

УДК 528.3  
УДК 528.48

## ЗАСТОСУВАННЯ ТРИГОНОМЕТРИЧНОГО НІВЕЛЮВАННЯ ДЛЯ ПЕРЕДАВАННЯ ВИСОТ НАД ВОДНИМИ ПОВЕРХНЯМИ НА ТЕРИТОРІЇ ШАЦЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО ПРИРОДНОГО ПАРКУ

С. Перій, О. Мороз, Т. Корлятович, І. Покотило  
Національний університет “Львівська політехніка”

**Ключові слова:** двостороннє тригонометричне нівелювання, вертикальна рефракція, геометричне нівелювання, геодезичний полігон.

**Постановка проблеми:** Протягом 2015–2016 рр. кафедра геодезії виконувала роботи зі створення та розвитку геодезичного полігона навколо озера Пісочне на території Шацького національного природного парку [1]. Особливістю цієї території є заболоченість, лісистість та значна кількість озер. Тому прокладання нівелірних ходів III класу пов'язано з певними труднощами, а саме: обхід озер та заболочених ділянок. Виконання вимог інструкції нівелювання [2] для III класу (нерівність плеч, видимість між нівеліром та рейкою та ще й заборона вирубування просік через заповідну територію) у залісненій місцевості змушувало збільшувати кількість станцій у нівелірному ході, що призводить до зростання похибок нівелювання. Одним із найоптимальніших варіантів розв'язання цього питання є передавання висоти через водну поверхню тригонометричним нівелюванням. Це питання свого часу розглядали багато науковців – А. Л. Островський [3, 8], А. Celms, A. Brants [4], J. Walo A. Pachuta [5], Д. І. Масліч [10], С. С. Перій [6, 7], Б. Т. Тлустяк [9, 11] та інші.

Сьогодні проблема врахування вертикальної рефракції над водною поверхнею остаточно не вирішена. Специфіка окремих водойм, мікроклімат вносять певні корективи у дослідження рефракційного поля над водною поверхнею.

**Постановка завдання:** дослідити можливість заміни частини ходу геометричного нівелювання III класу неодноточним двостороннім тригонометричним нівелюванням над водною поверхнею.

**Виклад основного матеріалу.** Для дослідження двох методів нівелювання: геометричного та неодноточного двостороннього тригонометричного нівелювання вибрано ділянку висотного полігона, де проклали нівелірний хід III класу через ліс із обходом озера Пісочне. Довжина нівелірного ходу ПП2-ПП10 становить 1,5 км. Нівелювання за програмою III класу виконували цифровим нівеліром Dini 22 Trimble з використанням штрихкодів складованих рейок.

Для експерименту на березі озера закладено чотири пункти T1, T2, T3, T4 так, щоб утворилися два трикутники ( $\Delta T1T2T3$ ,  $\Delta T1T2T4$ ) із взаємною видимістю між точками (рис. 1). Ще одним фактором у виборі місця закладання пунктів була їх близькість розташування до пунктів полігонометрії, через які

виконувалося нівелювання III класу (прив'язка виконувалася з однієї станції (рис. 2)).

Вимірювання виконували тахеометром фірми Leica TC 2003 (приладова точність вимірювання кутів 0.5", а ліній 1 мм+1 ppm). Послідовність дослідження така:

1. На точки T1, T2, T3 встановлювали та центрували штативи з підставками.

2. Над точкою T1 встановлювали прилад, а на T2, T3 відбивачі.

3. Вимірювали висоту приладу та відбивачів за допомогою спеціального обладнання із застосуванням відлічування методом фотофіксації (рис. 3).

Суть методу вимірювання висот приладу така: в адаптер встановлюють спеціальне пристосування з прорізами, перпендикулярно до вертикальної осі, через 10 см. В один із прорізів поміщають рулетку і вимірюють гіпотенузу. Відлічування рулетки фіксують тричі. За значенням короткого катета і гіпотенузи обчислюють величину великого катета, тобто висоту приладу.

4. На точці розташування приладу вимірювали температуру повітря, води та атмосферний тиск.

5. З точки T1 на дві точки умовного трикутника T2, T3 вимірювали горизонтальний кут, вертикальний кут, похилу віддаль 10 прийомками. За результатами досліджень середня квадратична похибка горизонтальних напрямів не перевищувала 3,2", с.к.п. зенітних напрямків – 1,7", а с.к.п. похилих віддалей – 0,6 мм.

6. Почергово прилад встановлювали на наступні точки, а на його місце встановлювали відбивач і спостереження виконували аналогічно.

7. Аналогічні дії виконували і в трикутнику  $\Delta T1T2T4$ .

За результатами односторонніх вимірювань вертикальних кутів та похилих віддалей обчислено перевищення  $h^1$  за відомою формулою:

$$h_{AB}^1 = D_{AB} \cos Z_{AB} + i_A - v_B + \frac{(1 - k_{AB}) D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}{2R}, \quad (1)$$

де  $D_{AB}$  – похила віддаль, виміряна між пунктом спостереження, у яку введено поправки за метеорологічні умови проходження світлового променя;  $Z_{AB}$  – виміряна зенітна відстань;  $i_A$  – висота тахеометра;  $v_B$  – висота візирної цілі;  $R \cong 6380$  км – радіус кривини Землі;  $k_{AB}$  – коефіцієнт вертикальної рефракції по спостережуваній лінії, визначений на пункті.

Перевищення із двостороннього тригонометричного нівелювання можна отримати із частковою

компенсацією вертикальної рефракції за умови однакового її впливу за спрощеною залежністю:

$$h_{AB}^{дв.тр.} \cong \frac{h_{AB}^{глм.} - h_{BA}^{глм.}}{2} \quad (2)$$

де  $h_{AB}^{глм.}$  і  $h_{BA}^{глм.}$  – виміряні пряме і зворотне перевищення для лінії спостереження АВ із урахуванням кривини Землі, висот приладу та відбивачів.

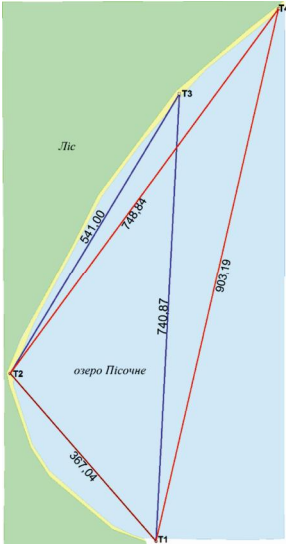


Рис. 1. Схема розташування закладених пунктів

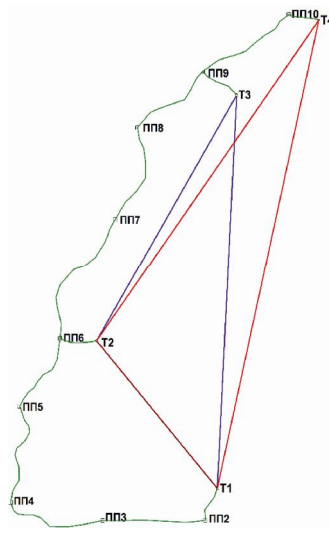


Рис. 2. Схема прив'язки пунктів до пунктів полігонометрії



Рис. 3. Вимірювання висоти приладу методом фотофіксації (відлік 1448,0 мм)

Виправлене перевищення з урахуванням вертикальної рефракції та похибок вимірювань зенітних відстаней отримували за запропонованою методикою опрацювання результатів двостороннього тригонометричного нівелювання із використанням флуктуацій зенітних відстаней [6]:

$$h_{AB}^{дв.тр.} \cong \frac{h_{AB}^{глм.} - h_{BA}^{глм.}}{2} - \left( \frac{m_{Z_{AB}} - m_{Z_{BA}}}{m_{Z_{AB}} + m_{Z_{BA}}} \right) \left( \frac{h_{AB}^{глм.} + h_{BA}^{глм.}}{2} \right) \quad (3)$$

де  $m_{Z_{AB}}$  і  $m_{Z_{BA}}$  – флуктуації зенітних напрямків, визначені за період спостережень із 10 прийомів.

У такий спосіб отримано результати неодноразового двостороннього тригонометричного нівелювання по всіх лініях двох трикутників.

Теоретичну зенітну відстань на пункті спостереження можна визначити, знаючи точне або виправлене перевищення із формули (1):

$$Z_{AB}^{meop} = \arccos \left( \frac{h_{AB}^{meop} - i_A + v_B}{D_{AB}} \right) \quad (4)$$

Вибравши за вихідну висоту пункту Т1 та опрацювавши результати вимірювань у програмному комплексі Credo\_DAT, отримали результат середньої квадратичної похибки положення пунктів і в плановому, і у висотному положенні (табл. 1–3).

Таблиця 1

**Планово-висотна оцінка положення пунктів із врівноваження мережі за вимірними величинами (горизонтальних напрямків, похилих віддалей, зенітних відстаней)**

Пункт	M, м	Mx, м	Mу, м	Mh, м
2	0,004	0,004	0,001	0,011
3	0,008	0,006	0,006	0,018
4	0,009	0,006	0,007	0,022

Таблиця 2

**Планово-висотна оцінка положення пунктів із врівноваження мережі за вимірними величинами і виправленими зенітними віддалями (2)**

Пункт	M, м	Mx, м	Mу, м	Mh, м
2	0,004	0,004	0,001	0,002
3	0,008	0,006	0,006	0,004
4	0,009	0,006	0,007	0,004

Таблиця 3

**Планово-висотна оцінка положення пунктів із врівноваження мережі за вимірними величинами і виправленими зенітними віддалями (3)**

Пункт	M, м	Mx, м	Mу, м	Mh, м
2	0,004	0,004	0,001	0,004
3	0,008	0,006	0,006	0,005
4	0,009	0,006	0,007	0,007

Як видно з табл. 1–3, найкращі результати оцінки положення пунктів за внутрішньою збіжністю отримано у табл. 2, тобто коли для обчислень використовували виправлені зенітні відстані за середніми значеннями перевищень. У табл. 1 висотна оцінка точності спотворена через неврахування двосторонніх зенітних спостережень. У табл. 3 в середньому положення пунктів і в плані, і по висоті однакове.

У табл. 4 подано результати зрівноваження перевищень за виправленими zenітними відстанями з урахуванням середніх значень перевищень. Поправки за врівноваження не перевищують 1 мм, що відповідає точності вимірювань.

Величини  $dh$  вказують на сумісний вплив вертикальної рефракції та кривини Землі на прямі та зворотні перевищення.

Результати геометричного та тригонометричного нівелювання зведено в табл. 5.

Таблиця 4

**Зрівноваження перевищень за виправленими zenітними відстанями з урахуванням середніх значень перевищень**

Станція	Пункт візування	Гор. проекція, м	Перевищення		dh, мм	h средн., м	Поправка врівноваження, мм	h врівн., м
			h пряме, м	h зворотне, м				
1	3	740,685	-0,993	1,007	14	-1,000	-1	-1,001
	2	349,4	-0,845	0,848	3	-0,847	0	-0,846
	4	903,2	-0,248	0,269	21	-0,258	0	-0,259
2	1	349,4	0,848	-0,845	3	0,847	0	0,846
	4	748,811	0,594	-0,58	14	0,587	0	0,588
	3	541,156	-0,152	0,159	7	-0,155	1	-0,155
3	1	740,685	1,007	-0,993	14	1,000	1	1,001
	2	541,156	0,159	-0,152	7	0,155	1	0,155
4	1	903,2	0,269	-0,248	21	0,258	0	0,259
	2	748,811	-0,58	0,594	14	-0,587	0	-0,588

Таблиця 5

**Порівняння результатів геометричного III класу та тригонометричного нівелювання**

Назва станції	Назва пункту	h геомтр., м	h односторонне триг., м	$\Delta h1$ мм	h двосторонне триг., м	$\Delta h2$ , мм	h обч. з врахування коэф. рефр., м	$\Delta h3$ , мм	h врівн., м	$\Delta h4$ , мм
1	3	-1,0035	-1,0297	-26,2	-0,9998	3,7	-0,9980	5,5	-1,001	2,5
	2	-0,8465	-0,8660	-19,5	-0,8467	-0,2	-0,8538	-7,3	-0,846	0,5
	4	-0,265	-0,2913	-26,3	-0,2586	6,4	-0,2615	3,5	-0,259	0,6
2	1	0,8465	0,8274	-19,1					0,846	
	4	0,5815	0,5436	-37,9	0,5874	5,9	0,5811	-0,4	0,588	6,5
	3	-0,157	-0,1877	-30,7	-0,1554	1,6	-0,1649	-7,9	-0,155	2,0
3	1	1,0035	0,9699	-33,6					1,001	
	2	0,157	0,1231	-33,9					0,155	
4	1	0,265	0,2260	-39,0					0,259	
	2	-0,5815	-0,6311	-49,6					-0,588	
			$fh_{абс. сеп.}$	-31,5		3,5		-1,3		3,5
			с.к.п.	9,4		2,8		6,1		2,6

Значення  $\Delta h1$  – різниця перевищень між геометричним та одностороннім тригонометричним нівелюванням;  $\Delta h2$  – різниця перевищень між геометричним та двостороннім тригонометричним нівелюванням (2);  $\Delta h3$  – різниця між перевищенням, яке отримали з геометричного нівелювання, та перевищенням, обчисленим з урахуванням коефіцієнта рефракції (3);  $\Delta h4$  – різниця між перевищенням, отриманим з геометричного нівелювання, та перевищеннями, врівноваженими за допомогою програмного комплексу Stedo\_DAT.

Як видно з табл. 5, середнє абсолютне значення похибок між геометричним та одностороннім тригонометричним нівелюванням становить -31,5 мм, а с. к. п. дорівнює 9,4 мм. Середнє абсолютне

значення похибок між геометричним та двостороннім тригонометричним нівелюванням становить 3,5 мм, а с. к. п. дорівнює 2,8 мм. Середнє абсолютне значення похибок між перевищенням, отриманим з геометричного нівелювання, та перевищенням, яке обчислили з урахуванням коефіцієнта рефракції, становить -1,3 мм, а с. к. п. дорівнює 6,1 мм. Середнє абсолютне значення похибок між геометричним та врівноваженим перевищенням, визначеним за допомогою програмного комплексу Stedo\_DAT, становить 3,5 мм, а с. к. п. дорівнює 2,6 мм.

Отже, як видно з табл. 5, результати неодноразового двостороннього тригонометричного нівелювання досягають точності вимог інструкції геометричного нівелювання III класу, навіть якщо припустити, що у

разі прокладання нівелірного ходу на пряму по лінії візування допустима похибка у нівелюванні становила би  $m_h = 10 \text{ мм} \sqrt{L(\text{км})} = 10 \sqrt{0,9} \approx 10 \text{ мм}$ .

Із результатів досліджень видно, що передавання перевищення на проблемній місцевості (болота, озера та ліси) можна виконати за допомогою двостороннього тригонометричного нівелювання із економічною вигодою і запасом необхідної точності.

### Висновки

1. Теоретично та експериментально доведена можливість застосування неодноточного тригонометричного нівелювання для передавання висот на трасах до 1 км над водною поверхнею замість геометричного нівелювання III класу.

2. У результаті врівноваження аналітичної мережі висотне положення пунктів, отриманих за виправленими за вертикальну рефракцію зенітними віддалями не перевищувало 7 мм.

### Література

1. Мороз О. І. Створення геодезичного полігона навколо озера Пісочне Шацького національного природного парку / О. І. Мороз, Т. Ю. Корлятович, І. Я. Покотило, С. П. Ямелинець // Вісник геодезії та картографії. – 2015. – № 5–6. – С. 21–23.
2. Инструкция по нивелированию I, II, III, IV классов. – М.: Недра, 1990. – 175 с.
3. Островський А. Л. Дослідження закономірностей дії вертикальної рефракції та точності тригонометричного нівелювання над водними поверхнями / А. Островський, О. Кравчук // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – 2007. – № 69. – С. 83–90.
4. Accuracy of height measurements for levelling across wide water bodies / A. Celms, A. Ratkevičs, A. Brants, E. Kauranens // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – 2013. – № II (26). – С. 97–101.
5. Walo J. The Height transfer over the Czorsztyń artificial lake applying trigonometric levelling / Walo J., Pachuta A., Olszak T. // Reports on Geodesy. – 2004. – Т. 2/69. – Р. 315–321.
6. Перій С. С. Використання двостороннього тригонометричного нівелювання у світловіддалемірній полігонометрії / С. С. Перій // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – 2001. – № 61. – С. 112–117.
7. Перій С. С. Апробація застосування неодноточного двостороннього тригонометричного нівелювання з урахуванням вертикальної рефракції / С. Перій // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – 2015. – № 82. – С. 19–28.
8. Учет атмосферных влияний на астрономогеодезические измерения / Островский А. Л., Джуман Б. М., Заблоцкий Ф. Д., Кравцов М. И. – М.: Недра, 1990.
9. Тлустяк Б. Т. Статистическая характеристика рефракции световых лучей на морских трассах / Б. Т. Тлустяк, С. С. Перій // Тез. докл. Всесоюз. совещ. по рефракции электромагнитных волн в атмосфере. – Томск, 1983. – С. 281–284.
10. Маслич Д. И. Особенности рефракционного поля на морских трассах в прибрежном субтропическом районе / Д. И. Маслич, С. С. Перій // Геодезія, картографія і аерофотосъемка. – Львів, 1984. – Вип. 39. – С. 38–46.
11. Тлустяк Б. Т. Исследование закономерностей изменения земной рефракции в прибрежной зоне больших водных поверхностей / Б. Т. Тлустяк // Геодезія, картографія і аерофотосъемка. – 1974. – № 20. – С. 86–93.

### Застосування тригонометричного нівелювання для передавання висот над водними поверхнями на території Шацького національного природного парку

С. Перій, О. Мороз,  
Т. Корлятович, І. Покотило

Описано результати передавання висот через водну поверхню методом двостороннього тригонометричного нівелювання. Виконано порівняння результатів тригонометричного та геометричного нівелювання. Запропоновано замінити геометричне нівелювання на тригонометричне на проблемній ділянці.

### Применение тригонометрического нивелирования для передачи высот над водными поверхностями на территории Шацкого национального природного парка

С. Перий, А. Мороз,  
Т. Корлятович, И. Покотило

Описаны результаты передачи высот через водную поверхность методом двустороннего тригонометрического нивелирования. Выполнено сравнение результатов тригонометрического и геометрического нивелирования. Предложено заменить геометрическое нивелирование на тригонометрическое на проблемном участке.

### Applying of trigonometric leveling for the transfer of heights over the water surface in the territory of Shatsk National Natural Park

S. Perii, O. Moroz,  
T. Korlyatovych, I. Pokotylo

The results of the heights transfer above water surface by bilateral trigonometric leveling were described. Comparison of results of spirit and trigonometric leveling has been made. It was offered to replace spirit leveling to trigonometric leveling on the problematic area.