

УДК 528.871:515.127:530.191

## ФРАКТАЛЬНИЙ АНАЛІЗ НЕОДНОРІДНИХ СТРУКТУР ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ МЕТОДУ ВАРІОГРАМ

В. Мельник, О. Піскунова

Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки

**Ключові слова:** фрактал, варіограма, розмірність, сегментація.

### Постановка наукової проблеми та її значення

Останнім часом замість стандартних математичних методів все частіше використовують методи фрактальної геометрії, що дають змогу виконати кількісний опис об'єктів і середовищ, що мають неоднорідну структуру (будову) [1–4]. Методи фрактальної геометрії виявилися ефективними для аналізу явищ самоорганізації в дисипативних системах.

Основні передумови, покладені в основу фрактальної геометрії, відкриті на початку – у середині минулого століття, але їх об'єднав лише наприкінці 70-х років Б. Мандельброт. Основним поняттям стала дробова або фрактальна розмірність, що слугує кількісною мірою неоднорідності або самоподібності об'єкта. Можна показати, що для звичайних евклідових фігур, таких як лінії, площини і викривлені гладкі поверхні, розмірність дорівнює 1, 2 і 3 відповідно. Для об'єктів з різко неоднорідною будовою або структурою розмірність не буде цілою. У таких випадках прийнято вважати, що ці об'єкти володіють фрактальною розмірністю.

Форма об'єктів земної поверхні та їх просторовий розподіл настільки нерегулярні, що зазвичай геометричними методами не вдається отримати їх задовільний опис.

Рельєф, структура землекористування справді складні й безформні з погляду евклідової геометрії. Проте всі вони мають високий рівень впорядкованості і тому можуть характеризуватися як детерміновані хаотичні структури. Б. Мандельброт розрахував фрактальні розмірності різних типів рельєфу.

У роботах [5; 15; 16] наведено огляд фрактальної природи різних географічних структур. Структура ґрунтового покриву також може характеризуватися фрактальною розмірністю [1; 17]. Проте у вітчизняній картографо-географічній літературі дуже мало відповідних публікацій. Тому актуальними є такі дослідження для регіональних умов України.

### Аналіз останніх наукових досліджень, які стосуються вирішення цієї проблеми

Нетрадиційна геометрія, що застосовується у фрактальному аналізі, дає змогу визначити нові дані про об'єкт дослідження, доповнити його математичну модель і забезпечити порівняно простий опис складної та нерегулярної структури. Всі ці питання важливі й своєчасні.

У роботах [6; 7; 4] пропонується здійснювати теоретичне обґрунтування окремих питань фрактальної

геометрії з позицій порівняно нового математичного апарату вейвлетових перетворень. Такий підхід перспективний і потребує детальніших досліджень. Цікавою є публікація [3], в якій обґрунтовується алгоритм ідентифікації текстурних особливостей із застосуванням спектрів фрактальних розмірностей Реньї. Експериментальне підтвердження такої методики виконане на основі аналізу фрактографічних зображень. Щоб уможливити її застосування у цифровій фотограмметрії, потрібні окремі дослідження.

Застосування принципів фрактальної геометрії у тематичному картографуванні з використанням цифрових аерокосмозображень розглянуто в роботах [3; 9]. Фрактальні закономірності форм рельєфу розглянуто в роботі [9]. В статтях Л. Н. Васильєва, А. С. Тюфліна отримані достатньо ґрунтовні теоретичні та експериментальні результати фрактального аналізу цифрових зображень просторових структур геосистем.

### Виклад основного матеріалу

#### 1. Метод варіограм

Одним із часто застосовуваних методів визначення фрактальних розмірностей цифрових зображень є метод варіограм [10; 11]. Цей метод ґрунтується на припущеннях, що цифрове зображення є випадковим процесом зміни інтенсивностей в окремих пікселях і варіограми є коректними характеристиками такого процесу. Враховуючи важливість фрактального аналізу зображення, коротко обґрунтуємо варіограму як характеристику випадкової функції зі стаціонарними приростами.

Розглядаючи прирости функції інтенсивності зображення  $f(x) - f(x+h)$ , замість самої функції  $f(x)$  вводять припущення стаціонарності збільшень, тобто математичне очікування  $E$ , яке дорівнює нулю. Дисперсія  $Var$  є деякою функцією  $2\gamma$  від відстаней між пікселями  $h$ . Математичний опис цих припущень такий (1):

$$\begin{cases} E[f(x) - f(x+h)] = 0 \\ \text{var}[f(x) - f(x+h)] = 2\gamma(h) \end{cases} \quad (1)$$

У теорії випадкових процесів функція  $2\gamma(h)$  має назву варіограми.

Важливо знати функцію подібності або, швидше, відмінності між значеннями інтенсивностей у пікселях, що належать цифровому зображенню. Цю функцію можна назвати функцією просторової подібності або просторової кореляції. Найпростіший спосіб порівняння двох значень, наприклад, інтенсивностей  $f(x)$  і  $f(x+h)$  у пікселях  $x$  і  $x+h$ , що розміщені на відстані  $h$  один від одного, полягає у знаходженні їх

різниці. З практичного погляду доцільніше оперувати величинами, які не залежать від знаків різниць, тобто:

$$2\gamma(\bar{h}) = E[f(x) - f(x + \bar{h})]^2. \quad (2)$$

Функція  $2\gamma(\bar{h})$  і є варіограмою. Вона є функцією векторного аргументу, тобто залежить від відстані та напрямку. Варіограма показує, як у середньому відрізняються інтенсивності залежно від відстані в заданому напрямку. Зазначимо, що під час аналізу цифрового зображення за напрямком побудови варіограм можна вибрати рядок цього зображення. Припустимо, що в рядку є  $N(h)$  пар значень інтенсивності, розміщених на відстані  $h$  пікселів один від одного, тоді можна оцінити варіограму за допомогою виразу:

$$2\gamma(h) = \frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [f(x) - f(x+h)]^2. \quad (3)$$

Використовуючи вихідні значення інтенсивностей у пікселях рядка можна побудувати емпіричну варіограму і підібрати до неї теоретичну модель (математичну апроксимувальну функцію). Не всі функції придатні для опису емпіричних варіограм. Часто використовується функція, яка задається таким математичним виразом (4):

$$\gamma(h) = \begin{cases} C \times (1,5 \frac{h}{a} - 0,5 (\frac{h}{a})^3) + C_0, & \text{якщо } 0 < h \leq a; \\ C + C_0, & \text{якщо } h > a; \\ 0, & \text{якщо } h = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Така функція (модель) має назву сферичної.

Параметрами цієї моделі є зона впливу, дисперсія шумів і поріг варіограми. Зона впливу ( $a$ ) – відстань між пікселями, за межами якої варіограма набуває характеру, що відображає відсутність кореляційних зв'язків між значеннями інтенсивності. Поза цією зоною закономірність у впливі інтенсивностей в пікселях зникає. Природно охарактеризувати зону впливу в заданому напрямку (по рядку зображення) значенням  $h$ , починаючи з якого, варіограма досягає деякого порогового значення.  $C + C_0$  – поріг варіограми, загальна дисперсія інтенсивності зображення, що є граничним значенням варіограми. Поріг варіограми містить дві складові, одна з яких характеризує дисперсію випадкової компоненти, а інша – закономірність. Проаналізовану загальну дисперсію можна розглядати як дисперсію випадкової компоненти, накладеної на дисперсію просторової змінної. Отже, загальна дисперсія інтенсивностей у рядку цифрового зображення є сумою двох дисперсій.

У багатьох випадках варіограма не дорівнює нулеві, якщо дорівнює нулю відстань  $h$ . Це явище може бути наслідком сильної зміни значень інтенсивності в пікселях, розміщених на невеликих відстанях один від одного (це пов'язано із наявністю шумів і локальних перешкод). Звичайно цей ефект зв'язують із випадковим компонентом. Параметр, що характеризує це явище варіограми  $C_0$ , називатимемо

дисперсією шумів. У такому разі  $C_0$  – частина загальної дисперсії інтенсивності зображення, зумовлена наявністю випадкових шумів. Тоді  $C$  – частини загальної дисперсії, зумовлені відмінностями у рівнях інтенсивностей зображення об'єкта й фону, а також нерівномірністю інтенсивності самих фону й об'єкта. На рис. 1 показано параметри теоретичної моделі варіограми сферичного виду.

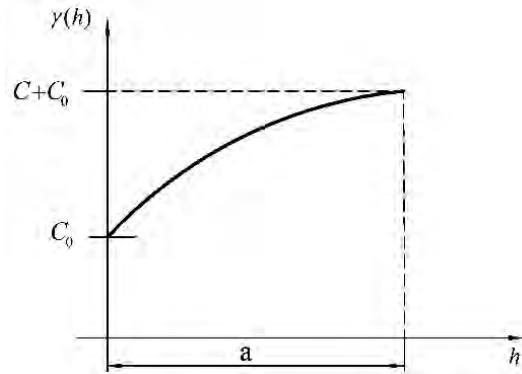


Рис. 1. Параметри теоретичної варіограми сферичного виду:  $a$  – зона впливу;

$C_0$  – дисперсія шумів;  $C + C_0$  – поріг варіограми

## 2. Метод фільтрації

Для отримання оптимальних параметрів варіограм необхідна попередня попиксельна фільтрація цифрового зображення. Для цього часто використовують метод ковзного середнього [11].

Розглядаючи частину рядка цифрового зображення під маскою, що дорівнює зоні впливу, необхідно знайти таку множину вагових коефіцієнтів  $a_i$ , якщо  $i = 1, \dots, k, n$ , завдяки яким середнє зважене значення  $f(\bar{x})$  буде найкращою оцінкою інтенсивності в центральному пікселі під маскою:

$$f(\bar{x}) = \sum_{i=1}^n a_i f(x_i), \quad (5)$$

де  $a_i$  – вагові коефіцієнти;  $f(\bar{x})$  – нове, фільтроване значення інтенсивності в центральному пікселі під маскою;  $f(x_i)$  – значення інтенсивностей пікселя під маскою.

Вагові коефіцієнти  $a_i$  знаходять методом найменших квадратів. Для цього визначають частинні похідні, які прирівнюються до нуля.

Інший шлях визначення якості процедури оцінювання полягає у знаходженні дисперсії помилок, які при цьому виникають.

Відомо, що дисперсію помилок оцінювання знаходять за формулою:

$$\sigma_e^2 = \sigma_0^2 - 2 \sum_i a_i \sigma_{0i} + \sum_i \sum_j a_i a_j \sigma_{ij}, \quad (6)$$

де  $\sigma_e^2$  – загальна дисперсія інтенсивності, оцінкою якої під час моделювання варіограми є поріг;  $\sigma_{0i}$  – коваріація значень інтенсивності в центральному пікселі під маскою та  $i$ -му пікселі;  $\sigma_{ij}$  – коваріація

значень в  $i$ -му та  $j$ -му пікселях;  $a_i, a_j$  – вагові коефіцієнти, які визначають ступінь впливу кожного пікселя під маскою на оцінку інтенсивності в центральному пікселі.

Величини коваріацій, які входять у вираз (6), визначають на основі варіограми як різниці  $(C + C_0) - \gamma(h)$ , де  $C + C_0$  – поріг варіограми, а  $\gamma(h)$  – значення варіограми цієї  $h$ . Можна підібрати коефіцієнти  $a_i(a_j)$  такі, щоб мінімізувати  $\sigma_e^2$ , варіюючи значення коефіцієнтів, щоб знайти зважене середнє з найменшою дисперсією помилок. Шукана оцінка не повинна мати систематичних помилок, тобто повинна виконуватися умова незміщеності  $\sum_i a_i = 1$ . Отже, з урахуванням додаткових умов необхідно мінімізувати не функцію  $\sigma_e^2$ , а функцію  $F$ :

$$F = \sigma_e^2 + 2\mu \left( \sum_i a_i - 1 \right), \quad (7)$$

де  $\mu$  – множник Лагранжа.

Умовою мінімуму функції  $F$  є рівність нулю всіх частинних похідних по  $a_i$  і  $\mu$ :

$$\frac{\partial F}{\partial a_i} = -2\sigma_{0i} + 2\sum_j a_j \sigma_{ij} + 2\mu = 0, \quad i = 1, \dots, n; \quad (8)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \mu} = \left( \sum_i a_i - 1 \right) = 0.$$

Це система  $n+1$  лінійних рівнянь з  $n+1$  невідомими  $a_i$  і  $\mu$ .

У традиційній формі запису система рівнянь має вигляд:

$$\begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \dots & \gamma_{1n} & 1 \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \dots & \gamma_{2n} & 1 \\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \dots & \gamma_{nn} & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{01} \\ \gamma_{02} \\ \dots \\ \gamma_{0n} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

де  $\gamma_{0i}$  – теоретичне значення варіограм;  $\gamma_{ij}$  – емпіричні значення варіограм;  $a_i$  – коефіцієнти;  $\mu$  – множник Лагранжа.

### 3. Визначення фрактальної розмірності цифрових зображень варіограмним методом

Практична реалізація варіограмного методу здійснюється так. Порядковий профіль зміни інтенсивностей покривається вікнами визначеної довжини [13].

Розраховується середнє значення суми квадратів різниць значень інтенсивності точок для заданої ширини вікна. На рис. 2 показана схема обчислень для двох вікон висотою  $h$  (рис. 2, а) і  $2h$  (рис. 2, б).

За такою схемою обчислюється емпірична варіограмна функція  $\gamma(h)$ :

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N [g(x_i) - g(x_i + h)]^2, \quad (10)$$

де  $N$  – загальна кількість пар точок профілю з інтенсивністю  $g(x_i)$  і  $g(x_i + h)$ , розташованих на границях вікон шириною  $h$ .

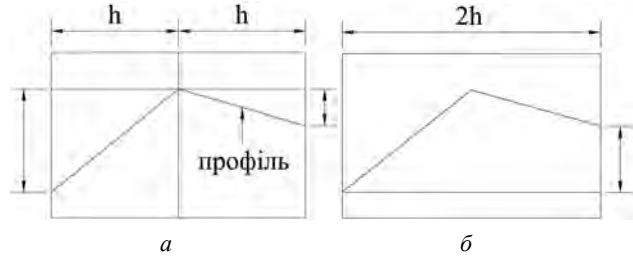


Рис. 2. Схема обчислення різниці інтенсивності

Функція  $\gamma(h)$  обчислюється для декількох значень  $h$ , після чого будується графік залежності  $\log[\gamma(h)]$  від  $\log[h]$ . За нахилом  $\beta$  прямої, що апроксимує цей графік, фрактальну розмірність профілю знаходять як  $D_f = 2 - \beta / 2$ .

Проілюструємо теоретичні викладки конкретним прикладом.

За даними роботи [13], матричне рівняння має вигляд:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1,89 & 1,89 & 1,89 & 1,89 & 1 \\ 1,89 & 0 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1,89 & 2 & 0 & 2 & 2 & 1 \\ 1,89 & 2 & 2 & 0 & 2 & 1 \\ 1,89 & 2 & 2 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,88 \\ 1,86 \\ 1,86 \\ 1,86 \\ 1,86 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

З розв'язку (11) отримаємо:

$$a_1 = 0,60; \quad a_2 = a_3 = a_4 = a_5 = 0,10,$$

тобто  $\sum_{i=1}^5 a_i = 1$ .

Фрактальна розмірність:

$$D_f = 2 - \beta / 2 = 2 - 0,628 / 2 = 1,686.$$

Для опису неоднорідних структур здебільшого використовують два підходи – статистичний і текстурний. Основна складність під час вивчення властивостей текстур полягає в тому, що важко розробити універсальний спосіб їх розпізнавання. Інакше кажучи, фактично під будь-який тип текстури можна підібрати метод розпізнавання, який за відповідного налаштування даватиме достатньо достовірний результат, а на іншому типі текстури він може не працювати зовсім. Одна з причин полягає в тому, що для опису складної текстури найчастіше використовується евклідова геометрія. Евклідові розмірності можуть характеризувати симетричні текстури, які не дуже часто трапляються на фотографічних зображеннях, наприклад, посівних площ тощо. Тому для опису таких зображень доцільно використовувати фрактальну геометрію, яка може характеризуватися спектром фрактальних розмірностей (мультифрактальністю).

Мультифрактальний спектр являє собою набір фрактальних розмірностей  $D_g$ , який, своєю чергою, можна подати деякою нелінійною функцією  $\tau(g)$ . Величини  $D_g$  не є фрактальними розмірностями у звичному розумінні, тому разом з ними використовують так

звані функції мультифрактального спектра  $f(\alpha)$ . Їх отримують за допомогою перетворення Лежандра функції  $\tau(g)$ :

$$f(\alpha(g)) = \alpha(g) \cdot g - \tau(g). \quad (12)$$

Алгоритми обчислення складових  $f(\alpha(g))$  детально викладено в роботі [3].

У результаті відповідних обчислень отримують множину значень  $D_g$ , на основі якої здійснюється процедура ідентифікації порівнювальних текстур зображень. При цьому використовуються різноманітні міри. Це можуть бути різні типи евклідових відстаней, відстань за Хемінгом, відстань за Чебишевим тощо. Наприклад, відстань Чебишева відповідає найбільшому значенню модуля різниці між значеннями відповідних текстурних властивостей окремих областей об'єкта (зображення):

$$\alpha = \max_g |D_g - D'_g|. \quad (13)$$

#### 4. Виділення границь (країв) різноструктурних елементів зображення

Іншим важливим завданням аналізу неоднорідних структур зображення є виділення границь окремих сегментів або областей зображення. Найпростішим і найживанішим є так званий метод граничної дискримінації [12], за якої матриця яскравостей  $G$  перетворюється на бінарну матрицю  $B$ , в якій ненульові елементи відповідають значенням вихідної матриці, що більші від деякого фіксованого порогового значення  $g_{norig}$ . Представимо метод граничної дискримінації як:

$$G = \begin{pmatrix} g_{11} & \dots & g_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{M1} & \dots & g_{MN} \end{pmatrix} \Rightarrow B = \begin{pmatrix} b_{11} & \dots & b_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{M1} & \dots & b_{MN} \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } g_{ij} > g_{norig} \\ 0, & \text{якщо } g_{ij} < g_{norig} \end{cases}, \quad (15)$$

де  $M$  і  $N$  – розміри матриці піксельного розбиття зображення,  $g_{norig}$  – порогова константа.

Програмну реалізацію цього алгоритму здійснено в ПП “Stiman”. Для знаходження потрібних областей на напівтонових РЕМ-зображеннях у ПП “Stiman” за основу взято метод виділення країв. Краї (границі) характеризуються тим, що уздовж них різко змінюється функція яскравості чи її похідні за просторовими змінними. Така поведінка функції яскравості зумовлена різними фізичними причинами: або границя елемента структури, або стрибкоподібна зміна орієнтації поверхні, або один із зображуваних об'єктів маскує інший. Переважно границі структур цих елементів припадають на краї, що дає змогу використовувати фільтрацію за допомогою так званого лапласіана від гауссіана ( $LoG$ ):

$$G = \begin{pmatrix} g_{11} & \dots & g_{M1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{1M} & \dots & g_{NM} \end{pmatrix} \Rightarrow C = \begin{pmatrix} c_{11} & \dots & c_{N1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{1M} & \dots & c_{NM} \end{pmatrix}, \quad (16)$$

$$c(x, y) = \sum_{\alpha=-\infty}^{+\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{+\infty} g(\alpha, \beta) \times LoG(x - \alpha, y - \beta), \quad (17)$$

$$g(x, y) = \begin{cases} g_{x-1, y-1}, & \text{якщо } 1 \leq x \leq N, 1 \leq y \leq M \\ 0, & \text{для решети } (x, y) \end{cases}, \quad (18)$$

де  $c(x, y)$  – значення двовимірної дискретної згортки,  $g(x, y)$  – функція яскравості з лапласіаном функції Гаусса  $LoG(x, y)$ .

Припустимо, що оцінюють дві структурні області  $A$  і  $B$ . Нехай ці області мають загальну границю  $N$ , область  $A$  відзначена значенням  $N_A$ , а область  $B$  –  $N_B$ . Якщо під час перетинання границі в напрямку з області  $A$  в область  $B$  знак другої похідної змінюється з позитивного значення на негативне, тоді  $N_A < N_B$ , якщо ж знак змінюється з негативного на позитивний, то  $N_A > N_B$ .

#### Висновки та перспективи подальших досліджень

Запропоновано оригінальний метод ідентифікації з автоматичним розпізнаванням різних типів неоднорідних структур, наприклад, сільськогосподарських угідь. Пропонується застосовувати принципи мультифрактальності зображень та використовувати як критерій мінімальну відстань Чебишева.

Обґрунтоване визначення фрактальної розмірності цифрових зображень із застосуванням методу варіограм. Такий підхід є оптимальним для оцінок фрактальної метрики (розмірностей Хаусдорфа–Безиковича, Реньї тощо).

Запропоновано алгоритми розпізнавання границь, країв, окремих областей і сегментів цифрових зображень неоднорідних структур.

Розглянуті в статті підходи є новаторськими і потребують подальших ґрунтовних досліджень. Зокрема, бажано дослідити застосування різних типів варіограм, точність визначення параметрів і вплив їх на точність визначення фрактальних розмірностей; оптимізувати критерії ідентифікації неоднорідних природних структур; виконати різнопланові експериментальні дослідження.

#### Література

1. Федер Е. Фракталы / Е. Федер. – М.: Мир, 1991. – 258 с.
2. Пайтген Х. О. Красота фракталов / Х. О. Пайтген, П. Х. Рихтер. – М.: Мир, 1993. – 175 с.
3. Журавель І. М. Аналіз текстури фрактографічних зображень на основі спектра фрактальних розмірностей Реньї / І. М. Журавель // Искусственный интеллект. – 2013. – № 1. – С. 204–208.
4. Васильев Л. Н. Фрактальность и самоподобие природных и пространственных структур / Л. Н. Васильев // Известия вузов. Серия географическая. – 1993. – № 3. – С. 25–35.
5. Васильев Л. Н. Фрактальность пространственных структур геосистем / Л. Н. Васильев, А. С. Тюфлин // Исследование Земли из космоса. – 1991. – № 4. – С. 59–66.

6. Малинников В. А. Анализ методов формирования мультифрактальной меры, основанных на вейвлет-обработке экспериментальных данных / В. А. Малинников, Д. В. Учаев // Известия вузов. Серия геодезия и аэросъемка. – 2007. – № 6. – С. 57–61.
7. Малинников В. А. Применение методики мультифрактальной сегментации изображений для выделения контуров на аэрокосмических снимках / В. А. Малинников, Д. В. Учаев // Известия вузов. Серия геодезия и аэросъемка. – 2008. – № 6. – С. 37–41.
8. Леготкин Р. Л. Исследование фрактальной броуновской функции / Р. Л. Леготкин // Известия вузов. Серия геодезия и аэросъемка. – 2001. – № 6. – С. 115–121.
9. Мельник М. А. Фрактальный анализ эрозионно расчлененного рельефа: методологические подходы / М. А. Мельник, А. В. Поздняков // Вестник ТГУ. – 2007. – № 301. – С. 201–205.
10. Гаврилова О. В. Алгоритм выбора критерия порогового разделения цифровых изображений на фон (объект) / О. В. Гаврилова // Известия вузов. Серия геодезия и аэросъемка. – 1997. – Вып. 1–2. – С. 80–87.
11. Бурштинська Х. В. Теоретичні основи та експериментальні дослідження математичних функцій для побудови цифрових моделей рельєфу / Х. В. Бурштинська, О. С. Заяць // Вісник геодезії та картографії. – 2002. – № 4. – С. 32–37.
12. Мельник В. М. Растрово-електронна стереомікрофрактографія: монографія [Текст] / В. М. Мельник, А. В. Шостак. – РВВ “Вежа” ВНУ ім. Лесі Українки. – Луцьк, 2009. – 469 с.
13. Амстронг М. Основы линейной геостатистики / М. Амстронг. – Фонтанебло, 1998. – 149 с.
14. Ярмоленко А. С. Использование вейвлетов в аналитическом представлении дискретных функций графической информации / А. С. Ярмоленко // Изв. вузов. – 2008. – № 3. – С. 20–30.
15. Mandelbrot B. B. The Fractal Geometry of Nature / Mandelbrot B. B. – San Francisco: W. H. Freeman, 1984. – 468 p.
16. Пузаченко Ю. Г. Приложение теории фракталов к изучению структуры ландшафта / Ю. Г. Пузаченко // Известия РАН. Сер. геогр. – 1997. – Вып. 2. – С. 24–40.
17. Мельник В. Фрактальна теорія ерозії ґрунту / В. Мельник, О. Шостак // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – 2014. – Вип. II (28). – С. 78–81.

#### **Фрактальний аналіз неоднорідних структур із застосуванням методу варіограм**

В. Мельник, О. Піскунова

Розглянуті питання фрактального аналізу неоднорідних структур. Метод ґрунтується на опрацюванні інтенсивностей цифрових зображень аерокосмоснімків. Запропоновано фрактальну розмірність Хаусдорфа–Безиковича визначати із застосуванням методу варіограм. Під час аналізу неоднорідних структур зображення важливим питанням є визначення границь (країв) окремих областей (сегментів) зображення. Детально розглянуто алгоритм розв’язання цього питання.

#### **Фрактальный анализ неоднородных структур с применением метода вариограм**


В. Мельник, О. Пискунова

Рассмотрены вопросы фрактального анализа неоднородных структур. Метод основан на обработке интенсивностей цифровых изображений аэрокосмоснимков. Предлагается фрактальную размерность Хаусдорфа–Безиковича определять с применением метода вариограм. При анализе неоднородных структур изображения важным вопросом является определение границ (краев) отдельных областей (сегментов) изображения. Подробно рассмотрен алгоритм решения этого вопроса.

#### **Heterogeneous structures' fractal analysis with the variogram method application**

V. Melnyk, O. Piskunova

The paper explores the issues of heterogeneous structures' fractal analysis. This method is based on the intensity of the aerial digital images processing. It is proposed to define Hausdorff–Besicovitch fractal dimension using a variogram method. Analyzing heterogeneous image structures, the issue of the boundaries (edges) determination of certain image areas (segments) is of great importance. In this article the algorithm which deals with this problem is considered.



July  
12-19

INTERNATIONAL SOCIETY FOR  
PHOTOGRAMMETRY AND REMOTE SENSING

www.isprs2016-prague.com