

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИМПЕДАНСНЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ В ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ВОЛНОВОДАХ

Введение

Каскадные соединения прямоугольных волноводов различной конфигурации широко используются при создании сложных узлов техники СВЧ. В частности, прямоугольные волноводы с нерегулярными узкими стенками, по которым ответвляются вторичные волноводы (рис.1, *а*), являются неотъемлемыми элементами поглощающих фильтров гармоник, описанных в [1].

Расчет энергетических характеристик таких сложных периодических структур является непростой математической проблемой, связанной с решением целого ряда дифракционных задач. Это обстоятельство вызывает необходимость создания эффективной математической модели, которая позволила бы упростить расчет параметров и качественно описать физические процессы, протекающие в волноводном соединении.

В настоящей работе в качестве математического аппарата используется импедансный метод, развитый в работах [2, 3], который позволяет заменить последовательность ответвляющихся по узкой стенке вторичных волноводов гладкой поверхностью (рис.1, *б*), на которой задано граничное условие Щукина – Леонтовича, и при этом исключить из рассмотрения поле в боковых волноводах. В общем случае введенный поверхностный импеданс \dot{Z}_s является комплексной величиной, что позволяет учесть потери в поглощающем фильтре.

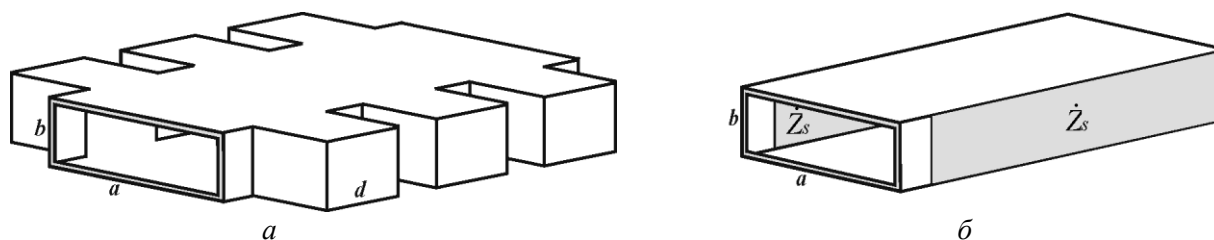


Рис. 1

Поверхностный импеданс неидеальной узкой стенки

Рассмотрим бесконечный прямоугольный волновод, на узкой стенке которого, вдоль линии параллельной оси z , расположен периодический ряд прямоугольных отверстий (рис. 2).

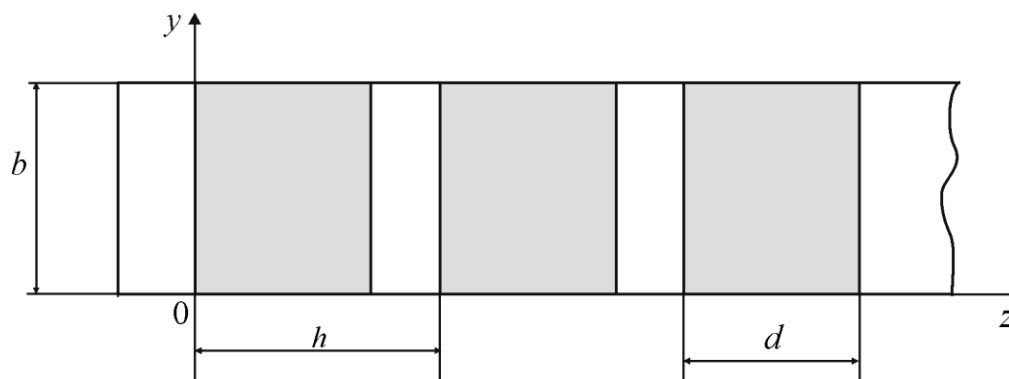


Рис. 2

Введём прямоугольную систему координат, начало которой совпадает с одной из вершин прямоугольника первого отверстия.

Примем следующие обозначения: b – размер узкой стенки основного волновода и высота прямоугольного отверстия, d – ширина отверстия, h – период структуры вдоль оси z .

Из геометрии задачи следует, что поверхностный импеданс узкой стенки, определенный как отношение касательных составляющих электрического и магнитного полей на стенке [3], равен нулю везде, кроме поверхности отверстий. Будем считать, что на отверстиях поверхностный импеданс известен и определяется параметрами вторичных прямоугольных волноводов и типом связи с основным прямоугольным волноводом. Обозначим его как $\dot{Z}_{\text{ЭКВ}}$ (эквивалентное поверхностное сопротивление).

Поскольку поверхностный импеданс не зависит от координаты y (период b – вдоль оси y равен размеру узкой стенки), то его можно разложить в ряд Фурье по ортогональной системе функций, заданных на отрезке $0 \leq z \leq h$.

Ряд Фурье представим в следующем виде:

$$\dot{Z}_s(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n \left\{ A_n \cos(k_z z) + B_n \sin(k_z z) \right\}, \quad (1)$$

где δ_n – определяется равенствами:

$$\delta_n = \begin{cases} 1/2, & \text{при } n=0, \\ 1, & \text{при } n>0, \end{cases} \quad (2)$$

$k_z = 2n\pi/h$ – частотные коэффициенты вдоль оси z .

Обозначим через $\phi_n(z)$ собственные функции вдоль оси z . Тогда коэффициенты ряда Фурье вычисляются из соотношения

$$U_n = \frac{2}{h} \int_0^h \dot{Z}_s(z) \phi_n(z) dz, \quad (3)$$

где U_n – любой из коэффициентов A_n, B_n .

Рассмотрим сначала процедуру определения коэффициента A_n и учтем, что

$$\dot{Z}_s = \begin{cases} \dot{Z}_{\text{ЭКВ}}, & \text{при } 0 < z < d, \\ 0, & \text{при } z > d, \\ 0, & \text{при } z < 0. \end{cases}$$

Тогда из сказанного выше при $n \neq 0$ имеем

$$A_n = \frac{2}{h} \int_0^d \dot{Z}_{\text{ЭКВ}} \cos k_z z dz = \frac{2\dot{Z}_{\text{ЭКВ}}}{h} \cdot \int_0^d \cos\left(\frac{2n\pi z}{h}\right) dz = \frac{\dot{Z}_{\text{ЭКВ}}}{n\pi} \sin\left(\frac{2n\pi d}{h}\right). \quad (4)$$

Если принять $n=0$, то для A_0 аналогично можно получить выражение

$$A_0 = \frac{2}{h} \int_0^d \dot{Z}_{\text{ЭКВ}} dz = \frac{2\dot{Z}_{\text{ЭКВ}}d}{h}. \quad (5)$$

Поступая дальше, как и при вычислении коэффициента A_n , определим второй коэффициент разложения Фурье – B_n , который будет иметь вид при $n \neq 0$:

$$B_n = \frac{2}{h} \int_0^d \dot{Z}_{\text{ЭКВ}} \sin k_z z dz = \frac{2\dot{Z}_{\text{ЭКВ}}}{h} \int_0^d \sin\left(\frac{2n\pi z}{h}\right) dz = \frac{\dot{Z}_{\text{ЭКВ}}}{n\pi} \left(1 - \cos\left(\frac{2n\pi d}{h}\right)\right). \quad (6)$$

При $n=0$ собственные функции $\sin k_z z$ равны нулю, следовательно

$$B_0 = 0. \quad (7)$$

Подставив полученные выражения (4) – (7) в (1), поверхностный импеданс можно записать в виде

$$\dot{Z}_s(z) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ A_n \cos\left(\frac{2n\pi z}{h}\right) + B_n \sin\left(\frac{2n\pi z}{h}\right) \right\}. \quad (8)$$

Определение эквивалентного поверхностного импеданса прямоугольного отверстия связи проводится по методике, приведенной в работе [4]:

$$\dot{Z}_{\text{экв}} = \frac{\omega\mu_0 \sum_{s=1}^{\infty} |\dot{E}_{s0}|^2 \gamma_s^*}{\sum_{s=1}^{\infty} |\dot{E}_{s0}|^2 |\gamma_s|^2}, \quad (9)$$

где $\gamma_s = \sqrt{k^2 - (s\pi/d)^2}$ – продольное волновое число бокового волновода; $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число в свободном пространстве; λ – длина волны в свободном пространстве; μ_0 – магнитная проницаемость вакуума; ω – частота волны в свободном пространстве; \dot{E}_{s0} – амплитуды волн, возбуждаемых на отверстии связи.

Значения $\dot{Z}_{\text{экв}}$ имеют комплексный характер, что соответствует теореме единственности для задач с импедансными граничными условиями [2].

В предельном случае, когда в волноводе может возбуждаться только один тип волны, $\dot{Z}_{\text{экв}}$ принимает вид

$$\dot{Z}_{\text{экв}} = \frac{\omega\mu_0}{\gamma_s}. \quad (10)$$

Для количественной (числовой) оценки значения $\dot{Z}_{\text{экв}}$ необходимо знать амплитуды волн, которые возбуждаются на отверстии волной, распространяющейся в основном волноводе. Вычислить эти амплитуды можно при решении классической дифракционной задачи на Т-образном стыке волноводов, подробно изложенной в работе [5].

Формула (2) дает возможность определить \dot{Z}_s с любой степенью точности, но громоздка, поскольку содержит ряды по пространственным гармоникам. Выходом из данной ситуации может стать введение понятия среднего значения поверхностного импеданса, которое определяется как среднее значение поверхностного импеданса за период:

$$\dot{Z}_{scp} = \frac{1}{h} \int_0^h \dot{Z}_s(z) dz, \quad (11)$$

где комплексное поверхностное сопротивление $\dot{Z}_s(z)$ определяется выражением (8).

Подставив (8) в (11), получим

$$\dot{Z}_{scp} = \frac{1}{h} \int_0^h \left(\frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ A_n \cos\left(\frac{2n\pi z}{h}\right) + B_n \sin\left(\frac{2n\pi z}{h}\right) \right\} \right) dz. \quad (12)$$

После интегрирования выражения (12) получим

$$\dot{Z}_{ср} = \frac{A_0}{2} = \frac{Z_{экв} \cdot d}{h}. \quad (13)$$

С учетом выражения (9), среднее значение поверхностного импеданса можно записать в виде

$$\dot{Z}_{ср} = \frac{\omega \mu_0 d \sum_{s=1}^{\infty} |\dot{E}_{s0}|^2 \gamma_s^*}{h \sum_{s=1}^{\infty} |\dot{E}_{s0}|^2 |\gamma_s|^2}. \quad (14)$$

Анализ численных результатов

На рис. 3 – 4 представлены зависимости действительной и мнимой частей нормированного среднего значения поверхностного импеданса $\tilde{Z}_{ср} = \dot{Z}_{ср} / Z_0$ от a/λ для периода $h=1,2a$ при трех соотношениях d/a . В данном случае $Z_0 = 120\pi$ – сопротивление свободного пространства.

Приведенные характеристики свидетельствуют о резонансном характере зависимости поверхностного импеданса от длины волны. Резонансные явления связаны с перераспределением энергии между высшими типами волн, которые возбуждаются при дифракции основной волны H_{10} на прямоугольном отверстии связи.

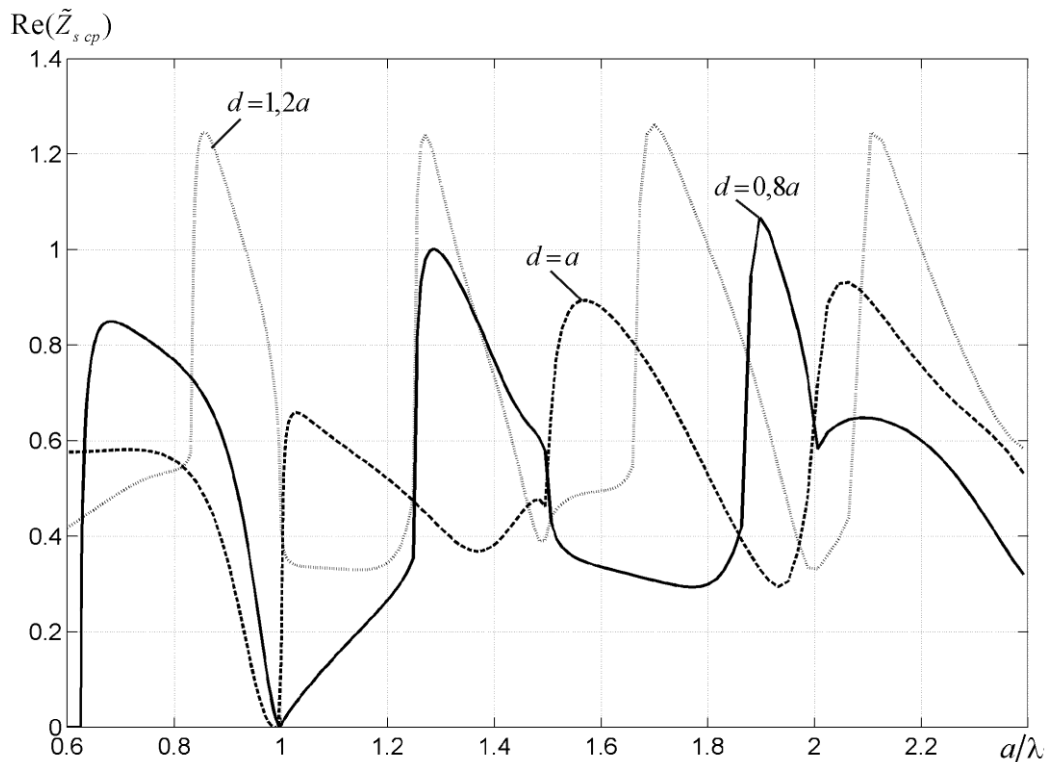


Рис. 3

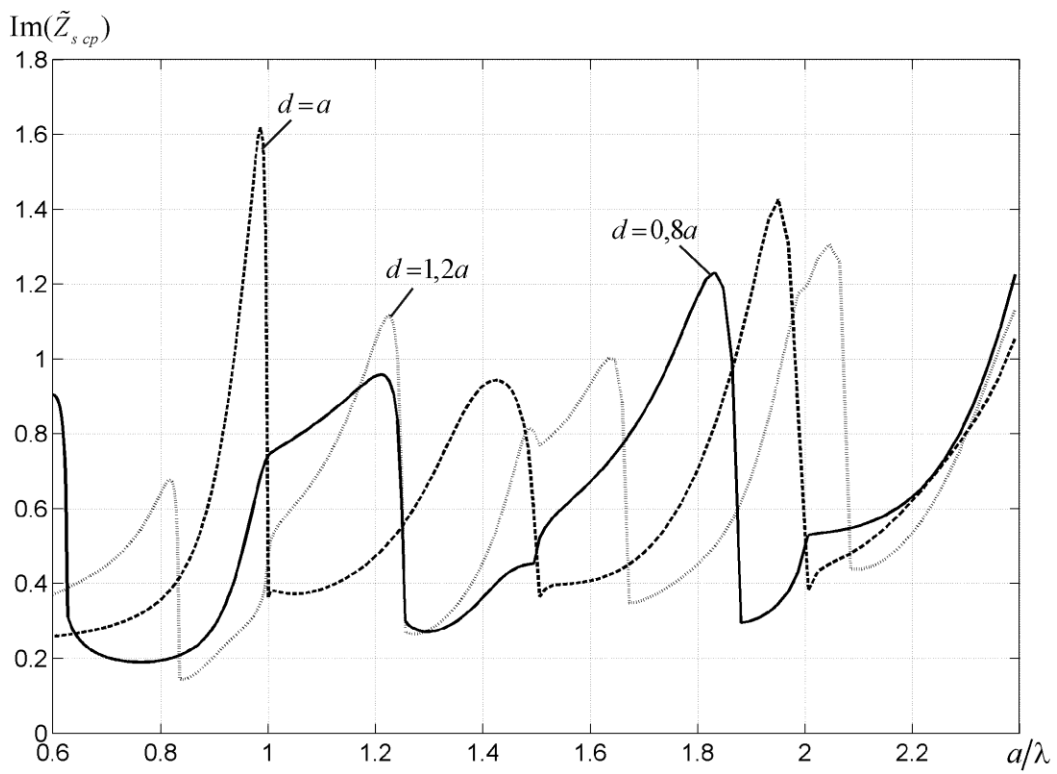


Рис. 4

На рис. 5 – 6 представлены зависимости действительной и мнимой части среднего значения поверхностного импеданса от отношения d/a при $h=1,2a$ для трех длин волн: $\lambda=1,25 \cdot a$, $\lambda=(2/3) \cdot a$, $\lambda=0,5 \cdot a$.

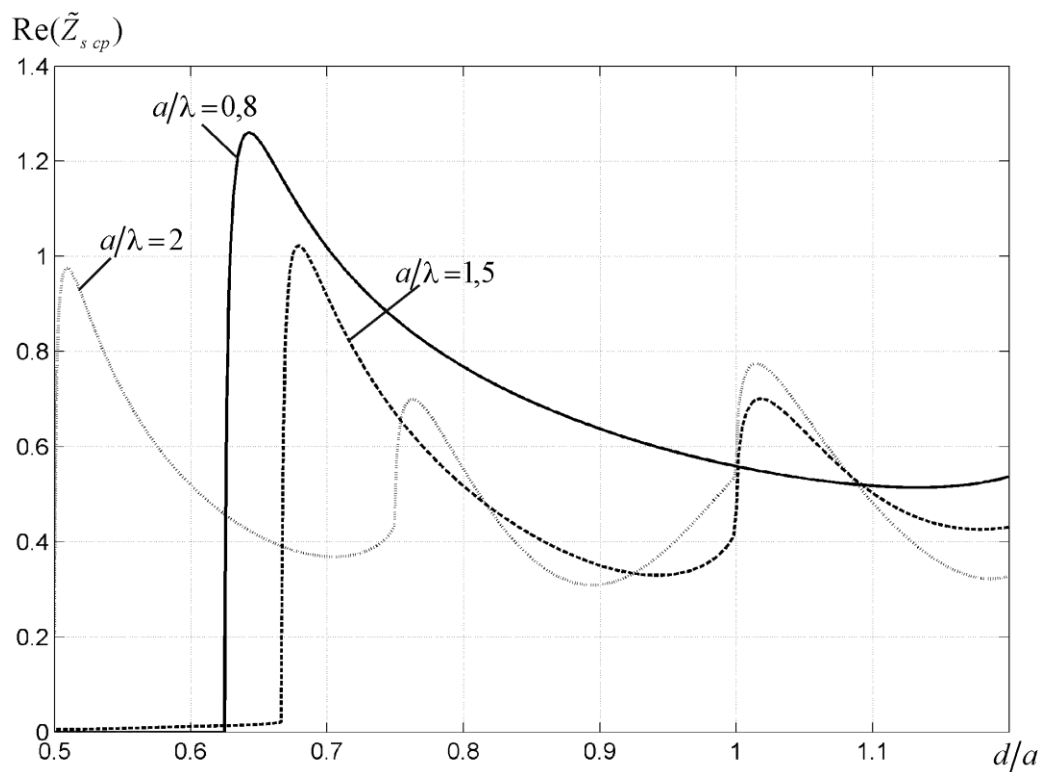


Рис. 5

Анализируя полученные результаты, можно отметить, что зависимость среднего значения поверхностного импеданса от ширины боковых волноводов также имеет резонансный характер. Причем, частота резонансных срезов увеличивается с ростом частоты (при $a/\lambda=0,8$ слабо выраженные резонансы, при $a/\lambda=2$ – сильно выраженные). Резонансные явления связаны с выходом вторичных боковых волноводов с запредельного состояния и возбуждения в них высших типов волн.

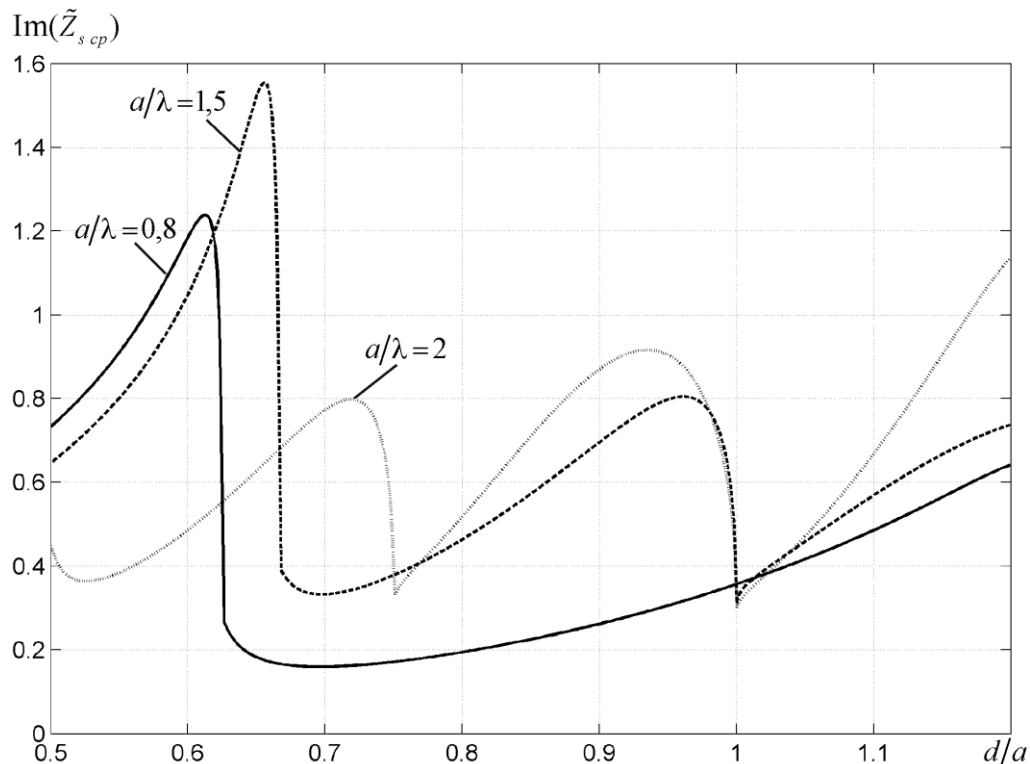


Рис. 6

Выводы

Предложенная в работе импедансная модель каскадного соединения прямоугольных волноводов дает возможность существенно упростить расчет энергетических параметров структуры. Так, в случае определения основных характеристик фильтра гармоник – коэффициентов прохождения и отражения, вместо решения нескольких дифракционных задач решается одна – рассеивание основной волны на скачке импеданса узких стенок.

Основной сложностью в моделировании импедансными поверхностями периодических неоднородностей является аналитическое представление поверхностного импеданса. Полученное в работе выражение для поверхностного импеданса в виде ряда Фурье дает возможность учесть геометрию волноводного соединения и оценить влияние параметров структуры на его значение.

Введение понятия среднего значения поверхностного импеданса как интегральной характеристики, позволяет учитывать многомодовое возбуждение волн на стыке прямоугольных волноводов. Численный анализ поверхностного импеданса показал, что в такой структуре зависимость импеданса от частоты и ширины вторичных боковых волноводов имеет резонансный характер. Резонансы обусловлены возбуждением высших типов волн и перераспределением энергии между ними.

Проведенное в работе исследование поверхностного импеданса дает возможность выбрать оптимальную апертуру вторичных волноводов, обеспечивающую необходимое затухание электромагнитных колебаний на высших гармониках.

Список литературы: 1. *Маттей Д.Л., Янг Л., Джонс Е.М.Т.* Фильтры СВЧ, согласующие цепи и цепи связи : пер. с англ. ; под ред. Л.В. Алексеева, Ф.В. Кушнира. – М. : Связь, 1971. – Т.1. – 439 с.; 1972. – Т.2. – 493 с. 2. *Марков Г.Т., Чаплин А.Ф.* Возбуждение электромагнитных волн. – М. ; Л. : Энергия, 1967. – 376 с. 3. *Миллер М.А., Таланов В.И.* Исследование понятия поверхностного импеданса в теории поверхностных волн (обзор) // Радиофизика. – 1961. – Т.4, №5. – С. 795 – 830. 4. *Логачева Л.М., Бондарев В.П.* Эквивалентный поверхностный импеданс круглого отверстия в узкой стенке прямоугольного волновода // Радіоелектроніка. Інформатика. Управління. – 2003. – № 2. – С. 26-30. 5. *Рудь Л.А.* Дифракция волн на Т-образном соединении прямоугольных волноводов в Н-плоскости // Радиотехника и электроника. – 1984. – Т.27, №9. – С.1711–1719.

*Запорожский национальный
технический университет*

Поступила в редколлегию 12.10.2013