УДК 537.86+621.373

Н.Н. ЧЕРНЫШОВ, канд. техн. наук

ИССЛЕДОВАНИЕ КВАЗИНЕЙТРАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ПЛАЗМЫ НА ОСНОВАНИИ ФЛУКТУАЦИОННО-ДИССИПАТИВНОЙ ТЕОРЕМЫ

Введение

При изучении плазменных систем важное место занимает исследование электромагнитных и термодинамических свойств. Статистическая теория (СТ) термодинамического равновесия базируется на использовании флуктуационно-диссипативной теоремы. Таким образом, задача о нахождении корреляционных функций электрического поля сводится к определению функции отклика системы на внешнее возмущение. Одним из подходов СТ является метод ланжевеновских источников. При этом необходимо получить корреляционные функции и уравнения распределения флуктуационного электрического поля, создаваемого ланжевеновскими источниками. Для термодинамически равновесных плазменных систем результаты, полученные на основании флуктуационно-диссипативной теоремы и метода ланжевеновских источников, должны приводить к одинаковым результатам. Настоящая работа посвящена разработке статистической модели полубесконечной плазмы, граничащей с диэлектриком. Заряженные частицы зеркально отражаются от границы диэлектрика. Такая модель используется в астрофизике, при термоядерном синтезе, твердотельной плазме полупроводников и плазме газового разряда. В первом разделе рассмотрена задача о возбуждении электрических волн в диэлектрике на основании уравнений Максвелла и линеаризованного кинетического уравнения с интегралом столкновений в $\vec{r}$-приближении. Решение этих уравнений представлено в виде разложения Фурье. Во втором разделе использована флуктуационно-диссипативная теорема для нахождения корреляционных функций электрического поля, которые выражаются через функции линейного отклика и среднюю энергию гармонического осцилятора. Найдено распределение функций Грина по z-координате. В третьем разделе использован ланжевеновский подход для нахождения корреляционных функций электрического поля. Получены корреляционные функции с использованием функций плотности тока ланжевеновских источников для локального равновесия в плазме и диэлектрике.

Распределение электрического поля в плазме при заданных источниках

Рассмотрим однородную квазинейтральную плазменную систему, занимающую полубесконечное пространство $(-\infty < x, y < \infty, z > 0)$. Внешняя область заполнена диэлектриком с проницаемостью $\tilde{\varepsilon}(\omega)$. Получим уравнения для расчета распределения флуктуационного электрического поля, создаваемого произвольно распределенными индуцированными источниками $\vec{J}(\vec{r};t)$ и $\vec{\tilde{J}}^{e}(\vec{r},t)$. Искомые распределения могут быть найдены в результате совместного решения уравнений Максвелла для внешней области и линеаризованной системы уравнений Максвелла – Больцмана для области, занятой плазмой

$$\begin{cases} rot\vec{B}(\vec{r},\omega) = -i\dfrac{\omega\varepsilon}{c}\vec{E}(\vec{r},\omega) + 4\pi\left(\dfrac{\sum\limits_{\sigma}\vec{J}(\vec{r},\omega) + \vec{J}^{e}(\vec{r},\omega)}{c}\right) \times \left\{-i\omega + \upsilon\dfrac{\partial}{\partial\vec{r}} + \dfrac{e_\sigma}{m_\sigma}\left(\vec{E} + \dfrac{v\vec{B}}{c}\right)\dfrac{\partial}{\partial v}\right\} \times \\ \times\,\delta f_\sigma(\vec{r},v,\omega) + \dfrac{e_\sigma}{m_\sigma}\left\{\vec{E}(\vec{r},\omega) + \dfrac{v\vec{B}(\vec{r},\omega)}{c}\right\}\dfrac{\partial f(v)}{\partial v} = L\delta f_\sigma(\vec{r},v,\omega);\; rot\vec{E}(\vec{r},\omega) = i\dfrac{\omega}{c}\vec{B}(\vec{r},\omega). \end{cases}, \qquad (1)$$

$\vec{J}(\vec{r},\omega)$ – индуцированный ток частиц, имеющих заряд e_σ, массу m_σ и плотность n_σ; $\varepsilon(\omega)$ – диэлектрическая проницаемость плазмы; $\delta f_\sigma(\vec{r},v,\omega)$ – отклонение функции распределения частиц от невозмущенного распределения $f(v)$; $\vec{E}$, $\vec{B}$ – электрическое и магнитное поля; $L=-v$ – линеаризованный оператор столкновений частиц; v – частота столкновений частиц; “~” – величина внешней области.

Рассмотрим модель зеркального отражения заряженных частиц от границы раздела [1]. Для гармонического анализа источников $\vec{J}(\vec{r},\omega), \tilde{\vec{J}}^e(\vec{r},\omega)$ сделаем преобразование Фурье. После перехода от переменных $\vec{r}$ к переменным $\vec{k}$ получим

$$A(\vec{r},\omega)=\frac{1}{(2\pi)^3}\int\limits_{-\infty}^{\infty}dk\exp(i\vec{k}\vec{r})A(\vec{k},\omega), \qquad (2)$$

а искомые Фурье-компоненты электрического поля можно представить в виде (рис.1)

$$\begin{cases}\vec{E}(\vec{k},\omega)=-i\dfrac{4\pi}{\omega\Lambda(\vec{k},\omega)}\times\left\{\vec{J}^e(\vec{k},\omega)+\dfrac{c\vec{E}^e(\vec{k},\omega)}{2\pi S(\vec{k},\omega)}\right\};\\[2ex] \tilde{\vec{E}}(\vec{k},\omega)=-i\dfrac{4\pi}{\omega\tilde{\Lambda}(\vec{k},\omega)}\times\left\{\tilde{\vec{J}}^e(\vec{k},\omega)-\dfrac{c\tilde{\vec{E}}^e(\vec{k},\omega)}{2\pi S(\vec{k},\omega)}\right\}.\end{cases} \qquad (3)$$

где $\Lambda(\vec{k},\omega)=\varepsilon(\vec{k},\omega)-\left(\delta-\dfrac{\vec{k}}{\vec{k}^2}\right)\dfrac{c^2\vec{k}^2}{\omega^2}$; $\tilde{\Lambda}(\vec{k},\omega)=\left(\delta-\dfrac{\vec{k}}{\vec{k}^2}\right)\tilde{\vec{\Delta}}_T(\vec{k},\omega)$; $S(\vec{k},\omega)=\dfrac{i}{\pi}\dfrac{c}{\omega}\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\vec{k}\tilde{\Lambda}^{-1}(\vec{k},\omega)$;

$\varepsilon(\vec{k},\omega)$ – тензор диэлектрической проницаемости.

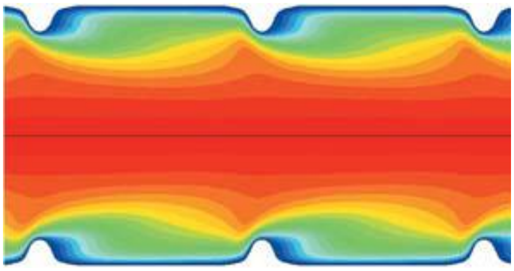

Рис.1. Электрические флуктуации в плазме

Математическая модель термодинамически равновесной системы

Если плазма находится в состоянии термодинамического равновесия СТ, то в соответствии с флуктуационно-диссипативной теоремой корреляционная функция имеет вид [2]

$$\vec{E}(\vec{r})\dot{\vec{E}}(\vec{r})=-\theta(\omega,T)\times(G(\vec{r},\vec{r},\omega)+\dot{G}(\vec{r},\vec{r},\omega)), \qquad (4)$$

где средняя энергия квантового гармонического осциллятора

$$\theta(\omega,T)=\frac{\hbar\omega}{2}+\frac{\hbar\omega}{\exp\left(\dfrac{\hbar\omega}{T}\right)-1},$$

$G(\vec{r},\vec{r},\omega)$ – функция линейного отклика системы на внешнее возмущение.

Так как система однородна по координатам $\vec{r}$, то перейдем к переменным $\vec{k}$

$$\vec{E}(z)\dot{\vec{E}}(\dot{z}) = -\theta(\omega,T)\times(G(\vec{k},z,\dot{z},\omega)+\dot{G}(\vec{k},z,\dot{z},\omega)). \tag{5}$$

Найдем распределение функций Грина системы Максвелла – Больцмана по координате z:

$$\begin{cases} G(\vec{k},z,\dot{z},\omega) = \dfrac{1}{(2\pi)^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty} d\vec{k}\int\limits_{-\infty}^{\infty} d\dot{\vec{k}}\exp(i(\vec{k}z-\dot{\vec{k}}\dot{z}))G(\vec{k},\dot{\vec{k}},\omega); \\ \tilde{G}(\vec{k},z,\dot{z},\omega) = \dfrac{1}{(2\pi)^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty} d\vec{k}\int\limits_{-\infty}^{\infty} d\dot{\vec{k}}\exp(i(\vec{k}z-\dot{\vec{k}}\dot{z}))\tilde{G}(\vec{k},\dot{\vec{k}},\omega). \end{cases} \tag{6}$$

Подставляя в систему (6) Фурье-компоненты функций Грина, получим [3] (рис.2):

$$\begin{cases} \vec{E}(\vec{k},\omega) = \dfrac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} d\dot{\vec{k}}G(\vec{k},\dot{\vec{k}},\omega)\vec{J}(\dot{\vec{k}}); \vec{J}(\vec{r},t) = \vec{\tilde{J}}^{e}(\vec{r},t); \\ \vec{\tilde{E}}(\vec{k},\omega) = \dfrac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} d\dot{\vec{k}}\tilde{G}(\vec{k},\dot{\vec{k}},\omega)\vec{J}(\dot{\vec{k}}); \vec{\tilde{J}}^{e}(\vec{r},t) = 0; \\ \vec{E}(\vec{k})\dot{\vec{E}}(\dot{\vec{k}}) = -\theta(\omega,T)\times\left(G(\vec{k},\dot{\vec{k}},\omega)+\dot{G}(\vec{k},\dot{\vec{k}},\omega)\right); \\ \vec{\tilde{E}}(\vec{k})\dot{\vec{\tilde{E}}}(\dot{\vec{k}}) = -\theta(\omega,T)\times\left(\tilde{G}(\vec{k},\dot{\vec{k}},\omega)+\dot{\tilde{G}}(\vec{k},\dot{\vec{k}},\omega)\right). \end{cases} \tag{7}$$

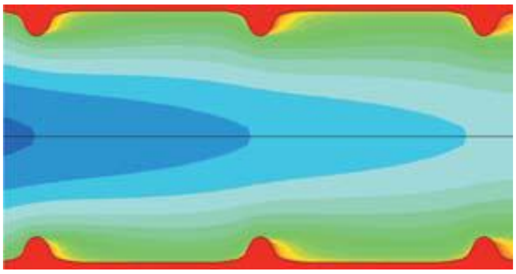

Рис.2. Распределение температуры в плазме

Расчет электрического поля в плазме на основании ланжевеновского подхода

Вклад в корреляционные функции электрических полей является учетом теплового излучения внешней среды. Источники $\vec{J}^{e}(r,\omega)$, $\vec{\tilde{J}}^{e}(r,\omega)$, заданные в разных областях пространства, можно считать независимыми. Используя систему уравнений (3) задачи возбуждения произвольно распределенными источниками, получаем следующие уравнения [4]:

$$\vec{E}(\vec{k})\dot{\vec{E}}(\dot{\vec{k}}) = \left(\frac{4\pi}{\omega}\right)^2 \Lambda^{-1}(\vec{k},\omega)\dot{\Lambda}^{-1}(\dot{\vec{k}},\omega)\times\left\{\vec{J}^{e}(\vec{k})\dot{\vec{J}}^{e}(\vec{k})+\left(\frac{c}{2\pi}\right)^2\times\frac{\vec{E}^{e}\dot{\vec{E}}^{e}+\vec{\tilde{E}}^{e}\dot{\vec{\tilde{E}}}^{e}}{S(\vec{k},\omega)\dot{S}(\vec{k},\omega)}+\frac{c\vec{J}^{e}(\vec{k})\dot{\vec{E}}^{e}(\vec{k},\omega)}{2\pi\dot{S}(\vec{k},\omega)}+\frac{\vec{E}^{e}(\vec{k},\omega)\dot{\vec{J}}^{e}(\dot{\vec{k}})}{S(\vec{k},\omega)}\right\}; \tag{8}$$

$$\vec{\tilde{E}}(\vec{k})\dot{\vec{\tilde{E}}}(\dot{\vec{k}}) = \left(\frac{4\pi}{\omega}\right)^2 \tilde{\Lambda}^{-1}(\vec{k},\omega)\dot{\tilde{\Lambda}}^{-1}(\dot{\vec{k}},\omega)\times\left\{\left(\vec{\tilde{J}}^{e}(\vec{k})\dot{\vec{\tilde{J}}}^{e}(\dot{\vec{k}})\right)+\left(\frac{c}{2\pi}\right)^2\times\frac{\vec{E}^{e}\dot{\vec{E}}^{e}+\vec{\tilde{E}}^{e}\dot{\vec{\tilde{E}}}^{e}}{S(\vec{k},\omega)\dot{S}(\vec{k},\omega)}-\frac{c\vec{\tilde{J}}^{e}(\vec{k})\dot{\vec{\tilde{E}}}^{e}(\vec{k},\omega)}{2\pi\dot{S}(\vec{k},\omega)}+\frac{\vec{\tilde{E}}^{e}(\vec{k},\omega)\dot{\vec{\tilde{J}}}^{e}(\dot{\vec{k}})}{S(\vec{k},\omega)}\right\}. \tag{9}$$

Зануление ланжевеновских источников во внешней области может привести к ошибочным результатам. При $T=\tilde{T}$ уравнения (8) и (9) сводятся к уравнениям для корреляционной функции Фурье-компонент электрического поля. Введение дополнительных источников позволяет рассчитать распределение электрического поля в плазме. Уравнение для энергии теплового излучения с единицы поверхности плазмы во внешнюю область определяется нормальной компонентой вектора Умова – Пойнтинга [5] (рис.3)

$$P(\omega)d\omega = \int_{\theta \le \pi/2} d\Omega \cos\theta I(\omega,\theta,T\tilde{T})d\omega, \qquad (10)$$

где $I(\omega,\theta,T,\tilde{T}) = I(\omega,\theta,T) - I(\omega,\theta,\tilde{T})$ – интенсивность теплового излучения в единицу телес-ного угла $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$; θ – полярный угол от внешней нормали к границе плазмы.

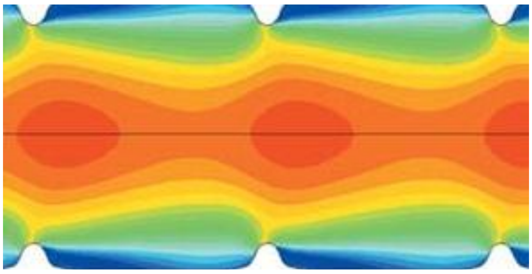

Рис.3. Распределение давления в плазме

Актуальность статьи заключается в том, что ее результаты используются в Харьковском национальном университете радиоэлектроники при выполнении научной темы № 269 “СОЛАР-2” МОН Украины для получения тонких пленок. Использование разработанных методов позволяет изменить технологические показатели: концентрацию кислорода, температуру при постоянной мощности разряда 2,04 *Вт/м*^{2} и давление в камере 5×10^{-3} *мбар*. Установлено, что плазма тлеющего разряда в процессе магнетронного распыления оказывает значительное энергетическое и тепловое воздействие на пленку. Это позволяет получать пленки без специального нагрева подложки.

Выводы

Решена задача возбуждения термодинамически равновесной плазменной системы на основании модели зеркального отражения заряженных частиц. Предложен метод построения СТ плазмы, учитывающей излучение внешней среды. Этот метод основан на использовании ланжевеновского подхода, когда случайные источники флуктуаций вводятся в плазменной и внешней областях. Для расчета электрического поля найдены функции Грина системы уравнений Максвелла – Больцмана и сделан их гармонический анализ. Результаты, полученные на основании флуктуационно-диссипативной теоремы и ланжевеновского подхода, при одинаковых температурах плазмы и внешней среды эквивалентны. Работа выполнялась по научной теме №0107U002295 МОН Украины.

Список литературы: 1. *Климонтович, Ю.Л., Якименко, И.П.* Статистическая теория молекулярных систем. – М. : МГУ, 1980. – 224 с. 2. *Ишимару, С.* Основные принципы физики плазмы. – М. : Атомиздат, 1975. – 288 с. 3.*Чернишов, М.М., Грицай, С.В*. Поширення електромагнітних хвиль // Тезисы докладов 10-й юбилейной междунар. науч. конф. “Теория и техника передачи, приема и обработки информации”. – №1. – Харьков-Туапсе ХНУРЭ, 2004. – С. 299. 4. *Ландау, Л.Д., Лифшиц, Е.М.* Статистическая физика. – М. : Наука, 1976. – 584 с. 5. *Scott, B.* Plasma Phys. Contr. Fusion, 1992; V. 34. – P. 1977.

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 07.10.2013