

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ РЕСУРСАМИ ОПТИЧЕСКОЙ СЕТИ

Задача повышения эффективности телекоммуникационной сети была и остается актуальной как для операторов связи, так и для производителей телекоммуникационного оборудования. Стремление к повышению скоростей передачи, количества обслуживаемых абонентов и качества их обслуживания (Quality of Service, QoS) наряду с экономией капитальных и эксплуатационных затрат привело к тому, что на данный момент наиболее распространенным подходом к построению сетей практически всех уровней – от абонентских до магистральных – является использование протокола IP, функционирующего поверх оптической инфраструктуры. Причем доминирующая роль в оптических сетях принадлежит технологии плотного волнового мультиплексирования (Dense Wavelength-Division Multiplexing, DWDM), которая выгодно отличается высокими скоростями передачи (1; 2,5; 10; 40; 100 Гбит/с, в перспективе 400 Гбит/с и 1 Тбит/с) в сочетании в низкой удельной стоимостью, приходящейся на единицу передаваемых данных.

В то же время наметившийся переход от иерархии IP-over-SDH-over-DWDM к использованию IP поверх DWDM напрямую (IP-over-DWDM) породил ряд задач, связанных с взаимодействием маршрутизаторов IP с мультиплексорами DWDM и стыковкой принципиально разных телекоммуникационных технологий. Одной из них является задача отображения потоков IP-пакетов на оптические несущие DWDM, пропускные способности которых, как правило, намного превышают интенсивности передаваемых потоков. Данная задача известна в англоязычной литературе как traffic grooming, она заключается в совместном использовании одной оптической несущей несколькими IP-потоками и нацелена на повышение эффективности использования сетевых ресурсов [1].

Другая проблема связана собственно с архитектурой построения сети IP-over-DWDM. Традиционно при использовании оптической инфраструктуры связность IP-маршрутизаторов между собой соответствует связности соответствующих оптических мультиплексоров ввода/вывода (Optical Add-Drop Multiplexer, OADM) на уровне физической топологии (рис. 1). Для того чтобы два маршрутизатора на уровне IP были смежны, между соответствующими им на физическом уровне мультиплексорами должно быть установлено оптическое соединение. Традиционно оптические соединения устанавливаются между соседними мультиплексорами, в результате чего топология сети на уровне IP частично повторяет топологию оптической сети [2]. Затем в процессе функционирования посредством протоколов маршрутизации данная топология распознается, и на ее основании формируются маршруты передачи IP-пакетов. Например, в сети, представленной на рис. 1, а для передачи потока от маршрутизатора  $R_A$  к маршрутизатору  $R_F$  предполагается использование маршрута  $R_A-R_B-R_E-R_F$ . Однако, если принять во внимание нижележащую оптическую инфраструктуру, маршрут, по которому будет передан трафик, в действительности выглядит как  $R_A-OADM_A-OADM_B-R_B-OADM_B-OADM_E-R_E-OADM_E-OADM_F-R_F$ , где каждый компонент вносит дополнительную задержку и повышает результирующую вероятность ошибок. Снизить количество промежуточных шагов в маршруте призван подход, отображенный на рис. 1, б. В его основе лежит идея «обхода» IP-маршрутизаторов и создания оптических соединений (или, используя терминологию оптических сетей, – установления световых путей) между определенными парами мультиплексоров на уровне оптики. Создание таких соединений эквивалентно установлению отношений смежности между соответствующими маршрутизаторами, т.е. логических связей на IP уровне, множество которых формирует т.н. виртуальную топологию IP-сети.

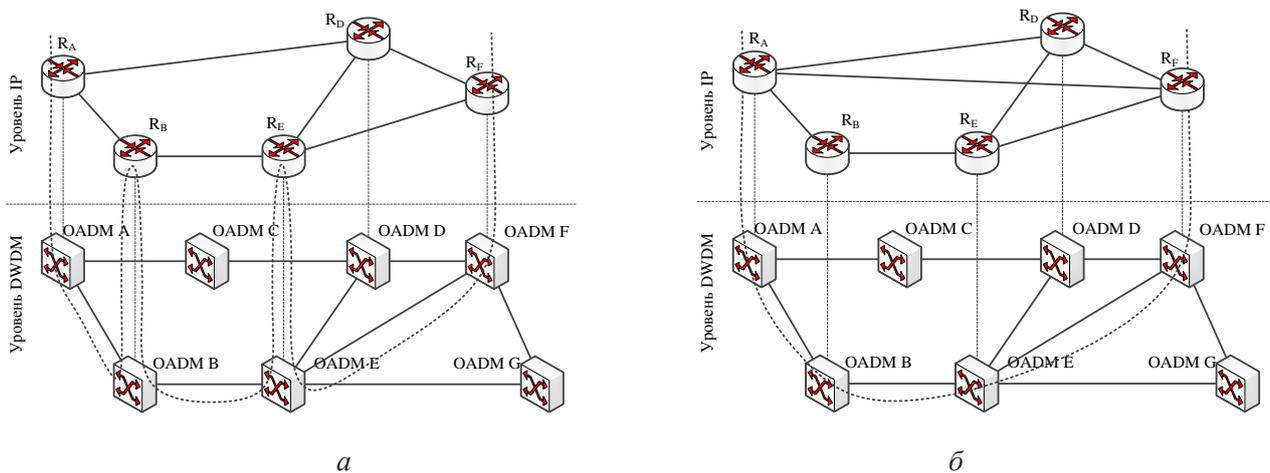


Рис. 1

Таким образом, в рамках сетей IP-over-DWDM актуальными являются задачи установления путей в оптической сети и назначения вдоль них оптических несущих, а также отображения IP-поток на эти несущие с соблюдением этим требований данных потоков к качеству их обслуживания. Фактически имеем задачу распределения ресурсов оптической сети, т.е. управления ее несущими, общее число которых ограничено технологическими возможностями. Тесная взаимосвязь задач создания виртуальной топологии и передачи потоков трафика по ней не позволяет рассматривать их по отдельности. Более того, в литературе показано, что перечисленные задачи должны решаться совместно, или, как минимум, согласованно, что обеспечивает максимально эффективное использование сетевых ресурсов.

Описанные в литературе подходы, как правило, формулируют задачу управления ресурсами оптической сети в виде задачи целочисленного линейного программирования, где в качестве объектов управления выступают оптические несущие, световые пути и маршруты передачи трафика, для каждого из которых вводится свой тип управляющих переменных. При этом зачастую показатели качества обслуживания сетевого уровня, регламентированные рекомендацией Y.1540, либо не учитываются, либо учитываются не в полной мере. Например, в [3] предлагается эвристический алгоритм для решения задачи управления по критерию минимума средней по сети задержки передачи пакета, оцениваемой с использованием теории массового обслуживания; в работе [4] для учета надежности каналов для каждого из них вводится коэффициент, который равен 1, если уровень ошибок BER в данном канале отвечает заданным требованиям, в противном случае – коэффициент устанавливается равным нулю, исключая тем самым канал из рассмотрения. В целом межконцевое (end-to-end) качество обслуживания, а тем более по совокупности показателей и с учетом их взаимного влияния в рамках известных моделей не фигурирует. Другой недостаток известных подходов связан с используемым математическим аппаратом. Целочисленное линейное программирование основано на системе линейных уравнений, описывающих закон сохранения потока, ограниченность числа оптических несущих и их физическую природу, но не отражающих динамику поступающего в сеть трафика и соответствующей реакции сети.

Таким образом, актуальной является задача разработки математической модели сети IP-over-DWDM, обеспечивающей учет динамического характера поступающих в сеть IP-поток и межконцевого качества их обслуживания, что позволит сформулировать задачу управления ресурсами оптической сети как задачу оптимального управления.

С этой целью воспользуемся подходом представления моделируемой телекоммуникационной системы в пространстве состояний, где в качестве переменных состояния будут выступать величины текущей загрузки очередей на маршрутизаторах сети IP-over-DWDM  $x_{i,j}^a(k)$ . Переменные  $x_{i,j}^a(k)$  отражают объем данных, которые находятся на  $i$ -м

маршрутизаторе  $R_i^a$ , принадлежащем  $a$ -й виртуальной топологии, и предназначены для передачи  $j$ -му маршрутизатору  $R_j^a$  в рамках этой же топологии в момент времени  $t_k$ . Введение индекса виртуальной топологии  $a$  связано с тем, что в общем случае поверх одной оптической сети DWDM может быть развернуто несколько сетей на уровне IP, претендующих на совместное использование оптических несущих.

Специфика использования оптической инфраструктуры, в отличие от ранее известных приложений модели в пространстве состояний для решения телекоммуникационных задач [5], требует введения нескольких типов переменных управления. Управляющие переменные  $b_{i,j}^a(k)$  указывают на пропускную способность виртуального (логического) соединения, установленного между маршрутизаторами  $R_i^a$  и  $R_j^a$  на оптическом уровне и образующего между ними прямой канал в  $a$ -й виртуальной топологии. Переменная  $u_{i,l}^{a,j}(k)$ , также являющаяся управляющей, определяет порядок использования данных каналов для маршрутизации IP-поток и указывает на долю пропускной способности канала  $(i,l)$  в  $a$ -й топологии, выделяемую в момент времени  $t_k$  для передачи потока с адресом  $R_j^a$ .

Тогда динамику смены состояний  $a$ -й сети IP-over-DWDM можно представить в виде системы неавтономных уравнений:

$$x_{i,j}^a(k+1) = x_{i,j}^a(k) - \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^{N_a^r} b_{i,l}^a(k) \cdot \Delta t \cdot u_{i,l}^{a,j}(k) + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq i,j}}^{N_a^r} b_{m,i}^a(k) \cdot \Delta t \cdot u_{m,i}^{a,j}(k) + y_{i,j}^a(k), \quad (1)$$

где  $i, j = \overline{1, N_a}$ ,  $i \neq j$ ;  $a = \overline{1, N^v}$ ;  $N^v$  – число виртуальных топологий, создаваемых поверх сети DWDM;  $N_a^r$  – количество маршрутизаторов в  $a$ -й IP-сети;  $y_{i,j}^a(k) = \zeta_{i,j}^a(k) \Delta t$  – объем нагрузки, поступающей в момент времени  $t_k$  на маршрутизатор  $R_i^a$  и предназначенной для передачи маршрутизатору  $R_j^a$ ;  $\zeta_{i,j}^a(k)$  – интенсивность поступающей нагрузки, которая определяется как суммарная интенсивность потоков абонентов, подключенных к маршрутизатору  $R_i^a$ , с адресом получателя, находящимся в подсети маршрутизатора  $R_j^a$ .

На переменные  $x_{i,j}^a(k)$  и  $u_{i,l}^{a,j}(k)$ , относящиеся к уровню IP, исходя из их физического смысла и ограниченности ресурсов  $a$ -й виртуальной топологии (размера буферов очередей на маршрутизаторах и пропускной способности каналов между ними), накладываются ограничения:

$$0 \leq x_{i,j}^a(k) \leq x_{i,j}^{a \max}, \quad 0 \leq u_{i,l}^{a,j}(k) \leq 1, \quad \sum_{n=1}^{N_a^r} u_{i,l}^{a,n}(k) \leq 1, \quad (2)$$

где  $x_{i,j}^{a \max}$  – максимально допустимая длина очереди на маршрутизаторе  $R_i^a$  для трафика, адресованного маршрутизатору  $R_j^a$ .

Поскольку существующие механизмы формирования очередей зачастую позволяют перераспределять доступное буферное пространство между разными очередями, ограничения на переменные состояния (2) могут быть записаны в виде

$$0 \leq x_{i,j}^a(k), \quad \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^{N_a^r} x_{i,j}^a(k) \leq x_i^{a \max}, \quad (3)$$

где  $x_i^{a \max}$  – максимально допустимый объем буфера на маршрутизаторе  $R_i^a$ .

При управлении потоками пакетов на уровне IP наиболее сложным моментом является обеспечение требований к межконцевому качеству обслуживания по совокупности показателей QoS задаваемых, как правило, в виде требуемой интенсивности потока  $\lambda^{\langle mp\delta \rangle}$ , допустимой межконцевой средней задержки  $\tau_{\langle don \rangle}$  и вероятности потерь пакетов  $p_{\langle don \rangle}$ . С целью комплексного выполнения данных требований введем в модель условие, полученное в рамках тензорного моделирования телекоммуникационных систем [6]:

$$\lambda^{\langle mp\delta \rangle} (1 - p_{\langle don \rangle}) \leq G_{\pi\eta}^{\langle 4,2 \rangle} \left[ G_{\pi\eta}^{\langle 4,4 \rangle} \right]^{-1} \Lambda_{\eta-1} + \left( G_{\pi\eta}^{\langle 4,1 \rangle} - G_{\pi\eta}^{\langle 4,2 \rangle} \left[ G_{\pi\eta}^{\langle 4,4 \rangle} \right]^{-1} G_{\pi\eta}^{\langle 4,3 \rangle} \right) \tau_{\langle don \rangle}, \quad (4)$$

где  $\left\| \begin{array}{c|c} G_{\pi\eta}^{\langle 4,1 \rangle} & G_{\pi\eta}^{\langle 4,2 \rangle} \\ \hline G_{\pi\eta}^{\langle 4,3 \rangle} & G_{\pi\eta}^{\langle 4,4 \rangle} \end{array} \right\| = G_{\pi\eta}^{\langle 4 \rangle}$ ,  $G_{\pi\eta}^{\langle 4,1 \rangle}$  – первый элемент матрицы  $G_{\pi\eta}^{\langle 4 \rangle}$ ;

$\left\| \begin{array}{c|c} G_{\pi\eta}^{\langle 1 \rangle} & G_{\pi\eta}^{\langle 2 \rangle} \\ \hline G_{\pi\eta}^{\langle 3 \rangle} & G_{\pi\eta}^{\langle 4 \rangle} \end{array} \right\| = G_{\pi\eta}$ ,  $G_{\pi\eta}^{\langle 1 \rangle}$ ,  $G_{\pi\eta}^{\langle 4 \rangle}$  – квадратные подматрицы размера  $\mu \times \mu$  и  $\phi \times \phi$  соответственно;

$\mu$  и  $\phi$  – цикломатическое число и ранг виртуальной топологии, определяющие число ее базисных контуров и базисных узловых пар соответственно;  $G_{\pi\eta}$  – проекция метрического тензора сети  $G$  в системе координат ее контуров и узловых пар;  $\Lambda_{\eta-1}$  – вектор размера  $(\phi - 1)$ , элементы которого определяют для каждого отдельно взятого маршрутизатора суммарную по всем его интерфейсам интенсивность потерь пакетов (рассчитываются согласно принятой на маршрутизаторе политике отбрасывания пакетов [6]).

Заметим, что условие (4) должно быть записано для каждой пары адресатов в рамках каждой топологии; его выполнение гарантирует заданные численные значения QoS-показателей путем реализации многопутевой маршрутизации и распределения потоков между множеством используемых маршрутов на уровне IP. В выражении (4) с целью упрощения записи индексы, указывающие пару отправитель-получатель и номер виртуальной топологии, опущены. Составляющая основу выражения (4) проекция метрического тензора сети рассчитывается как

$$G_{\pi\eta} = A^t G_v A, \quad (5)$$

где  $A$  – матрица ковариантного координатного преобразования, всецело определяемая структурными свойствами сети (рассматриваемой  $a$ -й виртуальной топологии);  $G_v$  – диагональная матрица размера  $N_a^c \times N_a^c$ , представляющая собой проекцию метрического тензора сети  $G$  в системе координат ее ветвей (отдельных каналов);  $N_a^c$  – количество каналов в  $a$ -й IP-сети.

Элементы  $g_v^{ii}$  главной диагонали матрицы  $G_v$  отражают взаимосвязь между интенсивностью передаваемого потока в  $i$ -м канале с претерпеваемой при этом задержкой и пред-

ставляют собой функции от параметров канала, прежде всего его пропускной способности и интенсивности передаваемого по нему потока, которая с использованием ранее введенных обозначений формализуется как  $b_{m,j}^a(k) \sum_l u_{m,j}^{a,l}(k)$  при условии, что при одноиндексной записи  $i$ -й канал соответствует каналу  $(m, j)$  в двухиндексной записи. Подробно правила формирования матрицы ковариантного координатного преобразования и расчета элементов матрицы  $G_v$  описаны в работе [6].

Управляющие переменные  $b_{i,j}^a(k)$  отражают порядок распределения ресурсов оптической сети между всеми создаваемыми поверх нее виртуальными топологиями на уровне IP. Поскольку основным ресурсом при этом выступают оптические несущие, для возможности их распределения введем булевы переменные  $w_{i,j,a}^{l,m,n}(k)$ , принимающие единичное значение в случае использования  $l$ -й длины волны в оптическом тракте передаче  $(m,n)$ , т.е. между мультиплексорами  $OADM_m$  и  $OADM_n$ , для создания светового пути  $b_{i,j}^a(k)$ . Переменные  $w_{i,j,a}^{l,m,n}(k)$  подчиняются закону сохранения потока:

$$\sum_{\substack{n=1, \\ n \neq m}}^N \sum_{l=1}^{N_{m,n}^w} c^{l,m,n} w_{i,j,a}^{l,m,n}(k) - \sum_{\substack{r=1, \\ r \neq m}}^N \sum_{l=1}^{N_{r,m}^w} c^{l,r,m} w_{i,j,a}^{l,r,m}(k) = \begin{cases} b_{i,j}^a(k), & \text{если } m = i; \\ 0, & \text{если } m \neq i, j; \\ -b_{i,j}^a(k), & \text{если } m = j, \end{cases} \quad (6)$$

где  $c^{l,m,n}$  – пропускная способность  $l$ -й оптической несущей в тракте передаче  $(m,n)$ ;

$N_{m,n}^w$  – число оптических несущих в тракте передаче  $(m,n)$ ;  $N$  – число мультиплексоров в сети DWDM.

Так как количество оптических несущих в каждом тракте передачи ограничено, и каждая из них может быть использована лишь для установления одного соединения, имеем

$$\sum_{a=1}^{N^v} \sum_{i=1}^{N_a^r} \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^{N_a^r} \sum_{l=1}^{N_{m,n}^w} w_{i,j,a}^{l,m,n}(k) \leq N_{m,n}^w, \quad (7)$$

$$\sum_{a=1}^{N^v} \sum_{i=1}^{N_a^r} \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^{N_a^r} w_{i,j,a}^{l,m,n}(k) \leq 1. \quad (8)$$

Дополнительно может быть введено условие непрерывности длины волны, требующее использования одной оптической несущей вдоль всего светового пути, т.е. на промежуточных мультиплексорах смена длины волны в рамках одного светового пути запрещается:

$$w_{i,j,a}^{l,m,n}(k) = w_{i,j,a}^{l,r,m}(k). \quad (9)$$

Кроме того, во избежание разницы в задержках на оптическом уровне при использовании множества световых путей потребуем, чтобы использовались несущие, принадлежащие одному оптическому тракту передачи:

$$\sum_{l=1}^{N_{m,n}^w} w_{i,j,a}^{l,m,n}(k) = \begin{cases} 0, & \text{если оптический тракт передачи } (m,n) \text{ не используется;} \\ \sum_{\substack{q=1, \\ q \neq m}}^N \sum_{l=1}^{N_{m,q}^w} w_{i,j,a}^{l,m,q}(k), & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (10)$$

Численные значения управляющих переменных ( $w_{i,j,a}^{l,m,n}(k)$ ,  $b_{i,j}^a(k)$  и  $u_{i,l}^{a,j}(k)$ ) могут быть получены в ходе решения оптимизационной задачи, например,  $\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N_a^r} b_{i,j}^a(k) \cdot \Delta t \cdot u_{i,j}^{a,j}(k) \rightarrow \max$  при ограничениях (1) – (10). По своему физическому смыслу

данный критерий нацелен на максимизацию производительности сети, оцениваемой по объему успешно доставленного получателю трафика.

Предлагаемая математическая модель (1) – (10) содержит три типа управляющих переменных, связанных с назначением оптических несущих, формированием световых путей и распределения по ним IP-потоков. В результате выполнение сформированного комплекса ограничений обеспечивает совместное решение задач управления различными уровнями: управления IP-потоками на сетевом уровне и управления оптическими несущими на физическом. Такой подход, основанный на учете взаимопроникающего влияния различных уровней друг на друга (англ. «cross-layered»), в последние годы приобрел популярность при решении различных телекоммуникационных задач как в рамках оптических, так и в рамках беспроводных сетей, например, с целью оптимального распределения их частотно-временного ресурса. Это объясняется возможностью более полного учета различных факторов, оказывающих влияние на результирующую эффективность получаемого решения. С другой стороны, усложнение математического описания повышает требования к методам расчета численных значений управляющих переменных, и вероятно, потребует применения декомпозиционных принципов, что представляет собой предмет дальнейших исследований.

**Список литературы:** 1. *Traffic Grooming for Optical Networks. Foundations, Techniques, and Frontiers* / Edited by [Rudra Dutta](#), [Ahmed E. Kamal](#), [George N. Rouskas](#). Springer, 2008. 312 p. 2. *Hart G. Improving Network Efficiency with Digital Optical Networks*. Document Number A-NE-10.2010. Infinera Corporation, 2010. 8 p. 3. *Junichi Katou, Shin'ichi Arakawa, Masayuki Murata* A design method of logical topology for IP over WDM networks with stable routing // *Towards an Optical Internet: New Visions in Optical Network Design and Modelling* / Edited by Admela Jukan. Springer, 2001. P. 61 – 78. 4. *On the Design of Energy-Efficient Mixed-Line-Rate(MLR) Optical Networks* / Pulak Chowdhury, Massimo Tornatore, Avishek Nag [and other] // *Journal of lightwave technology*, Vol. 30, No. 1, 2012. P. 130 – 139. 5. *Поповский В.В., Лемешко А.В., Евсеева О.Ю.* Математические модели телекоммуникационных систем. Часть 1. Математические модели функциональных свойств телекоммуникационных систем [Электронный ресурс] // *Проблемы телекоммуникаций*. – 2011. – № 2 (4). – С. 3 – 41. Режим доступа до журн.: [http://pt.journal.kh.ua/2011/2/1/112\\_popovsky\\_functional.pdf](http://pt.journal.kh.ua/2011/2/1/112_popovsky_functional.pdf). 6. *Лемешко А.В., Евсеева О.Ю.* Тензорная модель многопутевой маршрутизации с гарантиями качества обслуживания одновременно по множеству разнородных показателей [Электронный ресурс] // *Проблемы телекоммуникаций*. – 2012. – № 4 (9). С. 16 – 31. Режим доступа: [http://pt.journal.kh.ua/2012/4/1/124\\_lemeshko\\_tensor.pdf](http://pt.journal.kh.ua/2012/4/1/124_lemeshko_tensor.pdf).

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 05.03.2014