

А. А. МОГИЛА, канд. физ.-мат. наук, Г. И. ХЛОПОВ, д-р техн. наук

РЕШАЮЩАЯ СТАТИСТИКА ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ С НЕИЗВЕСТНОЙ НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ СТОХАСТИЧЕСКИХ ЗОНДИРУЮЩИХ РАДИОСИГНАЛОВ

Введение

В настоящее время к техническим характеристикам метеорологических радиолокаторов предъявляются высокие требования [1]. Дальность их действия достигает 400 км, а измеряемая скорость движения метеообразований ± 50 м/с. Для удовлетворения этих противоречивых требований можно использовать сложные шумоподобные сигналы. Одним из наиболее перспективных направлений решения этой проблемы является использование в качестве зондирующих стохастических радиосигналов [2 – 4]. Радиоволны метеорологических локаторов распространяются в турбулентной тропосфере, которая является неоднородной средой. Это приводит к флуктуациям фазы отраженного сигнала [5], которые вызывают частичное нарушение когерентности поля в различных точках раскрытия приемной антенны. Кроме того, неоднородная среда в той или иной степени является диспергирующей средой [6]. При использовании в качестве зондирующих детерминированных радиосигналов соотношение для решающей статистики и исследование ее вероятностных характеристик для случая обнаружения радиосигналов с неизвестными параметрами проведены в работах [7 – 10]. До настоящего времени для обнаружения отраженных сигналов с неизвестной начальной фазой при использовании в качестве зондирующих стохастических радиосигналов преобладал эвристический подход [2 – 4]. Эти обнаружители строились по аналогии с обнаружителями, в которых для зондирования предполагается применение детерминированных радиосигналов. При использовании стохастических зондирующих сигналов для решения задачи обнаружения в работах [11 – 14] исследованы лишь потенциальные характеристики радиолокационных систем.

В статье рассматривается решающая статистика обнаружения радиолокационных отражений с неизвестной начальной фазой при использовании стохастических зондирующих радиосигналов и на этой основе строится обнаружитель таких сигналов. При этом находится решающая статистика для случая, когда отраженный сигнал полностью когерентный опорному, а также с частичным или полным нарушением когерентности отраженного сигнала. Анализ охватывает моно- и мультистатистические радиолокационные системы, а также распространение радиоволн в линейной диспергирующей среде.

При решении поставленной задачи сначала находятся функции правдоподобия, отношение правдоподобия, а затем решающая статистика и модель обнаружителя отраженных сигналов с неизвестной начальной фазой.

Постановка задачи

На вход приемника поступает сигнал $\xi_r(\vartheta; \lambda)$, существующий в течение интервала времени T , $\vartheta \in T$, который может состоять из аддитивной смеси $\xi_r(\vartheta; \lambda) = A\xi_t(\vartheta; \lambda) + \xi_g(\vartheta; \lambda)$ отраженного целью сигнала $\xi_t(\vartheta; \lambda)$ и помехи $\xi_g(\vartheta; \lambda)$, если $A = 1$, или только из помехи $\xi_r(\vartheta; \lambda) = \xi_g(\vartheta; \lambda)$, если $A = 0$. Здесь $T \subset R^1$, $R^1 = (-\infty, \infty)$ – числовая ось; $\lambda \in \Lambda$, Λ – множество элементарных событий, на аддитивной системе подмножеств которого задана вероятностная мера $P(\cdot)$ такая, что $P(\Lambda) = 1$. Сигнал, помеха и их смесь представляют собой случайные гауссовы комплекснозначные процессы с конечной энергией, почти все реализации, которых могут быть представлены [15 – 17] в виде обобщенного ряда Фурье $\xi(\vartheta; \lambda_q) = \sum_{n=1}^{\infty} Z(n; \lambda_q) \psi_n(\vartheta)$,

где $Z(n; \lambda_q) = \int_T \xi(\vartheta; \lambda_q) \psi_n^*(\vartheta) d\vartheta$, звездочкой $*$ обозначена комплексно сопряженная функция, $q = 1, \dots, Q$ – номер реализации, $\{\psi_n(\vartheta)\}_{n=1}^\infty$ – полная, мультипликативная, ортонормированная система функций. Энергетические спектры помехи $E|Z_g(n; \lambda)|^2 = N_0$, ожидаемого $\xi(\vartheta; \varphi; \lambda)$ и отраженного $\xi_t(\vartheta; \lambda)$ сигналов $E|Z(n; \varphi; \lambda)|^2 = E|Z_t(n; \lambda)|^2 = \varepsilon_\xi / QN$ известны и равномерны в полосе пропускания приемника Δf . Здесь E – знак математического ожидания, φ – неизвестная начальная фаза, $\varepsilon_\xi = E \int_0^T |\xi(\vartheta; \lambda)|^2 d\vartheta$ – энергия сигналов $\xi(\vartheta; \varphi; \lambda)$ и $\xi_t(\vartheta; \lambda)$.

С помощью отношения правдоподобия обеспечивается сравнение функций правдоподобия при наличии и отсутствии отраженного сигнала на входе приемника. В работах [11, 14] показано, что для отраженного сигнала с полностью известным вектором параметров отношение правдоподобия описывается соотношением

$$l(v) = \left(\frac{\sigma_g^2}{\sigma_r^2} \right)^{\frac{NQ}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^N \frac{|J_r(\vartheta; n; \lambda_q)|^2}{\sigma_r^2} - \frac{|J_r(\vartheta; n; \lambda_q) - J_t(\vartheta; n; \lambda_q)|^2}{\sigma_g^2} \right\} \quad (1)$$

где $J(\vartheta; n; \lambda) = Z(n; \lambda) \psi_n(\vartheta)$ – составляющие зондирующего сигнала $\xi(\vartheta; \lambda)$, $\rho = \sigma_t^2 / \sigma_g^2$ – отношение дисперсии спектральных составляющих сигнала σ_t^2 и помехи σ_g^2 на входе приемника, $\sigma_r^2 = \sigma_t^2 + \sigma_g^2$ – дисперсия составляющих входного (суммарного) сигнала.

В настоящей статье рассматривается ситуация когда сигнал имеет один случайный неинформационный параметр – начальную фазу φ . При этом необходимо будет учитывать априорное распределение фазы, полагая, что появление того или иного амплитудного значения сигнала и принятие какого-то конкретного значения его фазы – события независимые. Необходимо на основе анализа входного колебания вынести решение о наличии или об отсутствии во входной смеси сигнала, отраженного одиночной точечной целью.

Решающая статистика и модель обнаружителя

Рассмотрим следующих четыре случая распространения радиоволн. Из них два относятся к распространению в обычной линейной среде для (i) моно- и (ii) мультистатических радиолокационных систем и два к распространению в диспергирующей среде также для (iii) моно- и (iv) мультистатических систем.

(i) Будем полагать, что реализация $\xi_t(\vartheta; \lambda_q)$ отраженного сигнала $\xi_t(\vartheta; \lambda)$ имеет неизвестную начальную фазу φ , если каждая составляющая ее спектра имеет такую же φ начальную фазу

$$J_t(\vartheta; n; \varphi; \lambda_q) = Z_t(n; \lambda_q) \exp\{j\varphi\} \psi_n(\vartheta) \quad (2)$$

для всех реализаций выборки, состоящей из Q реализаций.

Тогда, заменяя в соотношении (1) $J_t(\vartheta; n; \lambda_q)$ на $J_t(\vartheta; n; \varphi; \lambda_q)$ из (2) и выполняя соответствующие преобразования, получаем следующее выражение для отношения правдоподобия

$$l_1(\varphi) = c_y \exp \left\{ -\frac{b_1 \cos \varphi + b_2 \sin \varphi}{N_0} \right\}, \quad (3)$$

где

$$c_y = \left(\frac{1}{1 + \rho} \right)^{\frac{NQ}{2}} \exp \left\{ \frac{\rho}{2N_0(1 + \rho)} \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^N |Z_r(n; \lambda_q)|^2 \right\},$$

$$b_1 = \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^N \operatorname{Re} \{ Z_r(n; \lambda_q) Z_t^*(n; \lambda_q) \}, \quad b_2 = \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^N \operatorname{Im} \{ Z_r(n; \lambda_q) Z_t^*(n; \lambda_q) \}.$$

Для нахождения решающей статистики необходимо соотношение (3) усреднить по всем значениям неинформационного параметра φ . Полагая, что неизвестная начальная фаза в пределах от $-\pi$ до π *a priori* распределена равномерно $p(\varphi) = 1/2\pi$, получаем

$$l_1 = \int_{-\pi}^{\pi} l_1(\varphi) p(\varphi) d\varphi = \frac{c_y}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp \left\{ -\frac{B}{N_0} \cos(\varphi - \varphi) \right\} d\varphi = c_y I_0 \left(\frac{B}{N_0} \right), \quad (4)$$

где $B = \sqrt{b_1^2 + b_2^2}$, $\varphi = \operatorname{arctg} b_2/b_1$, $I_0(\cdot)$ – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка с аргументом B/N_0 .

Логарифмируя выражение (4) и учитывая значение множителя c_y , решающую статистику запишем в следующем виде

$$L_1 = \frac{\rho}{2(1+\rho)} \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^N |Z_r(n; \lambda_q)|^2 + N_0 \ln I_0 \left(\frac{B}{N_0} \right). \quad (5)$$

Как известно [18], при $Q \rightarrow \infty$ среднее по ансамблю реализаций сходится по вероятности к математическому ожиданию $E\{\cdot\}$. Поэтому в соотношении (5) слагаемое

$\sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^N |Z_r(n; \lambda_q)|^2 = \hat{\varepsilon}_r$ является оценкой квадрата нормы (энергии) входного $\xi_r(\vartheta; \lambda)$ сигнала в пространстве $L_2(\Lambda, l_2)$, а b_1 и b_2 – оценка соответственно реальной и мнимой части скалярного произведения в этом же пространстве. Следовательно, B является оценкой модуля скалярного произведения в пространстве $L_2(\Lambda, l_2)$.

Обнаружитель сигнала с неизвестной начальной фазой (2) при использовании в качестве зондирующего стохастического радиосигнала действует по следующему правилу: выносятся решение о наличии сигнала на входе приемника, если решающая статистика L_1 превышает порог L_{Π} , $L_1 \geq L_{\Pi}$, и решение о его отсутствии, если $L_1 < L_{\Pi}$, т.е.

$$L_1 = \frac{1}{2} \frac{\rho}{(1+\rho)} \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^N |Z_r(n; \lambda_q)|^2 + N_0 \ln I_0 \left(\frac{B}{N_0} \right) \begin{cases} \geq L_{\Pi} \Rightarrow \text{сигнал есть;} \\ < L_{\Pi} \Rightarrow \text{сигнала нет,} \end{cases} \quad (6)$$

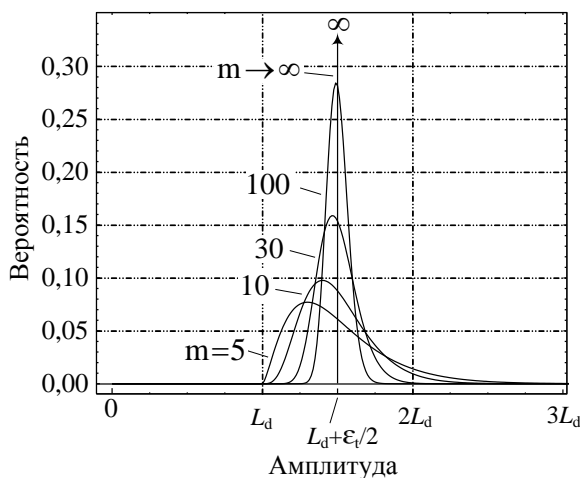


Рис. 1. Плотность вероятности распределения порогового уровня

где

$$L_{\Pi} = N_0 \ln \left[l_0 (1+\rho)^{NQ/2} \right] + \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^N |Z_t(\vartheta; n; \lambda_q)|^2$$

– порог обнаружения, представляющий собой алгебраическую сумму детерминированной

$$L_d = N_0 \ln \left\{ l_0 (1+\rho)^{NQ/2} \right\} \quad \text{и} \quad \text{случайной}$$

$$L_p = \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^N |Z_t(\vartheta; n; \lambda_q)|^2 \quad \text{величин.}$$

Здесь $\sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^N |Z_t(\vartheta; n; \lambda_q)|^2 = \hat{\varepsilon}_t$ – оценка энергии

ожидаемого сигнала $\xi(\vartheta; \varphi; \lambda)$ (квадрата нормы в пространстве $L_2(\Lambda, l_2)$) – величина случайная,

распределенная по закону χ^2 с $m = QN$ степенями свободы [11, 14, 18], математическим ожиданием $m_1, \chi^2 = \varepsilon_t$ и дисперсией $D_{\chi^2}^2 = 2\varepsilon_t^2/m$. Плотность вероятности детерминированной величины L_d описывается с помощью дельта функции Дирака $\delta(L - L_d)$. Тогда порог обнаружения L_{Π} является случайной величиной, плотность вероятности которой есть композиция этих плотностей, и представляет собой

$$p_{L_{\Pi}}(L; m) = \begin{cases} \left[\Gamma\left(\frac{m}{2}\right) \right]^{-1} \left(\frac{m}{2\varepsilon_t} \right)^{\frac{m}{2}} (L - L_d)^{\frac{m}{2} - 1} \exp\left\{ -\frac{m(L - L_d)}{2\varepsilon_t} \right\}, & \text{если } L > L_d, \\ 0, & \text{если } L \leq L_d \end{cases}$$

смещенное на величину L_d хи-квадрат распределение. Плотность вероятности этого распределения приведена на рисунке 1 для случая, если $\varepsilon_t/2 < L_d$. Если $m \rightarrow \infty$, то функциональная последовательность $p_{L_{\Pi}}(L; m)$ сходится к дельта-функции $\delta(L - L_d - \varepsilon_t/2)$.

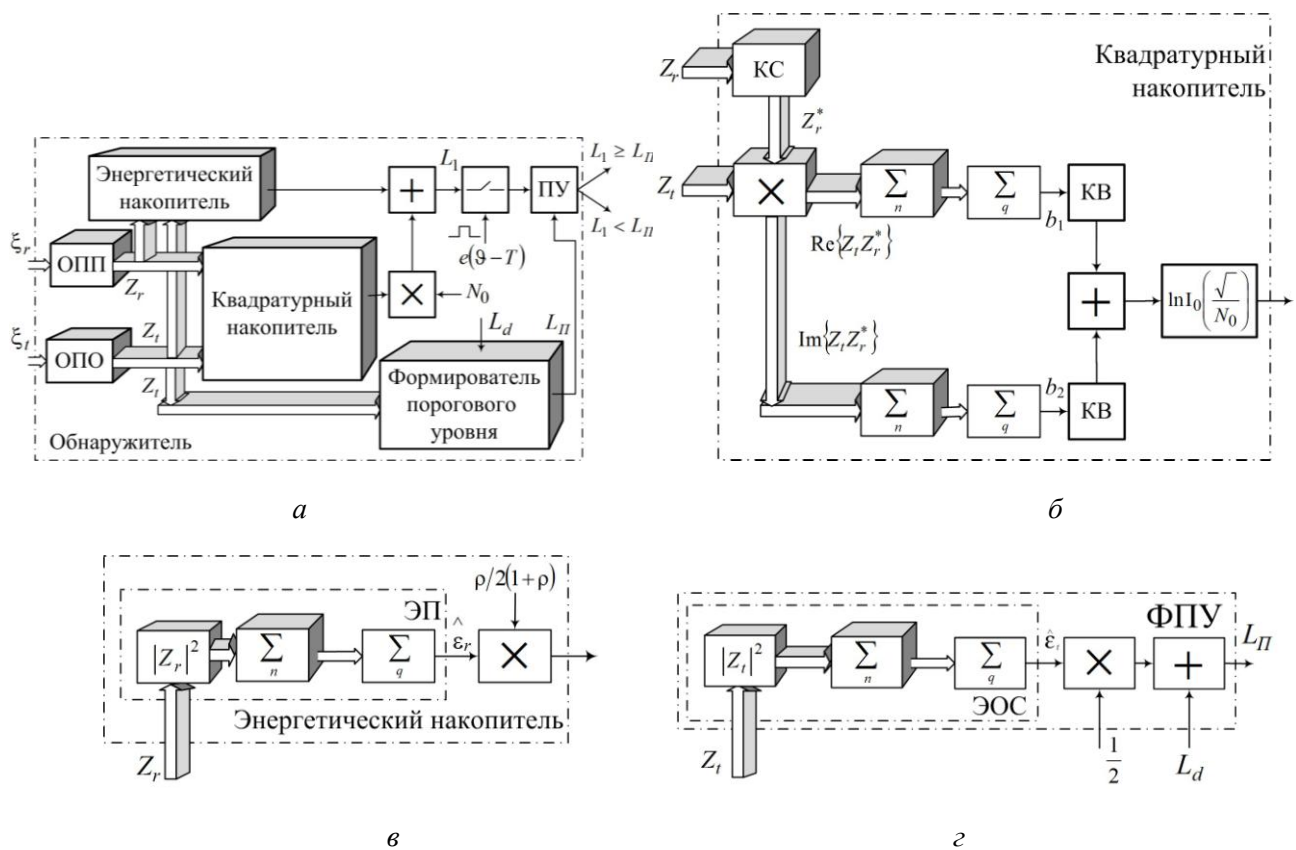


Рис. 2. Структурная схема: а – цифрового обнаружителя радиосигнала со случайной начальной фазой, б – квадратурного и в – энергетического накопителей, з – формирователя порогового уровня

Структурная схема цифрового обнаружителя радиосигнала со случайной начальной фазой при выполнении условия (2) приведена на рис. 2, а. Объемными стрелками здесь и далее обозначаются NQ -мерные связи, плоскими – N - или Q -мерные, одиночными стрелками – одномерные, объемными фигурами обозначены многоканальные блоки, плоскими – одноканальные. Схема состоит из Q -канальных преобразователей принятого (ОПП) и ожидаемого (ОПО) сигналов, энергетического и квадратурного накопителей, перемножителя, каскада, стробирующего в момент времени $\vartheta = T$, формирователя порогового уровня и по-

рогового устройства (ПУ). Количество каналов Q определяется размером выборки. Реализации $\xi_r(\vartheta; \lambda_q)$ и $\xi_t(\vartheta; \lambda_q)$ входного $\xi_r(\vartheta; \lambda)$ и ожидаемого $\xi_t(\vartheta; \lambda)$ сигналов с помощью блоков ОПШ и ОПО преобразуются по ортогональному базису $\{\psi_n(\vartheta)\}_{n=1}^{\infty}$ пространства $L_2(T)$ в векторы Z_r и Z_t элементов координатного пространства l_2 , которые поступают на вход блоков энергетического и квадратурного накопителей. Размерность N векторов Z_r и Z_t может быть ограничена величиной произведения ширины спектра Δf сигнала $\xi_t(\vartheta; \lambda)$ на длительность интервала T , $N = \Delta f T$. В состав энергетического накопителя, рис. 2, в, входят энергетический приемник (ЭП), $\hat{\varepsilon}_r = \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^N |Z_r(n; \lambda_q)|^2$, и перемножитель. Полученная оцен-

ка энергии $\hat{\varepsilon}_r$ входного сигнала $\xi_r(\vartheta; \lambda)$ умножается на весовой коэффициент $\rho/2(1+\rho)$ и подается на вход сумматора обнаружителя, рис. 2, а, на второй вход которого поступает сигнал с выхода квадратурного накопителя. Квадратурный накопитель, рис. 2, б, состоит из двух

каналов, с помощью которых оценивается $\left| \left(Z_r Z_t \right)_{L_2(\Lambda, l_2)} \right|^2 = \left| \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^N Z_r(n; \lambda_q) Z_t^*(n; \lambda_q) \right|^2$

квадрат модуля скалярного произведения $\left| \left(Z_r Z_t \right)_{L_2(\Lambda, l_2)} \right|^2 = \left| \sum_n \int_{\Lambda} Z_r(n; \lambda) Z_t^*(n; \lambda) P(d\lambda) \right|^2$ в гильбертовом пространстве $L_2(\Lambda, l_2)$ над координатным гильбертовым пространством l_2 .

Для этого перемножаются составляющие $Z_t(n; \lambda)$ и $Z_r^*(n; \lambda)$ ожидаемого $\xi_t(\vartheta; \lambda)$ и входного $\xi_r(\vartheta; \lambda)$ сигналов. Составляющие $Z_r^*(n; \lambda)$ вычисляются с помощью блока комплексного сопряжения (КС). Результат перемножения используется для оценки реальной (синфазной) b_1 и мнимой (квадратурной) b_2 частей скалярного произведения $\left(Z_r Z_t \right)_{L_2(\Lambda, l_2)}$, которые возводятся в квадрат с помощью квадратирующих каскадов (КВ), складываются и подаются на вход нелинейного элемента, имеющего характеристику вида $\ln I_0(\sqrt{\cdot}/N_0)$. Выходной сигнал нелинейного элемента умножается на весовой коэффициент N_0 и суммируется с сигналом энергетического накопителя, рис. 2, а. В момент времени $\vartheta = T$ в пороговом устройстве (ПУ) этот сигнал сравнивается с пороговым сигналом L_{Π} , который образуется с помощью формирователя порогового уровня (ФПУ), рис. 2, з.

Рассмотрим более подробно решающую статистику (5).

Так как скалярное произведение в $L_2(\Lambda, l_2)$ равно скалярному произведению в $L_2(\Lambda, L_2(T))$, $(Z_r Z_t)_{L_2(\Lambda, l_2)} = (\xi_r \xi_t)_{L_2(\Lambda, L_2(T))}$, то можно записать

$$b_1 = \sum_{q=1}^Q \int_0^T \operatorname{Re} \{ \xi_r(\vartheta; \lambda_q) \xi_t^*(\vartheta; \lambda_q) \} d\vartheta, \quad b_2 = \sum_{q=1}^Q \int_0^T \operatorname{Im} \{ \xi_r(\vartheta; \lambda_q) \xi_t^*(\vartheta; \lambda_q) \} d\vartheta,$$

$$\hat{\varepsilon}_t = \sum_{q=1}^Q \int_0^T |\xi_t(\vartheta; \lambda_q)|^2 d\vartheta, \quad \hat{\varepsilon}_r = \sum_{q=1}^Q \int_0^T |\xi_r(\vartheta; \lambda_q)|^2 d\vartheta.$$

С учетом этих соотношений обнаружитель (6) сигнала с неизвестной начальной фазой (2) при использовании в качестве зондирующего стохастического радиосигнала представим в виде аналоговой модели:

$$L_1' = \frac{\rho}{2(1+\rho)} \sum_{q=1}^Q \int_0^T |\xi_r(\vartheta; \lambda_q)|^2 d\vartheta + N_0 \ln I_0 \left(\frac{\sqrt{b_1 + b_2}}{N_0} \right) \begin{cases} \geq L_{II}' \Rightarrow \text{сигнал есть;} \\ < L_{II}' \Rightarrow \text{сигнала нет.} \end{cases} \quad (7)$$

где $L_{II}' = N_0 \ln \left[I_0(1+\rho)^{NQ/2} \right] + \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \int_0^T |\xi_r(\vartheta; \lambda_q)|^2 d\vartheta$ – порог обнаружения.

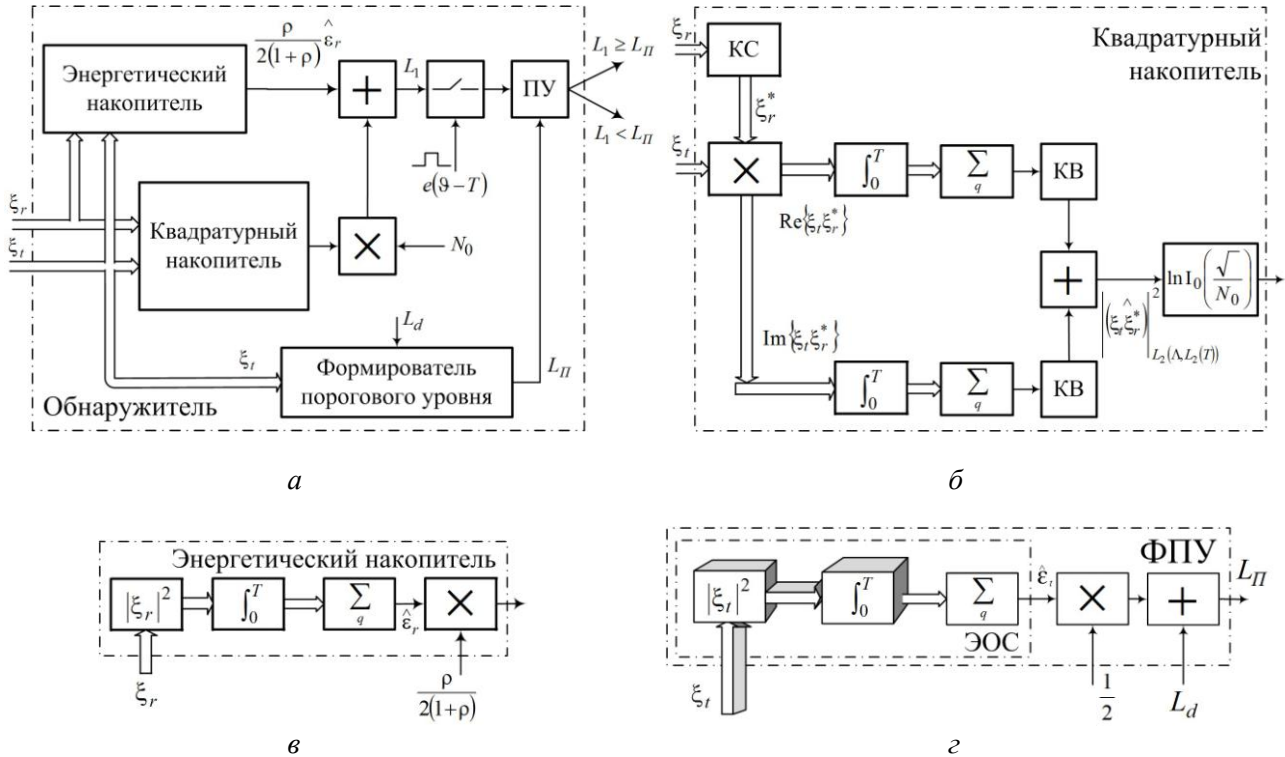


Рис. 3. Структурные схемы: а – аналогового обнаружителя радиосигнала со случайной начальной фазой, б – квадратурного и в – энергетического накопителей, г – формирователя порогового уровня

Структурная схема этого обнаружителя (7) показана на рис. 3, а. В отличие от известной [7, 19] эта схема кроме квадратурного, рис. 3, б, дополнительно включает еще и энергетический накопитель, рис. 3, в. Сигналы этих накопителей складываются и в момент времени $\vartheta = T$ сравниваются с пороговым уровнем L_{II}' , который также является случайной величиной. Пороговый сигнал образуется с помощью формирователя порогового уровня, рис. 3, г. Отметим, что в каналах квадратурного накопителя, показанного на рис. 3, б вычисляется реальная и мнимая часть скалярного произведения в пространстве случайных сигналов $L_2(\Lambda, L_2(T))$ над пространством реализаций $L_2(T)$ в отличие от известного [7, 19] квадратурного накопителя, в каналах которого определяются синфазная и квадратурная составляющие скалярного произведения в пространстве реализаций $L_2(T)$.

(ii) Пусть неизвестная начальная фаза φ для всех N спектральных составляющих q -й реализации принимает одно и то же значение φ_q , независимое от ее значения для других реализаций выборки

$$J_t(\vartheta; n; \lambda_q) = J_t(\vartheta; n; \varphi_q; \lambda_q) = Z_t(n; \lambda_q) \exp\{j\varphi_q\} \psi_n(\vartheta). \quad (8)$$

Для различных реализаций фазовые сдвиги принимают различные значения. Также предположим, что фаза $\vec{\varphi} = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_q, \dots, \varphi_Q\}$ выборки имеет равномерное Q -мерное распределение $p(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_Q) = \prod_{q=1}^Q p(\varphi_q) = (1/2\pi)^Q$ на интервалах от $-\pi$ до π .

После подстановки (8) в (1) и выполнения соответствующих преобразований получим следующее соотношение для отношения правдоподобия

$$l_2(\vec{\varphi}) = c_y \exp \left\{ -\frac{1}{N_0} \sum_{q=1}^Q [b_3(q) \cos \varphi_q + b_4(q) \sin \varphi_q] \right\}, \quad (9)$$

где $b_3(q) = \sum_{n=1}^N \operatorname{Re}\{Z_r(n; \lambda_q) Z_t^*(n; \lambda_q)\}$, $b_4(q) = \sum_{n=1}^N \operatorname{Im}\{Z_r(n; \lambda_q) Z_t^*(n; \lambda_q)\}$.

Усредняя (9) по всем значениям неинформационных параметров φ_q , получаем

$$l_2 = \prod_{q=1}^Q \int_{-\pi}^{\pi} l_2(\vec{\varphi}) p(\varphi_q) d\varphi_q = c_y \left(\frac{1}{2\pi} \right)^Q \prod_{q=1}^Q \int_{-\pi}^{\pi} \exp \left\{ -\frac{B_q}{N_0} \cos(\varphi_q - \varphi_q) \right\} d\varphi_q = c_y \prod_{q=1}^Q I_0 \left(\frac{B_q}{N_0} \right), \quad (10)$$

где $\prod_{q=1}^Q \int_{-\pi}^{\pi} l(\vec{\varphi}) p(\varphi_q) d\varphi_q = \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ p(\varphi_Q) \dots \left[\int_{-\pi}^{\pi} l(\varphi_1, \dots, \varphi_Q) p(\varphi_1) d\varphi_1 \right] \dots \right\} d\varphi_Q$,

$$B_q = \sqrt{[b_3(q)]^2 + [b_4(q)]^2}, \quad \varphi_q = \operatorname{arctg} b_4(q)/b_3(q).$$

После логарифмирования соотношения (10) решающую статистику запишем в виде

$$L_2 = \frac{\rho}{2(1+\rho)} \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^N |Z_r(n; \lambda_q)|^2 + N_0 \sum_{q=1}^Q \ln I_0 \left(\frac{B_q}{N_0} \right). \quad (11)$$

С помощью обнаружителя сигнала с неизвестной начальной фазой (8), когда в качестве зондирующего используется стохастический радиосигнал, принимается решение о наличии радиосигнала на входе приемника, если решающая статистика L_2 превышает порог L_{Π} , $L_2 \geq L_{\Pi}$, и решение о его отсутствии, если $L_2 < L_{\Pi}$, т.е.

$$L_2 = \frac{\rho}{2(1+\rho)} \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^N |Z_r(n; \lambda_q)|^2 + N_0 \sum_{q=1}^Q \ln I_0 \left(\frac{B_q}{N_0} \right) \begin{cases} \geq L_{\Pi} \Rightarrow \text{сигнал есть;} \\ < L_{\Pi} \Rightarrow \text{сигнала нет.} \end{cases} \quad (12)$$

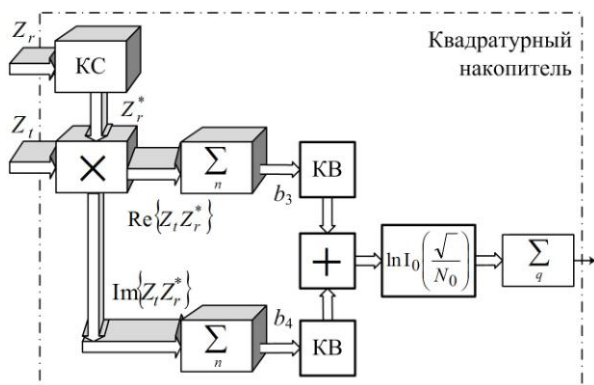


Рис. 4. Структурная схема квадратурного накопителя для обнаружителя L_2

Структурная схема обнаружителя (12) формально совпадает со структурной схемой обнаружителя (6), рис 2, а. Идентичны также энергетические накопители этих обнаружителей, рис. 2, в и формирователи порогового сигнала, рис. 2, г. Отличаются они лишь квадратурными накопителями. В накопителе, рис. 2, б, обнаружителя (6) происходит когерентное (додетекторное) накопление отраженного целью сигнала $\xi_t(\vartheta; \lambda)$. С помощью же квадратурного накопителя, показанного на рис. 4, когерентное накопление выполняется лишь для спектральных компонент одной реали

зации, но между реализациями, составляющими выборку из ансамбля, используется некогерентное (последетекторное) накопление сигнала. Связано это с тем, что спектральные составляющие одиночной реализации имеют одну и ту же фазу φ_q , хотя и неизвестную, и поэтому возможно их синфазное (когерентное) суммирование в момент времени $\vartheta = T$. Однако от реализации к реализации фаза сигнала изменяется случайно. В этой ситуации наиболее эффективным становится последетекторное суммирование, с помощью которого определяется величина, нелинейно связанная с модулем B_q скалярного произведения в координатном пространстве l_2 . При этом не учитываются фазовые соотношения между реализациями отраженного сигнала (некогерентное накопление).

(iii) Пусть неизвестная начальная фаза n -й спектральной составляющей φ_n принимает одно и то же значение для всех реализаций Q -мерной выборки из ансамбля, независимое от значения начальных фаз для других (разноименных) спектральных составляющих реализации

$$J_t(\vartheta; n; \lambda_q) = J_t(\vartheta; n; \varphi_n; \lambda_q) = Z_t(n; \lambda_q) \exp\{j\varphi_n\} \psi_n(\vartheta). \quad (13)$$

Также предположим, что фазы $\{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n, \dots, \varphi_N\} = \vec{\varphi}$ спектральных составляющих отраженного сигнала являются случайными величинами равномерно распределенными на интервалах от $-\pi$ до π , так что их совместная плотность вероятности имеет равномерное N -мерное распределение $p(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N) = \prod_{n=1}^N p(\varphi_n) = (1/2\pi)^N$.

Подставляя соотношение (13) в (1) и выполняя соответствующие преобразования, получаем следующее выражение для отношения правдоподобия

$$l_3(\vec{\varphi}) = c_y \exp\left\{-\frac{1}{N_0} \sum_{n=1}^N [b_5(n) \cos \varphi_n + b_6(n) \sin \varphi_n]\right\}, \quad (14)$$

$$\text{где } b_5(n) = \sum_{q=1}^Q \operatorname{Re}\{Z_r(n; \lambda_q) Z_t^*(n; \lambda_q)\}, \quad b_6(n) = \sum_{q=1}^Q \operatorname{Im}\{Z_r(n; \lambda_q) Z_t^*(n; \lambda_q)\}.$$

Усредняя соотношение (14) по всем значениям неизвестной начальной фазы φ_n , получаем

$$l_3 = \prod_{n=1}^N \int_{-\pi}^{\pi} l_2(\vec{\varphi}) p(\varphi_n) d\varphi_n = c_y \left(\frac{1}{2\pi}\right)^N \prod_{n=1}^N \int_{-\pi}^{\pi} \exp\left\{-\frac{B_n}{N_0} \cos(\varphi_n - \varphi_n)\right\} d\varphi_n = c_y \prod_{n=1}^N I_0\left(\frac{B_n}{N_0}\right), \quad (15)$$

$$\text{где } \prod_{n=1}^N \int_{-\pi}^{\pi} l(\vec{\varphi}) p(\varphi_n) d\varphi_n = \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ p(\varphi_N) \dots \left[\int_{-\pi}^{\pi} l(\varphi_1, \dots, \varphi_N) p(\varphi_1) d\varphi_1 \right] \dots \right\} d\varphi_N,$$

$$B_n = \sqrt{[b_5(n)]^2 + [b_6(n)]^2}, \quad \varphi_n = \operatorname{arctg} b_6(n)/b_5(n).$$

Логарифмируя соотношение (15), получаем решающую статистику в виде

$$L_3 = \frac{\rho}{2(1+\rho)} \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^N |Z_r(n; \lambda_q)|^2 + N_0 \sum_{n=1}^N \ln I_0\left(\frac{B_n}{N_0}\right). \quad (16)$$

С помощью обнаружителя сигнала с неизвестной начальной фазой (13), когда в качестве зондирующего используется стохастический радиосигнал, принимается решение о наличии радиосигнала на входе приемника, если решающая статистика L_3 превышает порог L_{II} , $L_3 \geq L_{II}$, и решение о его отсутствии, если $L_3 < L_{II}$.

$$L_3 = \frac{\rho}{2(1+\rho)} \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^N |Z_r(n; \lambda_q)|^2 + N_0 \sum_{n=1}^N \ln I_0 \left(\frac{B_n}{N_0} \right) \begin{cases} \geq L_{\Pi} \Rightarrow \text{сигнал есть;} \\ < L_{\Pi} \Rightarrow \text{сигнала нет.} \end{cases} \quad (17)$$

Структурная схема обнаружителя (17) и его энергетического накопителя такая же, как и для обнаружителей (6) и (12), рис 2, а, их энергетического накопителя, рис. 2, в и для формирователя порогового сигнала, рис. 2, з. Однако, в отличие от их квадратурных накопителей, показанных на рис. 2, б и 4, в накопителе, рис. 5, обнаружителя (17) синфазно суммируются лишь одноименные спектральные компоненты различных реализаций Q -мерной выборки для момента времени $\vartheta = T$. Для разноименных спектральных компонент одной и той же реализации и для разных реализаций используется некогерентное накопление. Это связано с тем, что в рассматриваемом случае одноименные спектральные компоненты разных реализаций выборки имеют одинаковые неизвестные начальные фазы φ_n и допускают когерентное накопление, а разноименные – различные и поэтому суммируются некогерентно. То есть в рассматриваемом случае используется последетекторное суммирование, с помощью которого

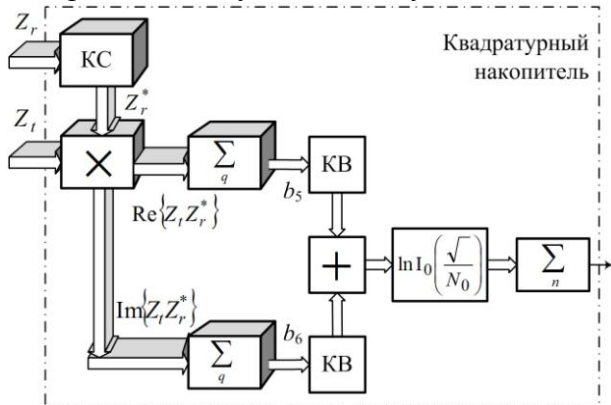


Рис. 5. Структурная схема квадратурного накопителя для обнаружителя L_3

определяется величина, нелинейно связанная с оценкой модуля B_n скалярного произведения в пространстве случайных величин $L_2(\Lambda)$. При этом не учитываются фазовые соотношения между разноименными спектральными составляющими реализаций отраженного сигнала.

(iv) Предположим, что неизвестные начальные фазы φ_{qn} спектральных компонент

$$J_t(\vartheta; n; \varphi_{qn}; \lambda_q) = Z_t(n; \lambda_q) \exp\{j\varphi_{qn}\} \psi_n(\vartheta) \quad (18)$$

Q -мерной выборки из ансамбля реализаций отраженного сигнала $\xi_t(\vartheta; \lambda)$ являются независимыми случайными величинами равномерно

распределенными на интервале $(-\pi, \pi)$, так что их совместная плотность вероятности имеет равномерное QN -мерное распределение

$$p(\varphi_{11}, \varphi_{12}, \dots, \varphi_{qn}, \dots, \varphi_{QN}) = \prod_{q=1}^Q \prod_{n=1}^N p(\varphi_{qn}) = (1/2\pi)^{QN}.$$

Заменяя в соотношении (1) $J_t(\vartheta; n; \lambda_q)$ на $J_t(\vartheta; n; \varphi_{qn}; \lambda_q)$ из (18) и выполняя соответствующие преобразования, получаем следующее выражение для функции правдоподобия

$$l_4(\varphi) = c_y \exp \left\{ - \frac{b_7(q, n) \cos \varphi_{qn} + b_8(q, n) \sin \varphi_{qn}}{N_0} \right\}, \quad (19)$$

где $b_7(q, n) = \text{Re}\{Z_r(n; \lambda_q) Z_t^*(n; \lambda_q)\}$, – действительная и $b_8(q, n) = \text{Im}\{Z_r(n; \lambda_q) Z_t^*(n; \lambda_q)\}$ – мнимая часть произведения комплексных величин $Z_r(n; \lambda_q)$ и $Z_t(n; \lambda_q)$. Для нахождения решающей статистики соотношение (19) следует усреднить по всем значениям неизвестной начальной фазы φ_{qn}

$$l_4 = \prod_{q=1}^Q \prod_{n=1}^N \int_{-\pi}^{\pi} l_4(\varphi_{qn}) p(\varphi_{qn}) d\varphi_{qn} = \frac{c_y}{2\pi} \prod_{q=1}^Q \prod_{n=1}^N \int_{-\pi}^{\pi} \exp \left\{ - \frac{B_{qn}}{N_0} \cos(\varphi_{qn} - \varphi_{qn}) \right\} d\varphi_{qn} = c_y \prod_{q=1}^Q \prod_{n=1}^N I_0 \left(\frac{B_{qn}}{N_0} \right), \quad (20)$$

где $B_{qn} = \sqrt{[b_7(q, n)]^2 + [b_8(q, n)]^2}$, $\phi_{qn} = \arctg b_8(q, n)/b_7(q, n)$, $I_0(\cdot)$ – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка с аргументом B_{qn}/N_0 .

Логарифмируя выражение (20) и учитывая множитель c_y , решающую статистику можно записать в следующем виде

$$L_4 = \frac{\rho}{2(1+\rho)} \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^N |Z_r(n; \lambda_q)|^2 + N_0 \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^N \ln I_0 \left(\frac{B_{qn}}{N_0} \right). \quad (21)$$

Обнаружитель сигнала с неизвестной начальной фазой (18) при использовании в качестве зондирующего стохастического радиосигнала действует по следующему правилу: выносится решение о наличии сигнала на входе приемника, если решающая статистика L_4 превышает порог L_{Π} , $L_4 \geq L_{\Pi}$, и решение о его отсутствии, если $L_4 < L_{\Pi}$, т.е.

$$L_4 = \frac{\rho}{2(1+\rho)} \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^N |Z_r(n; \lambda_q)|^2 + N_0 \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^N \ln I_0 \left(\frac{B_{qn}}{N_0} \right) \begin{cases} \geq L_{\Pi} \Rightarrow \text{сигнал есть;} \\ < L_{\Pi} \Rightarrow \text{сигнала нет.} \end{cases} \quad (22)$$

Решающая статистика L_4 , соотношение (21), отличается от статистик L_1 , L_2 и L_3 , соотношения (5), (11) и (16) соответственно, тем, что в рассматриваемом случае суммирование выполняется после нелинейного преобразования вида $\ln I_0(B_{qn}/N_0)$, где $B_{qn} = |Z_r(n; \lambda_q) Z_t^*(n; \lambda_q)|$ – модуль произведения комплексных спектральных коэффициентов входного и ожидаемого сигналов. Анализ формулы показывает, что для получения B_{qn} необходимо иметь два квадратурных канала обработки комплексных спектральных коэффициентов входного напряжения. Выходные напряжения каналов возводятся в квадрат и суммируются. В результате решающая статистика не зависит от неизвестной начальной фазы сигнала. Поэтому структурная схема обнаружителя (22), входящего в его состав энергетического накопителя и формирователя порогового сигнала соответствуют рис. 2, а, в, з, а схема квадратурного накопителя приведена на рис. 6.

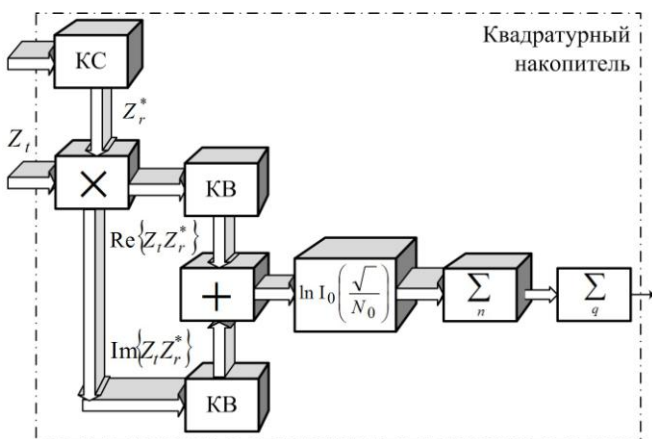


Рис. 6. Структурная схема квадратурного накопителя цифрового обнаружителя L_4

Для слабой или сильной интенсивности ожидаемого сигнала $\xi(\vartheta; \varphi; \lambda)$ по сравнению с интенсивностью помехи $\xi_g(\vartheta; \lambda)$ на входе нелинейного элемента $\ln I_0(\cdot)$ возможны следующие упрощения. Если в соотношении (22) $B_{qn}/N_0 \gg 1$, то нелинейная функция приблизительно равна своему аргументу $\ln I_0(B_{qn}/N_0) \approx B_{qn}/N_0$ и в квадратурном накопителе будут усредняться величины, пропорциональные модулю произведения комплексных спектральных коэффициентов входного и ожидаемого сигналов $|Z_r(n; \lambda_q) Z_t^*(n; \lambda_q)|$. Если

$B_{qn}/N_0 \ll 1$, то $\ln I_0(B_{qn}/N_0) \approx B_{qn}^2/4N_0^2$ и усредняются величины, пропорциональные квадрату модуля произведения комплексных спектральных коэффициентов

$\left| Z_r(n; \lambda_q) Z_t^*(n; \lambda_q) \right|^2$ входного и ожидаемого сигналов. Упрощенные модели обнаружителей будут оптимальными только в указанных условиях. При других условиях они являются квазиоптимальными. Эти упрощения могут быть использованы также и для рассмотренных выше случаев (i), (ii) и (iii).

Выводы

Таким образом, в зависимости от вида неопределенности неизвестной начальной фазы для оговоренных условий в статье получено четыре соотношения для решающей статистики, на основе которых построены четыре типа цифровых обнаружителей отраженных радиосигналов с неизвестной начальной фазой при использовании в качестве зондирующих стохастических радиосигналов. Показано что они имеют одну и ту же структуру, которая включает преобразователи входного и опорного сигналов, квадратурный и энергетический накопители, сумматор, формирователь порогового уровня и пороговое устройство. Между собой эти обнаружители отличаются схемой квадратурных накопителей. Первый из рассмотренных квадратурных накопителей является когерентным, второй и третий – комбинированным (когерентно-некогерентным), а четвертый – некогерентным накопителем. Пороговый уровень полученных обнаружителей является случайной величиной, плотность вероятности которой определяется законом распределения оценки энергии ожидаемого сигнала. В рассматриваемом случае это χ^2 – распределение. Также получена структурная схема аналогового когерентного обнаружителя. Она отличается от известной схемы когерентного обнаружителя, в которой используются детерминированные зондирующие сигналы, наличием еще и энергетического накопителя. Пороговый уровень полученного аналогового обнаружителя, в отличие от известного, также является случайной величиной.

Полученные результаты могут использоваться при проектировании радиолокационных систем обнаружения, в которых для зондирования используются стохастические радиосигналы при распространении радиоволн в условиях турбулентной тропосферы. В частности, могут использоваться для обнаружения метеорообразований в метеорологических радиолокаторах.

Список литературы: 1. *Аппаратурно-программный комплекс для исследования радиолокационных отражений от метеорообразований* / Е. Н. Белов, О. А. Войтович, Т. А. Макулина, Г. А. Руднев, Г. И. Хлопов, С. И. Хоменко // Радиофизика и электроника: Сб. научн. тр. Ин-т радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины. – Харьков, 2009. – Т. 14, №1. – С. 57–63. 2. *Mogyla A. A. Relay-Type Noise Correlation Radar for the Measurement of Range and Vector Range Rate* / A. A. Mogyla, K. A. Lukin, Yu. A. Shyian // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2002. – Vol.57, No.2-3. – P. 175–183. 3. *Калинин В. И. Широкополосный шумовой радиолокатор с корреляционной обработкой для обнаружения движущихся объектов* / В. И. Калинин, В. В. Чапурский // *Радиотехника*. – 2005. – № 3, – С.51–56. 4. *Quality Enhancement of Image Generated with Bistatic Ground Based Noise Waveform SAR* / K. Kulpa, K. Lukin, J. Misiurewicz, Z. Gajo, A. Mogila, P. Vyplavin // *IET Radar, Sonar & Navigation*. – 2008. – Vol.2, No.4. – P. 263–273. 5. *Костылев В. И. Влияние неоднородности тропосферы на пространственно-временную обработку сигналов* / В. И. Костылев, М. Ю. Алексеев // *Вестник ВГУ. Серия: Физика. Математика*. – 2010. – № 2. – С. 252–260. 6. *Копейкин В. В. Рефракция волн в линейных средах с частотной дисперсией* / В. В. Копейкин – М.: Наука, 2007. – 142 с. 7. *Peterson W. W. The Theory of Signal Detectability* / W. W. Peterson, T. G. Birdsall, W. C. Fox // *IRE Trans. on Information Theory*. – 1954. – Vol. PGIT-4, No. 4. – P. 171–212. 8. *Helstrom C. W. Statistical Theory of Signal Detection* / C. W. Helstrom. – N.Y.: Pergamon Press, 1960. – 364 p. 9. *Фалькович С. Е. Основы статистической теории радиолокационных систем* / С. Е. Фалькович, П. Ю. Костенко. – Харьков: НАУ ХАИ, 2005. — 390 с. 10. *Леховицкий Д. И. СДЦ в импульсных РЛС: 3. Структуры, параметры и эффективность квазиоптимальных систем междупериодной обработки гауссовых сигналов на фоне гауссовых пассивных помех* / Д. И. Леховицкий, В. П. Рябуха, Г. А. Жуга, Д. С. Рачков // *Прикладная радиоэлектроника*. – 2009. – Т. 8, № 2. – С. 109–123. 11. *Могила А. А. Оптимальный прием сигналов в условиях полной априорной информации при использовании стохастических зондирующих сигналов* /

А. А. Могила // Радиотехника. – 2011. – Вып.164. – С. 11–20. 12. *Mogyła A. A. Optimum Reception of the Stochastic Probing Signals under Conditions of Full a Priori Information* / A. A. Mogyła // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2012. – Vol. 71, No.7, – P. 637–652. 13. *Могила А. А. Характеристики когерентного обнаружения стохастических сигналов в условиях полной априорной информации* / А.А. Могила // *Прикладная радиоэлектроника. Состояние и перспективы развития: 4-й междунар. радиоэлектронный форум «МРФ-2011», 18–21 октября 2011г., Харьков, Украина, ХНУРЭ: тр. конф. Интегрированные информационные радиоэлектронные системы и технологии, Т. 1, – С.176–179.* 14. *Могила А. А. Обнаружение радиолокационных сигналов в условиях полной априорной информации при использовании в качестве зондирующих стохастических сигналов* / А. А. Могила // *Радиоэлектроника*. – 2012. – Т. 55, № 7. – С. 14–23. 15. *Омельченко В.А. Основы спектральной теории распознавания сигналов* / В. А. Омельченко – Харьков : Вища шк., 1983. – 159с. 16. *Драган Я. П. Структура и представления моделей стохастических сигналов* / Я. П. Драган. – Киев : Наук. думка, 1980. – 381 с. 17. *Могила А. А. Двухпараметрическое представление случайных сигналов: Модели и оценка статистических характеристик* / А. А. Могила, К. А. Лукин – Saarbrücken.: LAP Lambert Academic Publishing, 2012. – 200 с. 18. *Cramer H. Mathematical methods of statistics* / Uppsala: Almquist & Wiksells, 1945. – 575 p. 19. *Радиоэлектронные системы: Основы построения и теория: Справочник* / под общ. ред. Я. Д. Ширмана. 2-е изд. перераб. и доп. – М. : Радиотехника, 2007. – 512 с.

*Институт радиофизики и электроники
им. А. Я. Усикова НАН Украины*

Поступила в редколлегию 15.02.2013