополненный вычислением неоднородного поля в области интегрирования (метод эквивалентных источников) применен в работах [4, 5] для оценочного расчета множителя ослабления  $V$  вблизи радиогоризонта и за его пределами по измеренному высотному профилю диэлектрической проницаемости  $\varepsilon(h)$ . Метод эквивалентных источников (МЭИ) позволяет наиболее просто оценить поле в переходной области от зоны дифракции к зоне дальнего тропосферного распространения. Для расчета граничного поля используются методы геометрической оптики. Порядок расчета и расчетные соотношения изложены в работе [5]. Рассчитанные с помощью МЭИ дистанционные зависимости множителя ослабления  $V(R)$  при различных условиях распространения для длин волн  $\lambda = 4$  см и  $\lambda = 30$  см удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Точность полученных оценок в большинстве случаев в загоризонтной области получается выше, чем в системах ТУСУР и AREPS, если судить по данным работы [6]. Однако при некоторых высотных профилях  $\varepsilon(h)$  на отдельных загоризонтных участках трассы расхождения расчетных и экспериментальных значений  $V$  превышают 10 дБ.

Как отмечается в работе [7], при распространении волн в случайно-неоднородной среде можно выделить области маловероятного образования каустик и область, где вероятность появления каустик соизмерима с единицей и возможны сильные изменения амплитуды поля. Расхождения расчетных и экспериментальных данных могут быть связаны с нарушением условий применимости первого приближения геометрической оптики и с образованием случайных каустик, так как для оценки поля использовался упрощенный алгоритм расчета, не учитывающий каустические сдвиги фазы.

Цель работы – анализ зон многолучевости и пространственной структуры каустик при расчете поля за радиогоризонтом методом эквивалентных источников.

### Зоны многолучевости и каустики

В МЭИ, так же как и в геометрической теории дифракции [8], используется представление о лучевом распространении радиоволн. Поэтому пределы применимости метода, по существу, определяются пределами применимости используемых приближений геометрической оптики. Первое приближение применимо при выполнении неравенств [9]:

$$\lambda|\text{grad}\varepsilon| \ll \varepsilon, \quad \sqrt{\lambda L} \ll l_0, \quad \langle \chi^2 \rangle \ll 1, \quad (1)$$

где  $L$  – дистанция, пройденная волной,  $\langle \chi^2 \rangle$  – дисперсия логарифма амплитуды,  $l_0$  – внутренний масштаб неоднородностей среды. Условие  $\sqrt{\lambda L} \ll l_0$  накладывает весьма жесткие ограничения на дистанцию  $L$  при расчетах оптического пути (эйконала), если  $l_0$  соответствует мелкомасштабным изменениям профиля  $\varepsilon(h)$ . Однако совместное применение геометрической оптики и дифракционного интеграла позволяет существенно ослабить это неравенство при малых углах дифракции  $\theta$ .

Действительно, если известно граничное поле  $E_Q$  на некоторой плоскости  $Q$  в средней части трассы, то выражение для расчета поля  $E(\mathbf{R}_1)$  в точке наблюдения  $\mathbf{R}_1$  имеет вид [5]:

$$E(\mathbf{R}_1) = C \int_{Q_1} e^{-j\mathbf{K}\mathbf{r}} E_Q(\mathbf{r}) d^2r, \quad (2)$$

где  $C$  – постоянная,  $\mathbf{K} = \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_0$ ,  $\mathbf{k}_0$  и  $\mathbf{k}_s$  – волновые векторы первичной (падающей) и вторичной волн,  $\mathbf{r}$  – двумерный радиус-вектор элемента поверхности  $dQ$  на плоскости  $Q$ .

Поскольку предполагается, что  $E_Q = 0$  за пределами ограниченной области  $Q_1$ , пределы интегрирования в (2) можно заменить бесконечными, и тогда видно, что  $E_Q(\mathbf{r})$  и  $E(\mathbf{R}_1)$  связаны преобразованием Фурье. Так как  $\mathbf{K} = \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_0$ , то  $|\mathbf{K}| = 2|\mathbf{k}_0|\sin(\theta/2)$ , где  $\theta$  – угол между векторами  $\mathbf{k}_s$  и  $\mathbf{k}_0$  (угол дифракции). В нашем случае углы дифракции не превышают значения  $|\theta_m| \approx 0,4^0$ . Для  $|\theta| \leq |\theta_m|$  получаем

$$|\mathbf{K}| \approx |\mathbf{k}_0| \theta \leq |\mathbf{k}_0| \theta_m = \frac{2\pi}{\lambda} \theta_m. \quad (3)$$

Поле эквивалентных источников

$$E_Q(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \exp\{-jk\varphi_1(\mathbf{r})\} \quad (4)$$

выражается через амплитуду  $A(\mathbf{r})$  и поправку к эйконалу  $\varphi_1$ , вычисленную в первом приближении метода малых возмущений:

$$\varphi_1(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \tilde{\varepsilon}(\mathbf{r})L, \quad (5)$$

где  $\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r})$  – случайная составляющая диэлектрической проницаемости воздуха.

Если поле  $E_S(\mathbf{R}_1)$  рассчитывается в ограниченном интервале углов  $\theta$  и, соответственно, волновых чисел  $|\mathbf{K}|$ , то как видно из (2), (4), (5), это эквивалентно исключению высших составляющих из спектра функций  $A(\mathbf{r})$  и мелкомасштабных флуктуаций – из  $\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r})$ . Тогда при  $|\theta| < |\theta_m|$  второе неравенство (1) можно заменить более слабым:

$$\sqrt{\lambda L} \ll l_m = \frac{2\pi}{|\mathbf{K}|} = \frac{\lambda}{|\theta_m|}. \quad (6)$$

Например, если  $\theta_m \approx 0,4^0$ , а  $\lambda = 0,04\text{ м}$ , то  $l_m \approx 5,7\text{ м}$ .

Условие (6) позволяет определить дистанцию  $L$ , в пределах которой флуктуации уровня амплитуды  $A$ , рассчитанные в первом приближении геометрической оптики, удовлетворяют неравенству

$$\langle \chi^2 \rangle = \langle [\ln(A/A_0)]^2 \rangle \ll 1, \quad (7)$$

где  $A_0$  – начальное значение амплитуды при «входе» луча в неоднородную среду.

Допустимые дистанции  $L$  при расчетах искажений фазового фронта волны ограничены, но условия (6) и (7) при вычислении эйконала оказываются излишне жесткими. Воспользуемся другими условиями, которые вытекают из требования однозначности решения задачи:

а) через каждую точку пространства, в котором используются лучевые представления, должна проходить только одна лучевая траектория;

б) лучи, идущие от той части плоскости  $Q$ , где граничное поле  $E_Q \neq 0$ , до точки наблюдения, не должны пересекать каустики.

Первое условие позволяет связать эйконалы лучей с координатой точки пересечения этими лучами плоскости  $Q$  и учесть полный фазовый сдвиг в фазе эквивалентных источников в этой точке.

Второе условие дает возможность вычислять поле в точке наблюдения с помощью дифракционного интеграла без учета каустических фазовых сдвигов.

Чтобы определить количество лучей в разных точках пространства и оценить кратчайшее расстояние до каустики, представим профиль диэлектрической проницаемости воздуха  $\varepsilon(h)$ , заданный в интервале высот  $(0, H)$ , в следующей форме:

$$\varepsilon(h) = \varepsilon_0 + g_c h + \tilde{\varepsilon}(h), \quad (8)$$

где  $\varepsilon_0$  – среднее значение,  $g_c$  – средний градиент в интервале высот  $0 < h < H$ ,  $\tilde{\varepsilon}(h)$  – выборка (реализация) случайного процесса, описывающая отклонения  $\varepsilon$  от линейной зависимости  $g_c h$ . Линейную составляющую  $g_c h$  можно учесть введением эквивалентного радиуса Земли, поскольку начальное направление лучей практически параллельно земной поверхности. Тогда структура и вид каустик зависят от случайной составляющей  $\tilde{\varepsilon}(h)$ . Если представить  $\tilde{\varepsilon}(h)$  в виде ряда Фурье, то анализ поведения лучей сводится к известной задаче о каустиках позади плоского фазового экрана с синусоидальной модуляцией фазы [9].

Предположим, что искажения фазового фронта плоской волны вблизи плоскости  $Q$  после прохождения неоднородной среды описываются поправкой к эйконалу первого порядка (5).

Если случайную составляющую  $\tilde{\varepsilon}(h)$  можно аппроксимировать первой гармоникой ряда Фурье с достаточной точностью, то поправку к эйконалу первого порядка с учетом выражения (5) можно записать следующим образом:

$$\varphi_1(\eta) = b \sin(\omega\eta + \alpha) = a_1 L \sin(\omega\eta + \alpha),$$

где  $\omega = 2\pi/H$ ,  $\eta$  – координата выхода луча из фазового экрана,  $b$  – амплитуда «модуляции» эйконала,  $a_1$  – амплитуда первой гармоники,  $\alpha$  – начальная фаза.

Уравнения каустик позади экрана имеют вид [9]:

$$\omega y = \omega\eta + ctg(\omega\eta) \left[ 1 - \omega^2 b^2 \cos^2(\omega\eta) \right], \quad (9)$$

$$\omega x = \frac{1}{\omega b \sin(\omega\eta)} \left[ 1 - \omega^2 b^2 \cos^2(\omega\eta) \right]^{3/2}. \quad (10)$$

Анализ уравнений (9), (10) позволяет оценить минимальное расстояние до каустики  $R_m$ , а также соответствующие значения дистанций, пройденных волной до фазового экрана  $L$  и от экрана до заострения каустики  $x_k$ :

$$R_m = L + x_k, \quad x_k = L, \quad L = \frac{H}{\pi \sqrt{2a_1}}. \quad (11)$$

На рис.1, 2 приведены результаты расчета каустик по уравнениям (9) и (10) для первой гармоники разложения  $\tilde{\varepsilon}(h)$  реальных профилей  $\varepsilon(h)$ , измеренных над морем (экспериментальные данные предоставлены Б.В. Жуковым). На рис.1, *a* показана случайная составляющая  $\tilde{\varepsilon}(h)$ , на рис.1, *b* – первая гармоника ряда Фурье, а на рис.1, *в* – каустика, вычисленная для этой гармоники. Горизонтальная ось  $x$  соответствует границе геометрической тени. По вертикали на всех графиках отложена высота  $y$  относительно оси  $x$ . Начало координат ( $x = 0$ ) находится на плоскости фазового экрана.

На рис.2, *a* – *в*, в таких же обозначениях приведены результаты аналогичных расчетов для другого профиля, отличающегося иными значениями амплитуды и начальной фазы пер-

вой гармоники. Римскими цифрами на рисунках указано число лучей, проходящих через заданную точку в разных областях плоскости  $x, y$ .

Если приемник не попадает в зону многолучевости, то задача расчета поля с помощью МЭИ без учета каустических фазовых сдвигов имеет единственное решение. В этом случае единственное решение имеет и обратная задача, т.е. синтез источников вторичного излучения по известному комплексному полю в окрестности точки наблюдения.

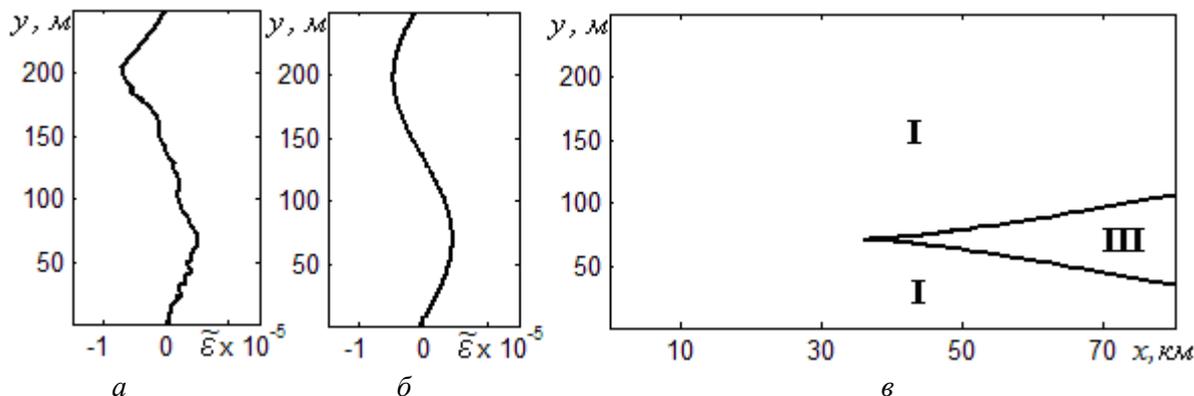


Рис 1

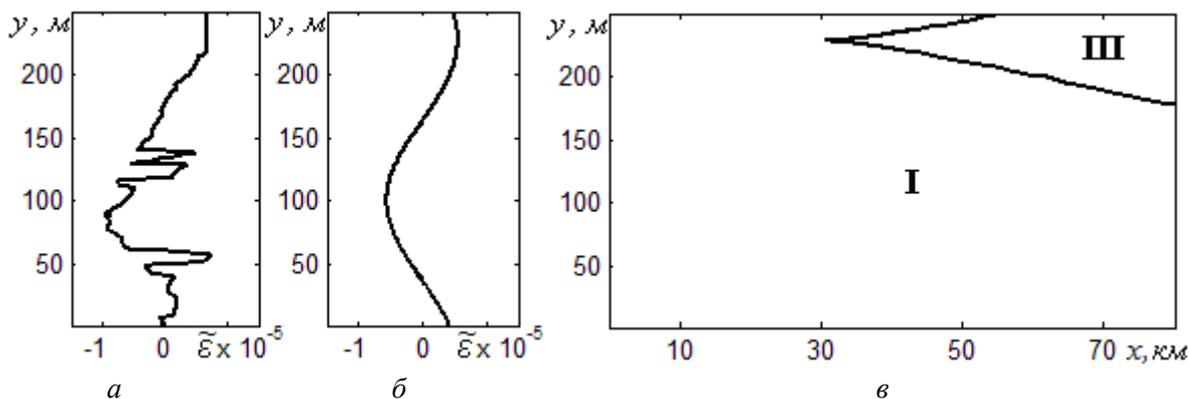


Рис.2

Для произвольного высотного профиля  $\varepsilon(h)$  картина случайных каустик имеет более сложную пространственную структуру. Чтобы получить в явном виде уравнение кривой, описывающей форму фазового фронта на плоскости  $y, x$  после прохождения волной дистанции  $L$ , положим  $L = L_0 + x$ , причем  $|x| \ll L_0$ .

Эйконал

$$\varphi(L) = \varphi_0 + \varphi_1 = n_0(L_0 + x) + \tilde{n}(y)(L_0 + x), \quad (12)$$

где  $n_0 = \sqrt{\varepsilon_0}$  – средний коэффициент преломления воздуха,  $\tilde{n}(y) = \frac{1}{2} \tilde{\varepsilon}(y)$  – случайная составляющая профиля  $n(y)$ .

На фазовом фронте, по определению,  $\varphi(L) = const$ . Полагая в (12)  $\varphi(L) = L_0 n_0$  и учитывая, что  $n_0 \approx 1$ , получим

$$x = -\tilde{n}(y)L_0 - \tilde{n}(y)x. \quad (13)$$

Поскольку  $L_0 \gg |x|$ , с точностью до второго слагаемого в правой части (13), получаем уравнение фазового фронта в явном виде:

$$x = f(y) \approx -\tilde{n}(y)L_0 = -\frac{1}{2} \tilde{\varepsilon}(y)L_0. \quad (14)$$

Известно, что в двумерной задаче каустика совпадает с эволютой фазового фронта [9].  
Уравнения эволюты для кривой  $x = f(y)$  в параметрической форме имеют вид [10]:

$$y_k = y - \frac{x'(1+x'^2)}{x''}, \quad x_k = x + \frac{1+x'^2}{x''}, \quad (15)$$

где  $x_k, y_k$  – координаты точек эволюты на плоскости  $y, x$ ;  $x'$  и  $x''$  – производные первого и второго порядка функции  $x = f(y)$ . Роль параметров выполняют  $x$  и  $y$ , т.е. координаты точек фазового фронта.

Если известно уравнение кривой (14), то легко построить лучи, совпадающие с нормальными к фазовому фронту. Уравнение нормали можно записать в виде [11]:

$$X - x = -\frac{1}{x'}(Y - y), \quad (16)$$

где  $x, y$  – координаты точки  $M$  на кривой  $x = f(y)$ ,  $X, Y$  – текущие координаты нормали в точке  $M(x, y)$ .

Картина лучей (16) и каустик (15) для  $x > 0$ , т.е. «позади» плоскости  $Q$ , для двух реальных профилей  $\varepsilon(y)$  (данные Б.В. Жукова), приведена на рис.3, в и 4, в. На рис. 3, а, 4, а приведены высотные профили  $\varepsilon(y)$ , на рис. 3, б, 4, б – соответствующие этим профилям формы фазовых фронтов вблизи плоскости  $Q$ . Для упрощения достаточно сложной картины лучей профили  $\varepsilon(h)$  аппроксимированы усеченным рядом Фурье с сохранением трех гармоник.

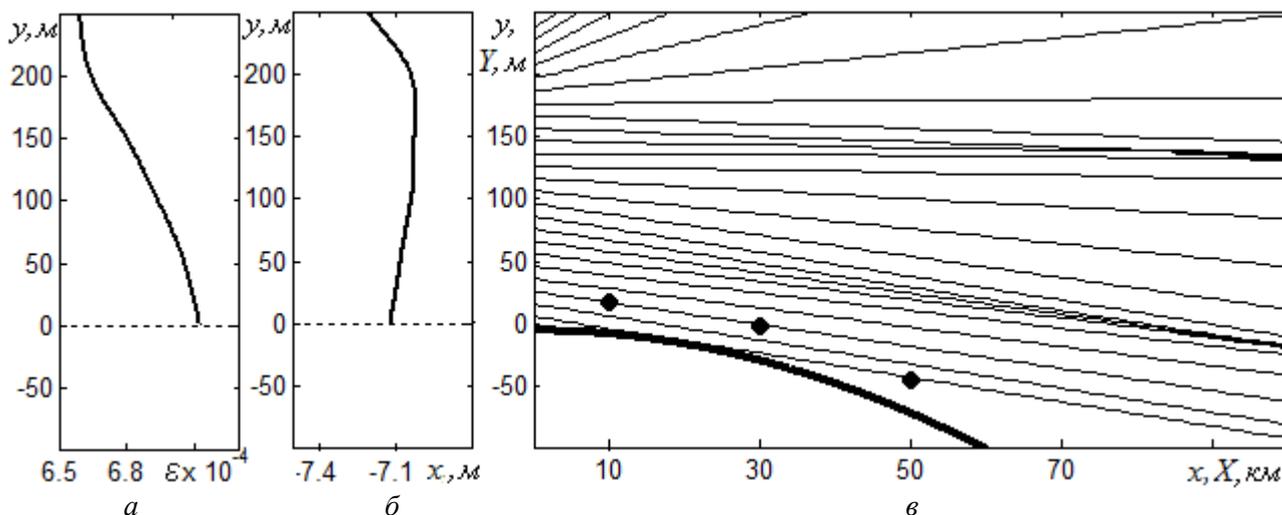


Рис 3

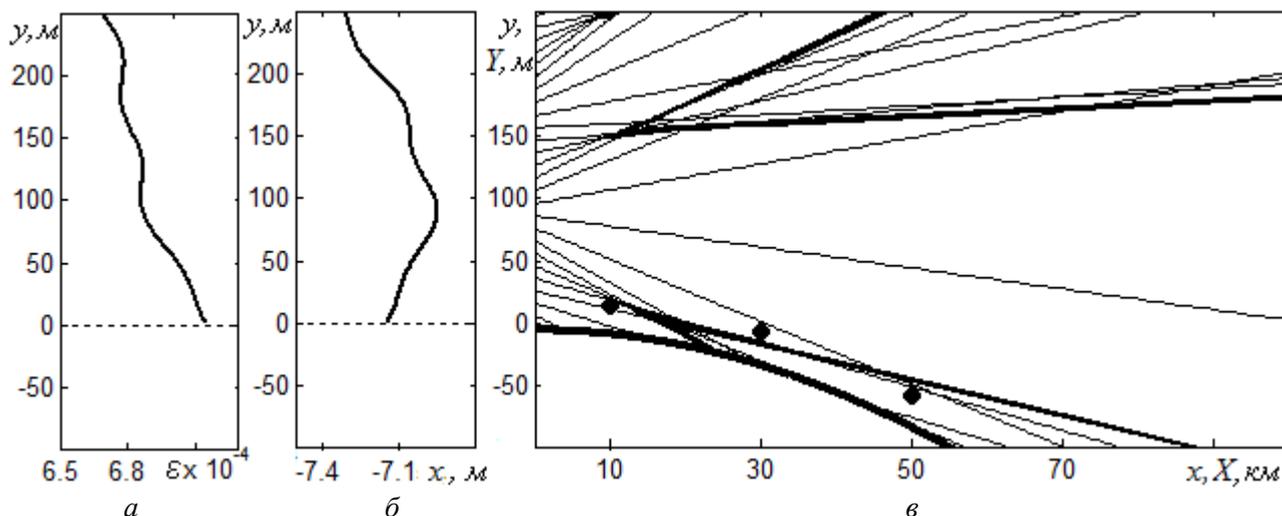


Рис.4

Фазовый фронт волны рассчитан для трассы со следующими характеристиками: расстояние от передатчика до фазового экрана  $R = 50 \text{ км}$ , дистанция  $L = 20 \text{ км}$ . Сплошной жирной линией обозначена поверхность Земли с эквивалентным радиусом, соответствующим заданному профилю. Жирные точки – возможные положения приемников на высоте  $h_2 = 25 \text{ м}$  над поверхностью Земли.

На рис.3, в точка наблюдения на всем интервале дальностей находится в зоне однолучевого распространения. В этом случае расчет пространственного распределения множителя ослабления  $V(h, R)$  решается однозначно и для ее решения можно использовать упрощенный алгоритм МЭИ. Для профиля, приведенного рис. 4, в, на расстоянии  $x = 50 \text{ км}$  от плоскости  $Q$  приемник оказывается в многолучевой зоне. В этом случае при вычислении множителя ослабления  $V$  необходимо для лучей, касающихся каустик, ввести дополнительный фазовый сдвиг  $-\pi/2$  [8].

### Выводы

Анализ структуры случайных каустик и зон многолучевости дает возможность определить типы высотных профилей, для которых задача оценки поля методом эквивалентных источников решается однозначно без учета каустических фазовых сдвигов.

Построение лучей и анализ структуры случайных каустик позволяет выявить интервалы углов, в пределах которых точность расчетов поля может быть снижена из-за присутствия каустик. Тогда для уточнения значений поля необходимо дополнить алгоритм построением дифракционных лучей и последующим учетом каустических сдвигов фаз в лучах, касающихся каустик.

Использованный метод расчета с учетом анализа лучей и каустик позволяет по измеренным значениям метеопараметров вблизи трассы распространения радиоволн получить расчетным путем каталог (базу данных) для оценки и классификации условий распространения в рамках нескольких типов.

Построение лучей и каустик в той части трассы, где может находиться приемник, позволяет просто интерпретировать ход дистанционных и высотных зависимостей множителя ослабления как в области прямой видимости, так и в области тени, поскольку наглядно иллюстрирует области роста амплитуды вблизи каустических зон и уменьшение амплитуды в области «каустической тени».

**Список литературы.** 1. *Фейнберг Е.Л.* Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. – М. : АН СССР, 1961. – 546 с. 2. *Фок В.А.* Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. – М. : Сов. радио, 1970. – 517с. 3. *K. Furutsu.* Field strength in the vicinity of the line of sight in diffraction by a spherical mountain // J. Radio.Res. Lab. (Japan). – 1956. – 3, №11. – P.55-76. 4. *Жуков Б.В., Ключева А.Н., Петров В.А.* Оценка дистанционных зависимостей УВЧ радиополя над морем для произвольных высотных профилей коэффициента преломления воздуха // Радиотехника. – 2011. – Вып.164. – С. 58-65. 5. *Петров В.А., Ключева А.Н., Павлова О.Л.* Оценка текущих условий загоризонтного распространения УКВ по заданному пространственному распределению коэффициента преломления воздуха // Радиотехника. – 2011. – Вып.166. – С. 214 – 222. 6. *Акулиничев Ю.П., Ваулин И.Н., Ровкин М.Е.* Оценка эффективности прогнозирования зон радиовидимости по имеющимся экспериментальным данным // Изв. вузов. Физика. – 2007. – Т. 50, N5. – С. 87 – 92. 7. *Кравцов Ю.А.* Сильные флуктуации амплитуды световой волны и вероятность образования случайных каустик // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1968. – Т.55, Вып. 3(9). – С.798-801. 8. *Боровиков В.А., Кинбер Б.Е.* Геометрическая теория дифракции. – М. : Связь, 1978. – 248с. 9. *Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И.* Геометрическая оптика неоднородных сред. – М. : Наука, 1980. – 304с. 10. *Смирнов В.И.* Курс высшей математики. – М. : Гостехиздат. – Изд.14, т.2. – С. 351-368. 11. *Смирнов В.И.* Курс высшей математики. – М. : Гостехиздат. – Изд.14, т.1. – С.179.