

# ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

УДК 551.501.8:621.396.96

*В.А. ТИХОНОВ, д-р физ.-мат. наук, И.О. ФИЛЬ*

## МОДЕЛЬ СОСТАВНЫХ ВЕКТОРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЗАДАЧЕ РАСПОЗНАВАНИЯ СИГНАЛОВ

Корреляционный анализ случайных сигналов традиционно учитывает статистические связи первого порядка между отсчетами. В модели составных векторных случайных процессов (СВСП) рассчитываются корреляции между совокупностями (подвекторами), состоящими из набора отсчетов случайного сигнала. Такая модель характеризуется рядом полезных свойств. Она понижает частоту квантования, что позволяет анализировать низкочастотные составляющие сигнала, которые часто маскируются более высокочастотными составляющими. Подходящим подбором длин подвекторов можно существенно снизить уровень периодических и квазипериодических составляющих сигнала, которые в некоторых случаях не представляют информационного интереса. В работе на практическом примере решения задачи распознавания сигналов показан один из возможных случаев эффективного использования модели СВСП.

### Параметрические спектры составных векторных случайных процессов

Рассматривается стационарный случайный процесс  $X[t]$  в виде вектора  $\vec{x}[t]$  в линейном пространстве, который определяется своими координатами  $x[1], x[2], \dots, x[N]$  [3]. Такой случайный процесс можно представить в виде последовательности подвекторов  $\vec{x}_i$ , одинаковой длины  $n$  с однородными статистическими свойствами. Здесь введено понятие «подвектора»  $\vec{x}_i$  вектора  $\vec{x}[t]$ , по аналогии с отсчетом  $x[t]$  выборки  $X[t]$ . Такой стационарный случайный процесс назван «составным векторным случайным процессом» (СВСП)  $\vec{x}[t]$  [1]. Обозначим через  $M$  количество подвекторов  $\vec{x}_i$  в векторе  $\vec{x}[t]$ , т.е.  $M=N/n$ . Если количество отсчетов  $N$  вектора некратно длине подвектора  $n$ , то в качестве  $M$  берется целая часть этого числа, т.е.  $M = \lfloor N/n \rfloor$ .

СВСП является обобщением понятия случайного процесса, в котором его отсчет заменяется подвектором  $\vec{x}_i$  длины  $n$ . При  $n=1$  СВСП становится обычным стационарным процессом в виде вектора  $\vec{x}[t]$ .

Случайный процесс  $\vec{x}^n[t]$  коррелирован, если в нем существуют статистические связи второго порядка между подвекторами  $\vec{x}_i$ . Представим процесс  $\vec{x}^n[t]$  в виде последовательности подвекторов

$$\vec{x}^n[t] = \{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_{N/n}\}.$$

Каждый подвектор определяется  $n$  координатами вектора  $\vec{x}^n[t]$ :

$$\begin{aligned} \vec{x}_1 &= \{x[1], x[2], \dots, x[n]\}, \quad \vec{x}_2 = \{x[n+1], x[n+2], \dots, x[2n]\}, \dots \\ \dots, \vec{x}_i &= \{x[(i-1)n+1], \dots, x[in]\}, \dots, \vec{x}_{N/n} = \{x[N-n+1], \dots, x[N]\}, \end{aligned}$$

где  $i$  – номер подвектора,  $N$  – номер последнего отсчета последнего подвектора. Применяя усреднение скалярного произведения, получим формулу оценки корреляционной функции СВСП как корреляцию между подвекторами

$$R^n[k] = \frac{1}{M-k} \sum_{i=1}^{M-k} \sum_{j=1}^n (x[(i-1)n+j]x[(i-1)n+j+kn]). \quad (1)$$

Отсюда видно, что корреляционная функция СВСП описывает статистическую связь первого порядка между подвекторами [2]. Выражение (1) не совпадает с известными выражениями для оценки корреляционной функции процессов. Поэтому корреляционные функции в СВСП представлении и традиционные корреляционные функции сигнала существенно отличаются и характеризуют различные статистические связи, присутствующие в сигнале.

Корреляционную функцию (1) можно представить в более практичном виде:

$$R^n[k] = \frac{1}{N-kn} \sum_{i=1}^{N-kn} (x[i]x[i+kn]).$$

Для некоторых сигналов можно использовать представление в виде двух и более подвекторов. Например, для сигналов, имеющих двойную квазипериодичность. Корреляционная функция в представлении СВСП в случае двух подвекторов длиной  $n$  и  $l$  описывается выражением

$$R^{n,l}[k] = \frac{1}{N-knl} \sum_{i=1}^{N-knl} (x[i]x[i+knl]). \quad (2)$$

Ниже, при рассмотрении задачи распознавания неисправных двигателей будут использоваться параметрические спектры сигнала в СВСП представлении в виде двух векторов. Спектры второго порядка этих процессов полностью описываются параметрами этих моделей. Разностное уравнение АР в представлении СВСП в виде двух векторов представляется в виде

$$\bar{x}_i = \sum_{s=1}^p \Phi^{n,l}[s] \bar{x}_{i-s} + \bar{a}_i, \quad (3)$$

где  $\Phi^{n,l}[s]$  – коэффициенты АР СВСП,  $p$  – порядок модели АР СВСП,  $\bar{a}_i$  – векторы длиной  $n$  отсчетов белого шума. Для нахождения коэффициентов АР векторов процесса умножим (3) на  $\bar{x}_{i-j}$  и усредним. После несложных преобразований получим уравнения типа Юла – Уокера для расчета параметров модели АР СВСП:

$$R^{n,l}[j] = \sum_{i=1}^p \Phi^{n,l}[i] R^{n,l}[i-j], \quad j=1,2,\dots,p.$$

Значения функции корреляции рассчитываются по (2). Очевидно, что все свойства модели АР случайных процессов справедливы и для модели АР СВСП. Выражение для параметрической оценки СПМ имеет вид

$$P^{n,l}(f) = \frac{D_a}{\left| 1 - \sum_{v=1}^p \Phi^{n,l}[v] e^{-j2\pi fvT} \right|^2}. \quad (4)$$

В ряде случаев, когда некоторые достаточно узкополосные спектральные составляющие не несут полезной информации или даже маскируют ее, от них можно избавиться в спектральной оценке, используя СВСП представление. Спектральные оценки на основе СВСП представления полезны, когда необходимо выделить низкочастотные колебания сигнала, при спектральном анализе по коротким реализациям.

## Распознавание по параметрическим спектрам

Для демонстрации практического применения спектрального анализа на основе теории СВСП рассмотрим задачу распознавания двух классов выборок акустических сигналов, полученных от исправных и неисправных электродвигателей. Задачей исследований было определение возможности распознавания исправного и неисправного электродвигателя с помощью статистического моделирования методом линейного предсказания на основе СВСП представления. Для распознавания использовались 120 выборок акустических сигналов, записанных при работе 120 исправных моторов с приводами и 14 выборок сигналов, записанных для двух неисправных моторов. Выборки имели длину 20000 отсчетов каждая. Частота дискретизации сигналов составляла 48 КГц.

Для обоих сигналов найдены статистические характеристики классическими методами, которые оказались довольно близки. Анализ сигналов в частотной области проводился по параметрическим спектрам и по спектрам, полученным коррелограммным методом с помощью преобразования Винера – Хинчина. Результаты оценки спектров, полученных коррелограммным методом и представленных на рис. 1, *а*, *б*, показывают близость спектров сигналов для исправных и неисправных электродвигателей. Это затрудняет решение задачи распознавания двух классов сигналов.

Анализ графиков мгновенных значений звуковых сигналов исправных и неисправных электродвигателей, а также их корреляционных функций показывает, что распознаваемые сигналы имеют близкие характеристики во временной области. Корреляционные функции сигналов, помимо высокочастотных колебаний, характеризуются низкочастотными слабо затухающими изменениями. Анализ графиков корреляционных функций показывает наличие колебаний с периодами 2 и 14 отсчетов.

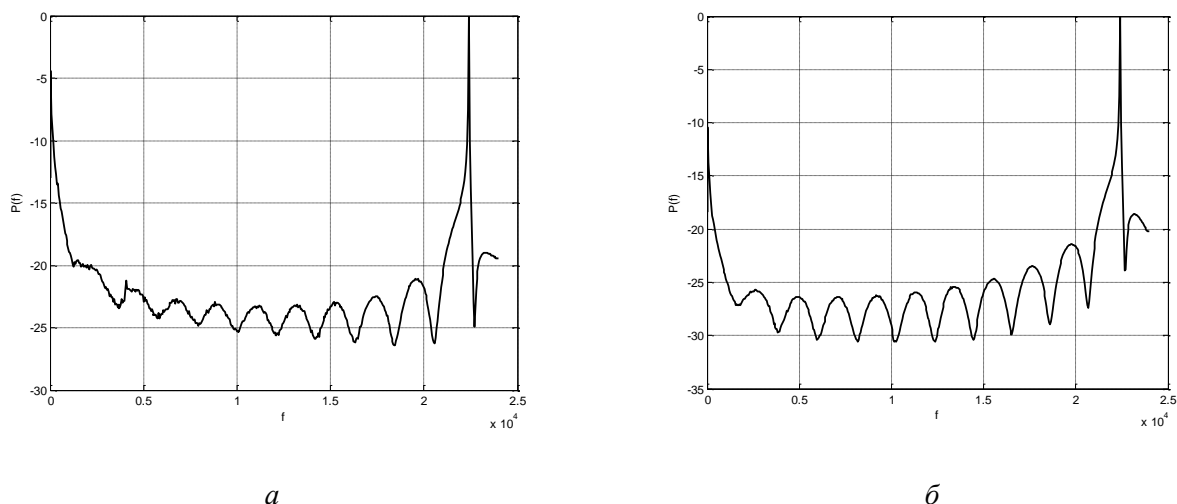


Рис. 1. Выборочная оценка спектра акустических сигналов, полученная коррелограммным методом: *а* – исправного электродвигателя, *б* – неисправного электродвигателя

Для успешного решения задачи распознавания необходимо устранить совпадающие колебания у сигналов от исправных и неисправных двигателей. Поэтому для обоих классов сигналов на указанных частотах, применялось представление в виде модели СВСП с длиной подвекторов  $n = 2$  и  $n = 14$ . На рис. 2 представлены параметрические оценки спектров СВСП AP(8) при одновременном учете двух подвекторов, которые характеризуют низкочастотные флуктуации сигналов. Параметрические оценки спектров акустических сигналов исправного и неисправного электродвигателей заметно отличаются, что позволяет успешно решать задачу классификации таких сигналов. В качестве решающего правила можно использовать критерий минимума декартова расстояния отсчетов спектра классифицируемых сигналов и эталонных спектров. Эталонные значения спектров получают на этапе обучения классификатора.

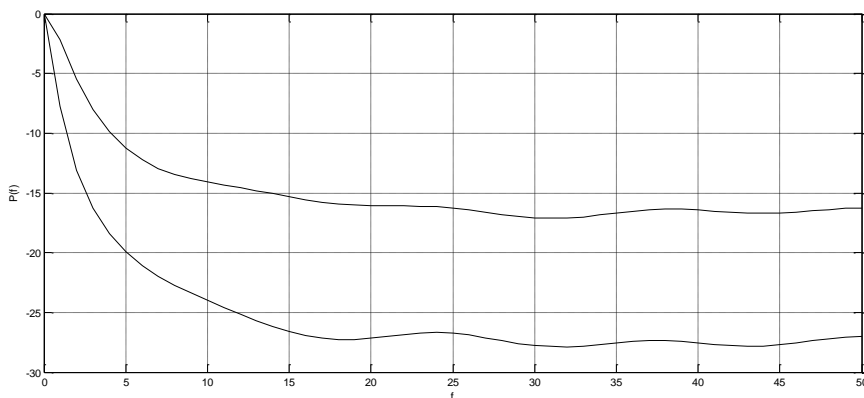


Рис. 2. Параметрическая оценка спектра СВСП АР(8) акустических сигналов исправного (верхний график) и неисправного (нижний график) электродвигателей при одновременном учете подвекторов длиной  $n = 2$  и  $n = 15$ .

Распознавание проводилось путем сравнения значений первых шести отсчетов спектра эталонных и распознаваемых сигналов известных классов, полученных по формуле (4). В качестве эталонного сигнала использовался один из сигналов каждого класса. Для сравнения использовалась сумма абсолютных значений разностей соответствующих значений спектров эталона и классифицируемого сигнала. Первые шесть значений отсчетов спектра трех неисправных моторов, использовавшиеся в качестве признаков распознавания, представлены в табл. 1 и 2. Из этих данных видно значительное и устойчивое различие признаков классов. Получено 100 процентное распознавание.

Таблица 1

-S1	7.7683	13.0686	16.2393	18.3818	19.9227	21.0772
-S2	14.3183	20.0436	23.2531	25.3419	26.7671	27.7403
-S3	9.6647	15.1519	18.3192	20.3993	21.8277	22.8107

Таблица 2

-S1	2.1803	5.4604	8.0168	9.8841	11.2446	12.2315
-S2	2.8710	6.6749	9.4753	11.506	13.0080	14.1237
-S3	1.5484	4.2592	6.6104	8.4397	9.8440	10.9239

## Выводы

Если процесс представим в виде СВСП модели, то есть возможность выявлять спектральные составляющие, искажаемые и маскируемые другими более мощными колебаниями. Проведенные исследования показали широкие возможности модели СВСП. В частности, их можно использовать для прогнозирования сезонных явлений, процессов с долговременными корреляциями и в других задачах статистической радиотехники.

**Список литературы:** 1. Филь И.О. Статистические модели составных векторных случайных процессов // 15-й Междунар. молодежный форум “Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке”: Зб. материалов форума. Ч.3. – Харьков : ХНУРЕ, 2011. – С. 132-133. 2. Тихонов, В.А., Кудрявцева, Н.В., Филь, И.О. Математические модели составных векторных случайных процессов // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2011 – №2/4(50). – С. 17–20.

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 13.08.2014