

## ОБРАТНОЕ РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ПОЛИДИСПЕРСНОЙ СРЕДОЙ НЕСФЕРИЧЕСКИХ КАПЕЛЬ ДОЖДЯ

Атмосферные осадки могут приводить к катастрофическим последствиям для народного хозяйства, вызывая, в том числе, паводки и наводнения. Поэтому, для предупреждения гидрологических служб об опасных явлениях в атмосфере широко используются дистанционные методы зондирования [1], в том числе с помощью метеорологических РЛС, которые обеспечивают обзор большого объема в реальном масштабе времени. При этом диагностика и прогноз развития метеорологических явлений основаны на математических моделях, которые связывают характеристики рассеянных сигналов с параметрами метеообразований.

В частности, для восстановления микроструктурных параметров осадков широко применяется модель сферических капель, которая позволяет использовать строгие методы теории дифракции [2] при вычислении характеристик обратного рассеяния частиц дождя. Однако при свободном падении на каплю действуют силы тяжести, аэродинамического сопротивления и поверхностного натяжения, которые приводят к деформации формы капель. Например, если среднекубический радиус (СКР) капли (радиус капли эквивалентного объема) не превышает  $r_3 = 140 \text{ мкм}$ , то ее форму с достаточной степенью точности можно считать сферической [3]. При увеличении СКР до  $500 \text{ мкм}$  форма капли приближается к эллипсоидальной [4] (рис. 1, а), а при дальнейшем росте размеров дно капли уплощается и ее форма описывается моделью Пруппахера – Питтера [5] (рис. 1, б).

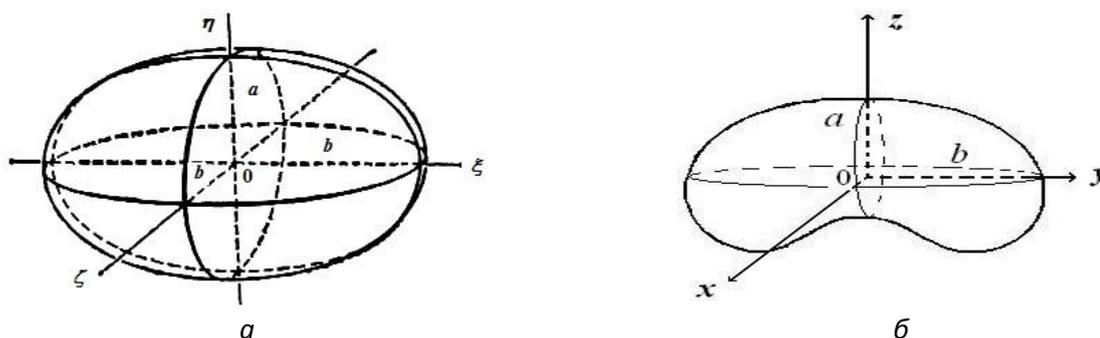


Рис. 1. Форма эллипсоидальной капли (а), капля Пруппахера – Питтера (б)

При этом, несмотря на значительные трудности строгого решения задачи о дифракции электромагнитных волн на каплях несферической формы, в последние годы значительный прогресс достигнут с использованием метода моментов [6, 7], метода вспомогательных источников [8] и разложения по векторным собственным сферическим функциям [9].

В реальной ситуации дождь представляет собой полидисперсную среду, которая состоит из капель различных размеров, в связи с чем использование строгих методов расчета обратного рассеяния на отдельной капле приводит к значительным вычислительным трудностям при расчете эффективной площади рассеяния (ЭПР) ансамбля частиц. Поэтому широко используются различные приближенные методы вычислений, в частности приближение дипольного рассеяния [10] и приближение капель сферической формы [11, 12], когда несферическая капля заменяется сферической каплей эквивалентного объема. Чтобы оценить погрешности указанных приближений в работе [13] проведен анализ точности вычисления ЭПР одиночных капель эллипсоидальной формы и капель Пруппахера – Питтера и показано, что, несмотря на приближенный характер вычислений, значения ЭПР капель, СКР которых не превышает  $r_3 = 1,5 \text{ мм}$ , мало отличаются от результатов вычислений строгими методами.

Однако для полидисперсной среды, полученные результаты не позволяют сделать окончательных выводов относительно применимости указанных приближенных методов. В связи с этим, целью настоящей работы является анализ рамок их применимости при вычислении ЭПР полидисперсной среды из капель эллипсоидальной формы (рис. 1, *а*) и капель Пруппахера – Питтера (рис. 1, *б*) путем сравнения с результатами расчетов на основе строгого метода моментов [6].

### Вычисление обратного рассеяния несферическими каплями дождя

При использовании допущения о сферической форме капель, ее СКР вычисляется как радиус сферической капли эквивалентного объема  $r_3 = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$ , где  $V$  – объем несферической капли. Как показано в работе [3], подобная аппроксимация приемлема, когда СКР капли не превышает 140 мкм, в связи с чем выражение для ЭПР отдельной частицы, нормированное на ее поперечное сечение  $\pi r_3^2$  записывается в виде

$$\sigma_s(r_3) = \frac{1}{\rho^2} \left| \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (2n+1)(a_n - b_n) \right|^2, \quad (1)$$

где  $\rho_d = 2\pi r \sqrt{\varepsilon'_3} / \lambda$  – дифракционный параметр,  $a_n$  и  $b_n$  – коэффициенты разложения рассеянного поля (коэффициенты Ми), которые зависят от длины волны  $\lambda$  и коэффициента преломления материала частиц.

Однако при дальнейшем увеличении размеров капли взаимодействие сил гравитации, аэродинамического сопротивления и поверхностного натяжения приводит к ее деформации, ее форма близка к эллипсоидальной (рис. 1, *а*), а отношение малой и большой осей зависит от СКР следующим образом

$$e = \frac{a}{b} = \left[ 1 - 9 r_3 \rho_m V_\infty^2 / 16\gamma \right]^{1/2}, \quad (2)$$

где  $\rho_m = 1,1937 \times 10^{-3} \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$  – плотность водяного пара в насыщенной атмосфере,  $\gamma = 72,75 \text{ эрг}\cdot\text{см}^{-2}$  – поверхностное натяжение капли при температуре 20°C,  $V_\infty$  – скорость установившегося падения капли [14], которая зависит от среднекубического радиуса [15]:

$$V(r_3) = 9,65 - 10,3e^{-1,2 \cdot r_3} \quad (3)$$

Как показал анализ [5], приближение эллипсоидальной капли и выражение (1) хорошо согласуется с экспериментальными данными вплоть до значения среднекубического радиуса  $r_3 \leq 500 \text{ мкм}$ , а ее ЭПР может быть рассчитана в приближении дипольного рассеяния [5]

$$\sigma_{x,y} = I_{x,y} \cdot \sigma_s, \quad (4)$$

где  $\sigma_s$  – ЭПР эквивалентной сферической капли, которая вычисляется с помощью теории Ми [2],  $I_{x,y}$  – интенсивность рассеянного поля для горизонтальной и вертикальной поляризаций падающего поля.

Для более крупных капель, СКР которых превышает 500 мкм, широко используется модель Пруппахера – Питтера [5], когда форма капель приобретает вид двухосного эллипсоида с вогнутым основанием (рис. 1, *б*) и описывается в виде ряда Фурье в полярных координатах ( $r, \theta$ )

$$r = r_3 \cdot \left( 1 + \sum c_n \cdot \cos n\theta \right) \quad (5)$$

где  $r_3$  – радиус эквивалентной сферы,  $c_n$  – коэффициенты разложения, значения которых для  $n \leq 9$  приведены в работе [5]. ЭПР подобных каплей также может быть вычислена с помощью строгих методов, в частности с использованием метода моментов, который удовлетворяет граничным условиям в конечном множестве точек контура поперечного сечения («point matching technique» [6]). Однако расчеты с использованием метода моментов требуют значительных вычислительных ресурсов, в связи с чем вычисление характеристик полидисперсной среды с несферическими каплями требуют огромных затрат времени вычислений и, в результате, становятся трудновыполнимыми. Поэтому в работе [13] было предложено использовать аппроксимацию строгой зависимости ЭПР одиночных несферических каплей от ее размеров для различных диапазонов длин волн в следующем виде:

$$\sigma(d_{ck}) = a_0 \cdot d_{ck}^0 + a_1 \cdot d_{ck}^1 + a_2 \cdot d_{ck}^2 + \dots + a_N \cdot d_{ck}^N \quad (6)$$

где  $a_n$  – коэффициенты разложения, значения которых приведены в табл. 1 для каплей эллипсоидальной формы и в табл. 2 для каплей Пруппахера – Питтера.

Таблица 1

$a_n$	Длина волны $\lambda$							
	8 мм		3,2 см		5,5 см		10 см	
	Гор. пол.	Вер. пол.	Гор. пол.	Вер. пол.	Гор. пол.	Вер. пол.	Гор. пол.	Вер. пол.
$a_0$	-159,6	-159,4	-185,9	-185,9	-192,7	-192,5	-201,8	-197,2
$a_1$	356,1	352,9	399	403,3	372,8	369	328,3	287,3
$a_2$	-845,9	-815,7	$-1,2 \cdot 10^3$	$-1,2 \cdot 10^3$	$-1,05 \cdot 10^3$	$-1,04 \cdot 10^3$	-726,6	-584,5
$a_3$	$1,25 \cdot 10^3$	$1,15 \cdot 10^3$	$2,43 \cdot 10^3$	$2,6 \cdot 10^3$	$2,13 \cdot 10^3$	$2,1 \cdot 10^3$	$1,1 \cdot 10^3$	797,1
$a_4$	$-1,1 \cdot 10^3$	-980	$-3,5 \cdot 10^3$	$-3,9 \cdot 10^3$	$-2,98 \cdot 10^3$	$-2,92 \cdot 10^3$	-979,3	-705,9
$a_5$	613,9	517,2	$3,6 \cdot 10^3$	$4,2 \cdot 10^3$	$2,94 \cdot 10^3$	$2,9 \cdot 10^3$	594,2	414,4
$a_6$	-215,3	-173,4	$-2,7 \cdot 10^3$	$-3,3 \cdot 10^3$	$-2,1 \cdot 10^3$	$-2,1 \cdot 10^3$	-240,4	-163,8
$a_7$	47,8	36,8	$1,5 \cdot 10^3$	$1,9 \cdot 10^3$	$1,1 \cdot 10^3$	$1,1 \cdot 10^3$	65,2	43,7
$a_8$	-6,5	-4,8	-638,5	801,1	-432,7	-435,6	-11,7	-7,7
$a_9$	0,5	0,35	202,8	255,7	126,6	128,4	1,3	0,9
$a_{10}$	-0,02	-0,01	-48	-60,4	-27,5	-28,1	-0,09	-0,06
$a_{11}$		0	8,3	10,4	4,38	4,5	0,003	0,002
$a_{12}$	0	0	-1,02	-1,3	-0,5	-0,5	0	0
$a_{13}$	0	0	0,08	0,1	0,04	0,04	0	0
$a_{14}$	0	0	-0,004	-0,005	-0,002	-0,002	0	0
$a_{15}$	0	0	$9,2 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$	$3,6 \cdot 10^{-5}$	$3,8 \cdot 10^{-5}$	0	0

Таблица 2

$a_n$	Длина волны $\lambda$							
	8 мм		3,2 см		5,5 см		10 см	
	Гор. пол.	Вер. пол.	Гор. пол.	Вер. пол.	Гор. пол.	Вер. пол.	Гор. пол.	Вер. пол.
$a_0$	-86,8	-85,3	-98,1	-101,4	-115,9	-115,4	-121,7	-125,2
$a_1$	204,5	196,1	134,8	159,5	197,8	193,7	161,8	189,8
$a_2$	-253,2	-236,9	-111,6	-183,9	-297,1	-284,8	-185,6	-272,4
$a_3$	182,8	167,7	23,4	135,4	311,6	291,9	125,5	270,6
$a_4$	-72,7	-65,6	48,4	-55,3	-215,9	-198	-27,2	-175,4
$a_5$	15,5	13,9	-51,5	8,8	99,4	89,2	-24	74,1
$a_6$	-1,7	-1,5	24,2	1,8	-30,5	-26,8	23	-20,1
$a_7$	0,07	0,06	-6,4	-1,1	6,2	5,3	-9,4	3,3
$a_8$	0	0	0,98	0,2	-0,8	-0,7	2,2	-0,3
$a_9$	0	0	-0,08	-0,02	0,06	0,05	-0,3	0,001
$a_{10}$	0	0	0,003	$7,1 \cdot 10^{-4}$	-0,002	-0,002	0,02	0,002
$a_{11}$	0	0	0	0	0	0	$-7,4 \cdot 10^{-4}$	$-9,3 \cdot 10^{-5}$

### ЭПР полидисперсной среды

В случае полидисперсной среды, когда объем заполнен частицами разных размеров, его ЭПР записывается в приближении некогерентного рассеяния в виде

$$\sigma_0(\lambda) = N_T \int_0^{\infty} \sigma_p(D, \lambda) F(D) dD, \quad (7)$$

где  $\sigma_0(\lambda)$  – удельное значение ЭПР ( $\text{мм}^2/\text{м}^3$ ),  $N_T$ , ( $\text{м}^{-3}$ ) – концентрация капель (количество частиц в единичном объеме),  $\sigma_p$  – ЭПР отдельной капли ( $\text{мм}^2$ ),  $F(D) = \frac{N(D)}{N_T}$  – закон распределения частиц по размерам  $D = 2r_3$ , ( $\text{мм}^{-1}$ ),  $N(D)$  – количество частиц в единице объема с размерами от  $D$  до  $D + \Delta D$ .

В настоящее время широко используется гамма-распределение в виде [16]

$$F(D) = \frac{D^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)\beta^{\alpha+1}} \exp\left(-\frac{D}{\beta}\right), \quad D > 0, \quad (8)$$

где  $\alpha$ ,  $\beta$  – параметры распределения. При этом общее количество частиц в единичном объеме  $N_T = \int_0^{\infty} N(D) dD = N_0 \Gamma(\alpha+1) \beta^{\alpha+1}$  определяется с помощью параметра  $N_0$ . Для проведе-

ния численного моделирования ЭПР полидисперсной среды несферических капель дождя в данной работе использована эмпирическая зависимость параметров гамма-распределения (микроструктурных параметров распределения) от интенсивности дождя [17] полученная в результате статистической обработки большого количества экспериментальных данных контактных измерений

$$\alpha = 3.8I^{-0.42}, \quad \beta = 0.148I^{0.38}, \quad N_0 = N_T \frac{\beta^{-(\alpha+1)}}{\Gamma(\alpha+1)} \quad (9)$$

где  $N_T = 495,5 [1 - \exp(-I/3,17)]$  согласно рекомендациям работы [11].

### Результаты численного анализа

Рассмотрим электромагнитное рассеяние полидисперсной средой эллипсоидальных капель с использованием традиционного приближения капель сферической формы, которые, в данном случае, рассматриваются как капли сферической формы эквивалентного объема  $V_{\text{сф}} = V_{\text{эл}}$  со среднекубическим радиусом  $r_{\text{сф}} = \sqrt[3]{3V_{\text{эл}}/4\pi}$ , где  $V_{\text{эл}}$  – объем эллипсоидальной капли. Параметры эллипсоида, в зависимости от среднекубического радиуса, находятся с использованием выражений (2) – (3), а микроструктурные характеристики дождя – в соответствии с (9). На рис. 2 приведены зависимости удельной ЭПР ( $\text{дБ}$  относительно  $1 \text{ мм}^2/\text{м}^3$ ) от интенсивности осадков ( $\text{мм}/\text{ч}$ ) для горизонтальной поляризации (НН, рис. 2, а) и вертикальной поляризации (VV, рис. 2, б) на длинах волн  $\lambda=0,8 \text{ см}$ ,  $3,2 \text{ см}$ ,  $5,5 \text{ см}$  и  $10 \text{ см}$ .

Как видно, в случае полидисперсной среды зависимость удельной ЭПР от интенсивности носит монотонный характер без резонансных явлений в коротковолновой части СВЧ-диапазона ( $\lambda=0,8 \text{ см}$ ), которые отмечались при рассеянии на одиночных каплях в работе [13].

Этот эффект объясняется усредняющим действием полидисперсной среды, которая состоит из капель различных размеров и вклад капель резонансного размера ( $2r_3 \approx 4 \text{ мм}$ ) с учетом распределения капель по размерам (8) достаточно мал.

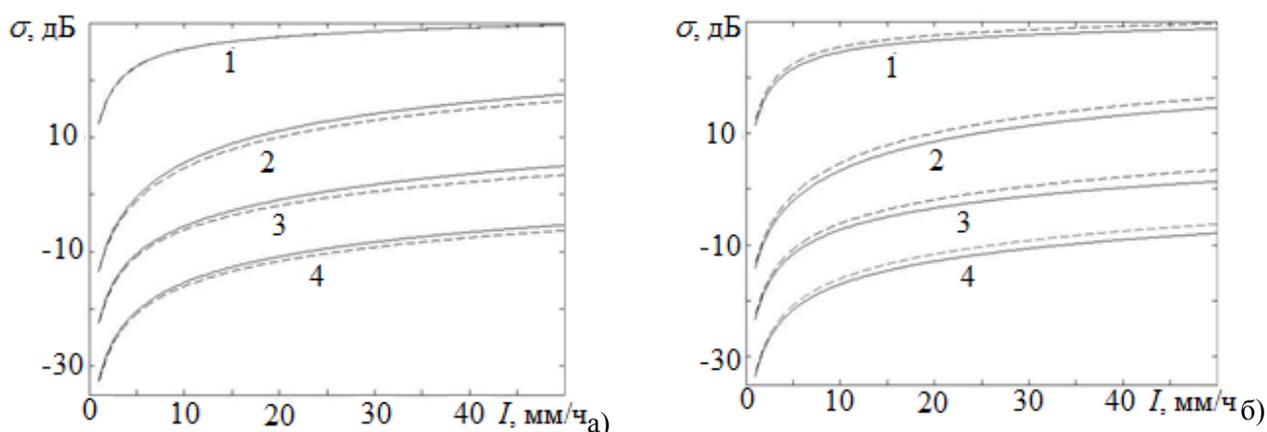


Рис. 2. Зависимость ЭПР полидисперсной среды эллипсоидальных капель от интенсивности осадков в приближении капель сферической формы для НН (а) и VV (б) поляризаций (сплошные кривые – метод моментов, пунктир – приближение сферических капель, кривые 1, 2, 3 и 4 –  $\lambda=0,8$  см; 3,2 см; 5,5 и 10 см соответственно)

Чтобы оценить разницу между приближенными и строгими расчетами для дождей большой интенсивности до  $I=50$  мм/ч, где вклад крупных капель максимален, в табл. 3 приведены значения погрешности вычисления ЭПР в приближении сферических капель относительно расчетов с использованием метода моментов  $\Delta\sigma = \sigma_{\text{ММ}} - \sigma_{\text{сф}}$  для интенсивности дождя  $I=50$  мм/ч.

Таблица 3

$\Delta\sigma$ , ЭПР, дБ							
$\lambda=0,8$ см		$\lambda=3,2$ см		$\lambda=5,5$ см		$\lambda=10$ см	
НН	VV	НН	VV	НН	VV	НН	VV
-0,03	-0,95	1,17	-1,75	1,57	-2,07	0,98	-1,6

Как видно, благодаря усредняющему действию полидисперсной среды, разница между строгими и приближенными вычислениями незначительна даже для дождей большой интенсивности ( $I=50$  мм/ч). Кроме того, результаты строгого расчета ЭПР для НН поляризации превышают данные для приближенных вычислений, т.к. горизонтальный размер эллипсоида заметно превышает среднекубический диаметр эквивалентной сферической капли. В то же время для VV поляризации имеет место обратная тенденция: результаты приближенных вычислений превышают данные строгих расчетов, т.к. вертикальный размер эллипсоида заметно меньше среднекубического диаметра эквивалентной сферической капли. При этом указанная закономерность нарушается для длины волны 8 мм, где для НН поляризации ЭПР приближенных вычислений превышает данные строгого расчета, так как для дождей большой интенсивности характерно наличие большого количества крупных капель, для которых в диапазоне  $\lambda=0,8$  см характерно резонансное рассеяние.

Указанный фактор также приводит, на первый взгляд, к неожиданному результату, когда разница между приближенными и строгими данными  $\Delta\sigma = \sigma_{\text{ММ}} - \sigma_{\text{сф}}$  в миллиметровом диапазоне для НН поляризации (0,03 дБ) существенно меньше, чем для длинноволнового диапазона, где она достигает 1,6 дБ ( $\lambda=5,5$  см). Это также характерно и для VV поляризации, хотя при  $\lambda=0,8$  см ( $|\Delta\sigma| \leq 0,95$  дБ) разница не столь существенная ( $\Delta\sigma \leq 2,07$  дБ для  $\lambda=5,5$  см). В настоящее время не представляется возможным объяснить отмеченные несоответствия с ожидаемым поведением расчетных зависимостей – чем короче длина волны – тем сильнее приближенные данные отличаются от строгого решения. Тем не менее, при использовании рассматриваемого приближения, отмеченные закономерности следует учитывать при практических вычислениях.

Также представляют интерес результаты вычисления удельной ЭПР полидисперсной среды эллипсоидальных капель при использовании приближения дипольного рассеяния [10], которое, в ряде случаев, позволяет получить удовлетворительное согласие со строгими данными для одиночных капель [13]. На рис. 3 приведены результаты сравнения строгого расчета (сплошные кривые) и приближения дипольного рассеяния (пунктир) для полидисперсной среды (НН поляризация – рис. 3, а, VV поляризации – рис. 3, б,  $\lambda=0,8$  см, 3,2 см, 5,5 см и 10 см – кривые 1, 2, 3 и 4 соответственно).

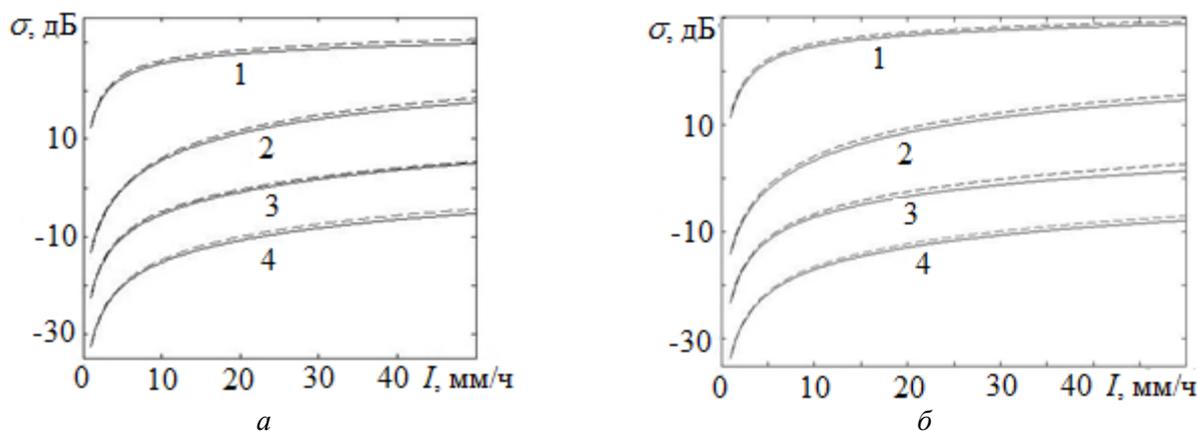


Рис. 3. Зависимость ЭПР полидисперсной среды эллипсоидальных капель от интенсивности осадков в приближении дипольного рассеяния для НН (а) и VV (б) поляризаций (сплошные кривые – метод моментов, пунктир – приближение дипольного рассеяния, кривые 1, 2, 3 и 4 –  $\lambda=0,8$  см; 3,2 см; 5,5 и 10 см соответственно)

Для оценки погрешности приближенных вычислений в случае дождей большой интенсивности ( $I=50$  мм/ч), в табл. 4 приведены значения разности ЭПР в приближении дипольного рассеяния и согласно метода моментов  $\Delta\sigma = \sigma_{\text{ММ}} - \sigma_{\text{ДР}}$ .

Таблица 4

$\Delta\sigma$ , ЭПР, дБ							
$\lambda=0,8$ см		$\lambda=3,2$ см		$\lambda=5,5$ см		$\lambda=10$ см	
НН	VV	НН	VV	НН	VV	НН	VV
-0,87	-0,57	-0,9	-0,91	-0,37	-1,3	-0,9	-0,8

В отличие от предыдущего рассмотрения, когда разность между приближенными и строгими вычислениями носит знакопеременный характер, в данном случае данные, полученные в приближении дипольного рассеяния, всегда превышают значения строгих расчетов. Однако, несмотря на то, что погрешность приближенных вычислений, в данном случае, заметно меньше чем в приближении сферических капель ( $<1,5$  дБ), поведение полученных зависимостей также отличается от ожидаемого. В частности, дифференциальное значение ЭПР (разность между ЭПР на НН и VV поляризациях) имеет знакопеременный характер: в коротковолновой части СВЧ-диапазона ЭПР для НН поляризации больше значения ЭПР чем для VV поляризации, однако в диапазоне  $\lambda=5,5$  см ситуация меняется на обратную ( $\sigma_{\text{НН}} < \sigma_{\text{VV}}$ ), что противоречит физически очевидной картине. Тем не менее, в длинноволновой части диапазона ( $\lambda=10$  см) дифференциальное значение ЭПР качественно соответствует ожидаемым результатам ( $\sigma_{\text{НН}} > \sigma_{\text{VV}}$ ). Судя по всему, отмеченные отклонения объясняются приближенным характером вычислений, хотя, даже в случае ливневых дождей ( $I \approx 50$  мм/час), погрешность вычислений не превышает 1,5 дБ, что, безусловно, важно для проведения практических расчетов. Таким образом, сравнение с предыдущими вычислениями (табл. 3) показывает, что приближение дипольного рассеяния обеспечивает заметно лучшую точность, чем приближение капель сферической формы для ортогональных поляризаций падающего поля.

Рассмотрим также результаты сравнения данных вычислений ЭПР полидисперсной среды в виде капель Пруппахера – Питтера в приближении капель сферической формы. Как показано в работе [18], для одиночных капель рассмотренные выше приближенные методы обеспечивают несколько худшее согласие со строгими данными, чем в случае эллипсоидальных капель. В случае же полидисперсной среды сравнение с данными строгих вычислений показывает, что усложнение формы капель не приводит к заметному увеличению погрешности вычислений. В частности, на рис. 4, *а* приведены результаты вычислений для НН поляризации, а на рис. 4, *б* – для VV поляризации в диапазонах длин волн  $\lambda=0,8$  см, 3,2 см, 5,5 и 10 см.

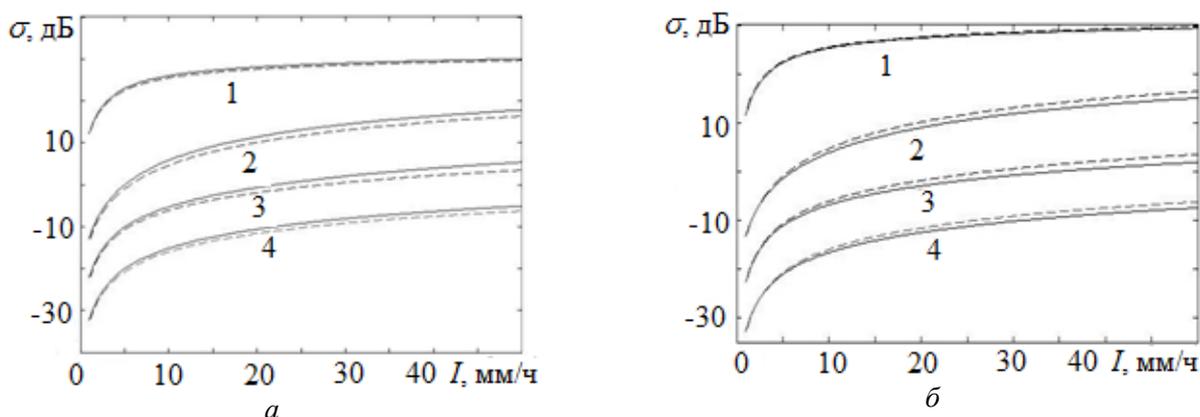


Рис. 4. Зависимость ЭПР полидисперсной среды капель Пруппахера-Питтера от интенсивности осадков в приближении капель сферической формы для НН (*а*) и VV (*б*) поляризаций (сплошные кривые – строгие вычисления, пунктир – приближение сферических капель, кривые 1, 2, 3 и 4 соответствуют-  $\lambda=0,8$  см; 3,2 см; 5,5 и 10 см)

При этом в табл. 5 приведена погрешность вычисления ЭПР в приближении сферических капель относительно метода моментов  $\Delta\sigma = \sigma_{\text{ММ}} - \sigma_{\text{сф}}$  для интенсивности дождя  $I=50$  мм/ч.

Таблица 5

$\Delta\sigma$ , ЭПР, дБ							
$\lambda=0,8$ см		$\lambda=3,2$ см		$\lambda=5,5$ см		$\lambda=10$ см	
НН	VV	НН	VV	НН	VV	НН	VV
0,35	-0,33	1,44	-1,31	1,89	-1,6	1,16	-1,2

Как видно, разница между строгими и приближенными вычислениями такого же порядка, как и для эллипсоидальных капель, несмотря на большую интенсивность дождя ( $I = 50$  мм/ч). При этом приближенные вычисления на НН поляризации всегда превышают значения, полученные строгим методом, а для VV поляризации – всегда меньше строгих данных. Однако, как и ранее, приближенные вычисления в коротковолновой части СВЧ-диапазона ( $\lambda=0,8$  см) отличаются заметно лучшей точностью ( $|\Delta\sigma| < 0,35$  дБ), чем в более длинноволновом участке ( $\lambda \geq 3$  см), где погрешность достигает  $|\Delta\sigma|=1,9$  дБ. Этот факт также не имеет физического обоснования и может быть объяснен приближенным характером вычислений. Тем не менее, абсолютные значения погрешности  $|\Delta\sigma| < 2$  дБ в некоторых случаях оправдывают применение приближения сферических капель для расчета ЭПР капель Пруппахера – Питтера даже для дождей большой интенсивности.

Продолжая анализ приближенных методов расчета электромагнитного рассеяния несферическими частицами, рассмотрим результаты вычисления удельной ЭПР полидисперсной среды капель Пруппахера – Питтера в приближении дипольного рассеяния [10]. На рис. 5 приведены результаты сравнения строгого расчета (сплошные кривые) и приближения дипольного рассеяния (пунктир), причем случай НН поляризации показан на рис. 5, *а*, а на рис. 5, *б* – для VV поляризации в диапазонах длин волн  $\lambda=0,8$  см, 3,2 см, 5,5 и 10 см.

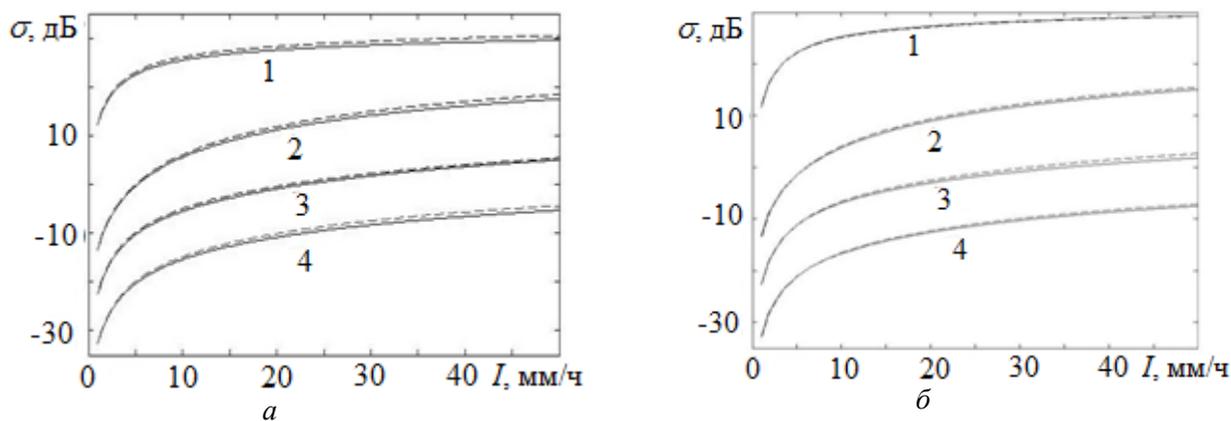


Рис. 5. Зависимость ЭПР полидисперсной среды капель Пруппахера-Питтера от интенсивности осадков в приближении дипольного рассеяния для HH (а) и VV (б) поляризаций (сплошные кривые – строгий расчет, пунктир – приближение дипольного рассеяния, кривые 1, 2, 3 и 4 соответствуют  $\lambda = 0,8$  см; 3,2 см; 5,5 и 10 см)

Как показывает анализ, использование приближения дипольного рассеяния вполне оправдано даже для дождей значительной интенсивности – до 20 мм/ч, что заметно лучше, чем в случае частиц эллипсоидальной формы. В то же время, для оценки разницы между приближенными и строгими расчетами для дождей большой интенсивности  $I = 50$  мм/ч, в табл. 6 приведена погрешность вычисления ЭПР в приближении дипольного рассеяния.

Таблица 6

$\Delta\sigma$ , ЭПР, дБ							
$\lambda = 0,8$ см		$\lambda = 3,2$ см		$\lambda = 5,5$ см		$\lambda = 10$ см	
HH	VV	HH	VV	HH	VV	HH	VV
-0,49	0,05	-0,63	-0,47	-0,06	-0,82	-0,74	-0,45

Как и в случае эллипсоидальных частиц, вычисления ЭПР в приближении дипольного рассеяния для капель Пруппахера – Питтера всегда превышают значения строгих расчетов. Однако, погрешность приближенных вычислений ( $|\Delta\sigma| < 1$  дБ) заметно меньше, чем в случае эллипсоидальных капель (табл. 4), несмотря на усложнение формы капель. Тем не менее, разница между приближенными и строгими данными носит немонотонный характер, что также отличается от ожидаемого поведения. В частности, зависимость дифференциального значения ЭПР (разность ЭПР на HH и VV поляризациях) имеет знакопеременный характер: в коротковолновой части СВЧ-диапазона ЭПР на HH поляризации превышает ЭПР на VV поляризации, в диапазоне  $\lambda = 5,5$  см ситуация меняется на обратную ( $\sigma_{HH} < \sigma_{VV}$ ), что противоречит физически очевидной картине, а в длинноволновой части диапазона ( $\lambda = 10$  см) дифференциальное значение ЭПР качественно соответствует ожидаемым результатам ( $\sigma_{HH} > \sigma_{VV}$ ). Можно лишь предположить, что, как и в предыдущих случаях, физически неочевидное поведение результатов вычислений объясняется их приближенным характером, хотя даже в случае интенсивных дождей, погрешность вычислений не превышает 1 дБ. Это, несомненно, позволяет использовать при практических расчетах приближение дипольного рассеяния даже для дождей большой интенсивности. Более того, сравнение с данными табл. 4 показывает, что приближение дипольного рассеяния обеспечивает заметно лучшую точность, чем приближение капель сферической формы для обеих поляризаций падающего поля. Данные, полученные для дождей большой интенсивности ( $\approx 50$  мм/ч), имеют ограниченное применение, т.к. дожди подобной интенсивности достаточно редко встречаются в средней полосе территории Европы (вероятность выпадения  $\leq 0,01\%$ ). Поэтому представляет интерес сравнение данных приближенных и строгих вычислений при ограничении максимальной погрешности, когда, например, погрешность приближенных вычислений не превышает 0,5 дБ ( $\leq 10\%$ ).

На рис. 6, *a* приведена максимально возможная интенсивность дождя для указанной погрешности в зависимости от рабочей длины волны для полидисперсной среды эллипсоидальных капель и НН поляризации падающего поля (кривая 1 – приближение сферических капель, кривая 2 – приближение дипольного рассеяния).

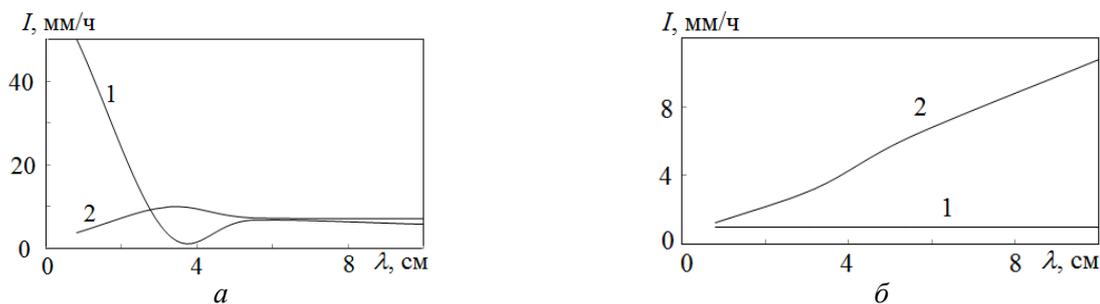


Рис. 6. Зависимость интенсивности жидких осадков в виде эллипсоидальных капель от длины волны для НН (*a*) и VV (*б*) поляризаций (кривая 1 – приближение сферических капель, кривая 2 – приближение дипольного рассеяния)

Как видно, приближение сферических капель для НН поляризации в диапазоне длин волн  $\lambda \leq 1$  см обеспечивает требуемую точность во всем диапазоне интенсивности дождя, что выше было отмечено как неожиданный результат приближенного метода (табл. 3 и 5). Однако для VV поляризации (рис. 6, *б*, кривая 1 – приближение сферических капель, кривая 2 – приближение дипольного рассеяния) возможности приближения капель сферической формы исчерпываются дождями малой интенсивности  $\leq 1$  мм/ч, что говорит о непригодности данного приближения для высокоточных расчетов. В то же время, приближение дипольного рассеяния (кривые 2) обеспечивают необходимую точность в диапазоне длин волн  $\lambda \geq 5$  см для дождей умеренной интенсивности ( $I \leq 6$  мм/ч), что говорит в пользу использования приближения дипольного рассеяния.

На рис. 7, *a* приведены аналогичные данные для полидисперсной среды капель Пруппахера – Питтера и НН поляризации падающего поля (кривая 1 – приближение сферических капель, кривая 2 – приближение дипольного рассеяния).

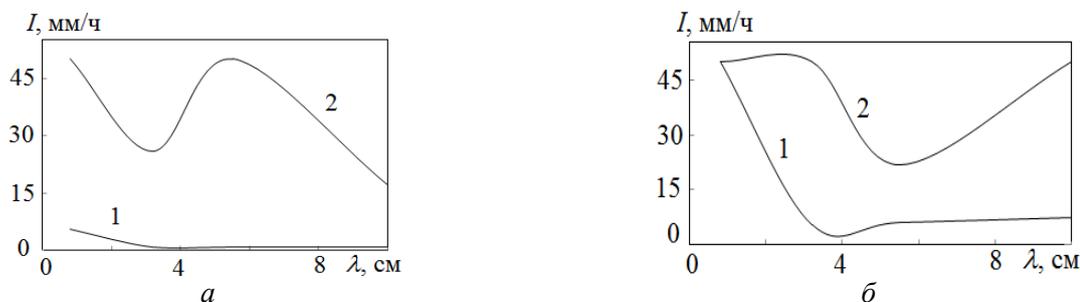


Рис. 7. Зависимость интенсивности жидких осадков в виде капель Пруппахера – Питтера от длины волны для НН (*a*) и VV (*б*) поляризаций (кривая 1 – приближение сферических капель, кривая 2 – приближение дипольного рассеяния)

Как и в случае приближения сферических капель, поведение зависимости для НН поляризации (рис. 7, *a*, кривая 1) в коротковолновой части СВЧ-диапазона ( $\lambda \leq 1$  см) похоже на предыдущий случай приближения сферических капель (рис. 6, *a*, кривая 1). В то же время, в отличие от эллипсоидальных капель (рис. 6, *б*, кривые 1, 2), оба типа приближений для среды капель Пруппахера – Питтера дают удовлетворительные результаты во всем диапазоне интенсивности дождей ( $I \leq 50$  мм/ч) и для НН и VV поляризаций (рис. 7, *б*, кривые 1, 2). Кроме того, следует отметить, что приближение дипольного рассеяния (рис. 7, *a*, *б*, кривые 2) позволяет обеспечить необходимую точность во всем диапазоне длин волн ( $\lambda = 0,8 \div 10$  см) и для достаточно интенсивных дождей ( $I \leq 20$  мм/ч). Тем не менее, как и ранее, неожиданным является ухудшение точности вычислений с ростом длины волны для НН поляризации, что, в настоящее время, может быть объяснено только приближенным характером вычислений.

Таким образом, несмотря на более сложную форму капель Пруппахера – Питтера, дипольное приближение обеспечивает вполне приемлемую точность вычислений, хотя в случае, когда погрешность приближенных вычислений не удовлетворяет сформулированным требованиям, следует использовать аппроксимацию данных строгого расчета для ЭПР одиночных капель.

### Выводы

1. Зависимость удельной ЭПР от интенсивности дождя для полидисперсной среды носит монотонный характер и не содержит резонансов в коротковолновой части СВЧ-диапазона ( $\lambda=0,8$  см), что объясняется усредняющим действием полидисперсной среды.

2. Показано, что разница между строгим расчетом и вычислениями в приближении капель сферической формы для эллипсоидальных капель незначительна ( $|\Delta\sigma| < 2$  дБ) даже для дождей большой интенсивности ( $I \leq 50$  мм/ч).

3. Погрешность вычисления ЭПР эллипсоидальных капель в приближении дипольного рассеяния меньше, чем при использовании приближения сферических капель ( $< 1,5$  дБ).

4. Погрешность вычисления ЭПР полидисперсной среды капель Пруппахера – Питтера в приближении капель сферической формы такого же порядка, как и для эллипсоидальных капель. При этом приближенные вычисления для НН поляризации всегда превышают значения строгих вычислений, а для VV поляризации – всегда меньше.

5. Погрешность вычисления ЭПР капель Пруппахера – Питтера в приближении дипольного рассеяния заметно меньше ( $|\Delta\sigma| < 1$  дБ), чем в случае эллипсоидальных капель, несмотря на более сложную форму капель.

6. Приближение дипольного рассеяния при расчете ЭПР капель Пруппахера – Питтера обеспечивает точность не хуже  $|\Delta\sigma| < 0,5$  дБ во всем диапазоне длин волн ( $\lambda=0,8-10$  см) для достаточно интенсивных дождей ( $I \leq 20$  мм/ч, вероятность выпадения 0,025 %), несмотря на более сложную форму капель.

**Список литературы:** 1. *Mott H.*, Remote sensing with polarimetric radar – John Wiley & Sons, Canada, 2007. – 309 p. 2. *Ван-де-Хюлст Г.*, Рассеяние света малыми частицами : пер. с англ. ; под ред. В.В. Соболева. – М. : Изд-во иностр. лит., 1961. – 536 с. 3. *Jones D.M.A.*, The shape of raindrops // *J. Meteor.*, 16, pp. 504 – 510, 1959. 4. *Pruppacher H. R., Beard K. V.*, A wind tunnel investigation of the internal circulation and shape of water drops falling at terminal velocity in air // *Quart. J. Met. Soc.*, vol. 96, pp.247-256, Apr. 1970. 5. *Pruppacher H. R., Pitter R.L.*, A semi-empirical determination of the shape of cloud and rain drops// *Journal of the atmospheric sciences*, vol. 28, pp. 86-94, 1971. 6. *Oguchi T.*, Rain depolarization studies at centimeter and millimeter wavelengths: theory and measurement// *Journal of the Radio Research Laboratories*, vol. 22, pp. 165-211, 1975. 7. *Озымти Т.* Распространение и рассеяние электромагнитных волн в дожде и других гидрометеорах // ТИИЭР. – 1983. – Т. 71, №9. – С. 6-65. 8. *Kanellopoulos S. A., Panagopoulos A. D., Kanellopoulos J. D.* Calculation of electromagnetic scattering from a Pruppacher-Pitter raindrop using M.A.S. and slant path rain attenuation prediction // *International Journal of Infrared and Millimeter waves*, vol. 26, № 12, 2005, pp. 1783 – 1802. 9. *Le-Wei Li, Tat-Soon Yeo, Pang-Shyan Kooi.* An efficient calculation approach to evaluation of microwave specific attenuation // *IEEE Transaction on antennas and propagation*. – 2000, vol. 48, №8. – P. 1220 – 1229. 10. *Шуляцкий А. Б.*, Радиолокационное измерение интенсивности и некоторых других характеристик осадков. – М. : Гидрометеоздат, 1960. – 119 с. 11. *Линкова А. М.*, Использование микроструктурных параметров для обработки данных двухчастотного измерения интенсивности дождя // *Радиофизика и электроника*. – 2011. – Т. 2 (16), №1. – С. 33 – 38. 12. *Войтович О.А.* Двухчастотное профилирование параметров дождя // *Радиофизика и электроника*. – 2011. – Т. 2 (16), № 3. – С. 51 – 60. 13. *Веселовская А. Б.* Вычисление эффективной поверхности рассеяния несферических капель дождя (в печати). 14. *Gunn R., Kinzer G.D.* The terminal velocity of fall for water droplets in stagnant air // *J. Meteor.*, vol. 6, 1949, pp.243 – 248. 15. *Довиак Р.* Доплеровские радиолокаторы и метеорологические наблюдения : пер. с англ. ; под ред. Черникова А.А – Л. : Гидрометеоздат, 1988. – 509 с. 16. *Haddad Z. S., Durden S.L., Im E.*, Parameterizing the raindrop distribution // *J. Appl. Meteor.*, vol. 35, pp. 3-13, 1996. 17. *Литвинов И.В.* Структура атмосферных осадков. – Л. : Гидрометеоздат, 1974. – 153 с. 18. *Veselovska G. B.* Comparison of Rigorous and Approximate Calculations of Electromagnetic Scattering by Nonspherical Particles [Электронный ресурс] / 13th Kharkiv Young Scientists Conference on Radiophysics, Electronics, Photonics and Biophysics. – Kharkiv, 2013.

ИРЭ им. А.Я. Усикова НАНУ

Поступила в редколлегию 15.03.2014