

ВИКОРИСТАННЯ КОСОЇ РІВНОКУТНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ПРОЕКЦІЇ SWISS OBLIQUE MERCATOR ЯК МАТЕМАТИЧНОЇ ОСНОВИ ГЕОГРАФІЧНИХ КАРТ УКРАЇНИ

П. Король, В. Волошин

Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки

Ключові слова: еліпсоїд обертання, косий дотичний циліндр, косий січний циліндр, вертикали й альмукантарати картографічної сітки, коса рівнокутна циліндрична проекція Розенмунда – Swiss Oblique Mercator, модифікована коса рівнокутна циліндрична проекція.

Постановка проблеми

У загальному випадку косі рівнокутні циліндричні проекції використовуються для картографування територій, що розміщуються вздовж центральної лінії, віддалені від неї на невелику відстань, мають значну протяжність у напрямку вертикалів або альмукантаратів картографічної сітки, а також територій зі значною діагональною протяжністю.

Порівняно з поперечними, косі варіанти рівнокутних циліндричних проекцій мають низку переваг, оскільки краще апроксимують топографічну поверхню, забезпечуючи неперервність картографічного зображення, дають змогу уникнути зональності відображення, істотно підвищують варіабельність масштабового ряду карт, спрощують процедуру взаємного переобчислення систем координат.

Для побудови проекцій використовується косий дотичний вздовж великого кола або січний вздовж двох малих кіл циліндр. Масштаб зображення зберігається лише вздовж центральної лінії – великого кола косою напрямку або двох прямих ліній, паралельних до центральної лінії. Масштаби спотворень довжин і площ істотно зростають з віддаленням від центральної лінії. Якщо центральна лінія косих рівнокутних циліндричних проекцій збігається з лінією екватора, то утворюється нормальний варіант проекції, а якщо вона збігається з центральним меридіаном, то утворюється її поперечний варіант.

Косі рівнокутні циліндричні проекції можуть бути реалізовані у чотирьох формах: A , A_c , B , B_c , для обчислення яких використовуються ідентичні формули, однак вони відрізняються за принципами побудови. Форми A і A_c визначаються центральною широтою j_c і двома додатковими точками з координатами (j_1, I_1) і (j_2, I_2) , а форми B і B_c – центральною точкою з широтою j_0 , довготою I_0 і центральним лінійним азимутом a_0 . Центральна лінія центрованих форм A_c і B_c , на відміну від

нецентрованих A і B , проходить через точку перетину початкового меридіана з екватором. Форма B_c концептуально найпростіша для сприйняття, оскільки для її побудови використовують лише координати центральної точки та азимут центральної лінії.

Найвизначніші косі рівнокутні циліндричні проекції розроблено у першій половині ХХ ст. і в різних варіантах реалізовано в топографічному картографуванні Швейцарії (М. Розенмунд, 1903), Мадагаскару – (Дж. Лаборд, 1926) і Борнео (М. Хотіне, 1947).

Зв'язок із важливими науковими і практичними завданнями

Науковці Східноєвропейського національного університету імені Лесі Українки виконують системні прикладні дослідження модифікацій картографічних проекцій, які відповідають вимогам створення, укладання та видання географічних карт України та окремих її регіонів.

Мета цього дослідження – обґрунтування можливостей використання модифікованого варіанта косої рівнокутної циліндричної проекції Розенмунда – Swiss Oblique Mercator для укладання географічних карт України.

Аналіз останніх досліджень та публікацій, які стосуються вирішення цієї проблеми

Історичні аспекти розроблення косих рівнокутних циліндричних картографічних проекцій висвітлено у монографії Дж. П. Снайдера [8], а їх математичне обґрунтування у сферичному та еліпсоїдальному варіантах виконано у роботах К. Баешліна [1], Й. Боллігера [2] і Б. Куені [4]. Можливості геоінформаційної реалізації косих рівнокутних циліндричних картографічних проекцій як математичних основ великомасштабних географічних карт висвітлено у статті Р. Концетта [3].

Математичне обґрунтування косої рівнокутної циліндричної проекції – Swiss Oblique Mercator, практичні аспекти побудови її картографічної сітки, особливості побудови системи координат та характеристики розподілу спотворень у ній викладено у роботах М. Розенмунда [6,7], а результати її повного аналітичного дослідження наведено у публікаціях В. Лімена [5] і М. Венедікофа [9]. Можливості використання модифікованих варіантів цієї проекції для розроблення математичних основ географічних

карт України у вітчизняній і зарубіжній картографічній літературі не розглядалися.

Виклад основного матеріалу проблеми

Еліпсоїдальний варіант косої рівнокутної циліндричної проекції Меркатора – Swiss Oblique Mercator для топографічного картографування Швейцарії запропонував у 1903 р. голова правління Політехнічного товариства та товариства інженерів і архітекторів Швейцарії, професор геодезії та топографії Федерального політехнічного університету Берна Макс Розенмунд.

З початку ХХ ст. і до сьогодні проекція використовується для відображення Швейцарії, а з 1970 р. прийнята як основна для великомасштабного топографічного картографування Угорщини.

Еліпсоїдальний варіант косої рівнокутної циліндричної проекції Меркатора – Swiss Oblique Mercator реалізовано на еліпсоїді Бесселя ($a = 6377397,155$ м, $e = 0,006674372230614$) в системах координат СН1903 і СН1995 (центр проекції – м. Берн: $j_0 = 46^{\circ}57'08.''66$ пн. ш., $l_0 = 7^{\circ}26'22.''50$ сх. д.).

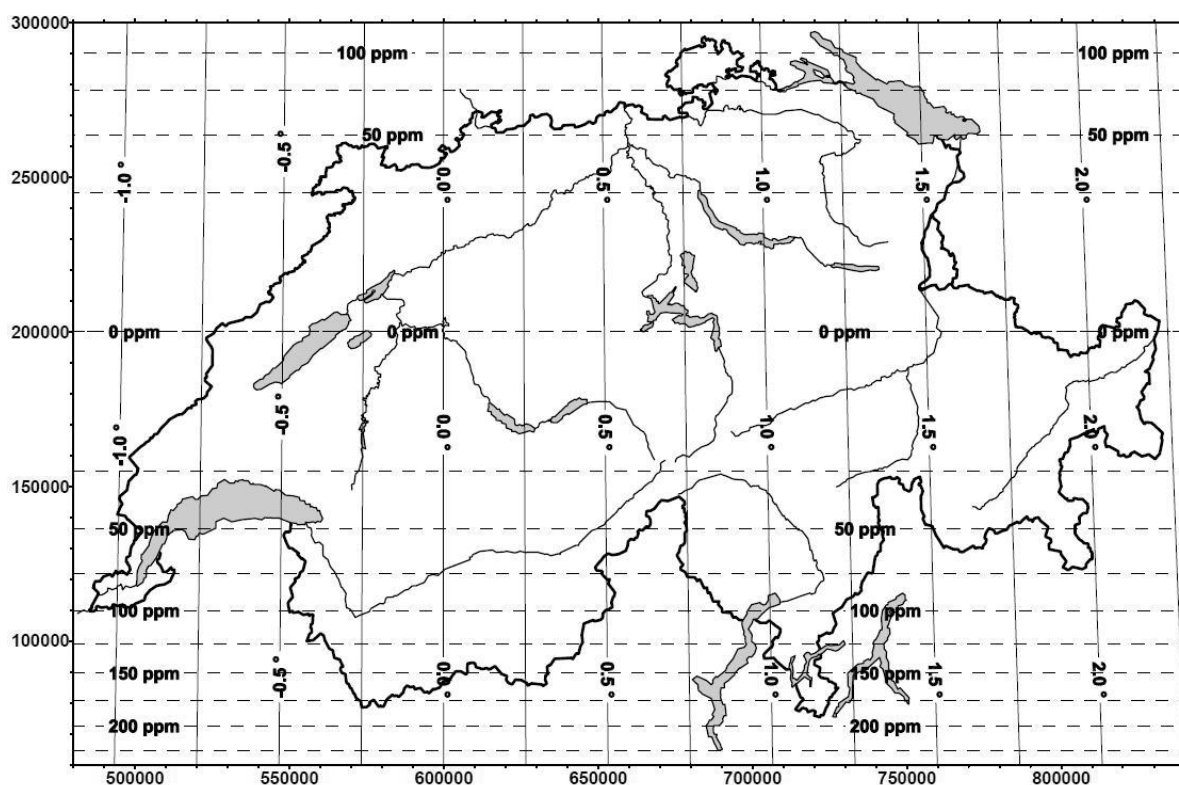


Рис. 1. Сітка прямокутних координат LV03 та параметри спотворень косої рівнокутної циліндричної проекції Меркатора – Swiss Oblique Mercator

У прямокутних координатах еліпсоїдальний варіант проекції описується так: на першому етапі виконується конформне перетворення еліпсоїдальних координат на сферичні –

$$b = 2 \left[\arctg(e^S) - p/4 \right], l = a(l - l_0),$$

де

$$S = a \ln[\operatorname{tg}(p/4 + j/2)] - ae/2 [\ln(1 + e \sin j / 1 - e \sin j)] + K$$

$$a = [1 + e^2 \cos^4 j_0 / 1 - e^2]^{1/2},$$

$$K = \ln[\operatorname{tg}(p/4 + b_0/2)] - a \ln[\operatorname{tg}(p/4 + j_0/2)] + ae/2 [\ln(1 + e \sin j_0 / 1 - e \sin j_0)],$$

$$b_0 = \arcsin(\sin j_0 / a);$$

на другому – розворот сферичної системи –

$$b' = \arcsin(\cos b_0 \sin b - \sin b_0 \cos b \cos l),$$

$$l' = \arctg(\sin l / \sin b_0 \operatorname{tg} b + \cos b_0 \cos l);$$

на третьому – перехід до прямокутної системи координат –

$$x = 0.5R \ln(1 + \sin b' / 1 - \sin b'), y = Rl',$$

$$\text{де } R = a(1 - e^2)^{1/2} / 1 - e^2 \sin^2 j_0.$$

Для визначення дійсних прямокутних координат систем LV03 і LV95, відповідно, до обчислених значень додаються значення умовних абсцис і ординат: $x_{LV03} = x + 200000$, $y_{LV03} = y + 600000$ і $x_{LV95} = x + 1200000$, $y_{LV95} = y + 2600000$.

Загальний вигляд сітки прямокутних координат LV03 та розподіл спотворень у косої рівнокутній

циліндричній проекції Меркатора – Swiss Oblique Mercator наведено на рис. 1.

Пропонуємо модифікований адаптований до території України еліпсоїдальний варіант косої рівнокутної циліндричної проекції Меркатора – Ukraine Oblique Mercator, що реалізовано на еліпсоїді Красовського ($a = 6378245$ м, $e = 0,006693421623$) у системі координат СК-42 (центр проекції – м. Київ: $j_0 = 50^{\circ}27'27''.96$ пн. ш., $l_0 = 30^{\circ}31'42''.80$ сх. д.). Для отримання дійсних прямокутних координат системи до обчислених значень додають значення умовних абсцис і ординат: $x = x_0 + 1000000$, $y = y_0 + 1000000$.

Геометричний принцип побудови косої рівнокутної циліндричної проекції Ukraine Oblique Mercator відображено на рис. 2.

Картографічна сітка модифікованої косої рівнокутної циліндричної проекції – Ukraine Oblique Mercator з кроком 1° подана на рис. 3.

Доцільнішим видається використання модифікованого варіанта проекції для картографування менших за розмірами територій. Картографічна сітка модифікованої косої рівнокутної циліндричної проекції – Ukraine Oblique Mercator для території Волинської області з кроком $10'$ подана на рис. 4.

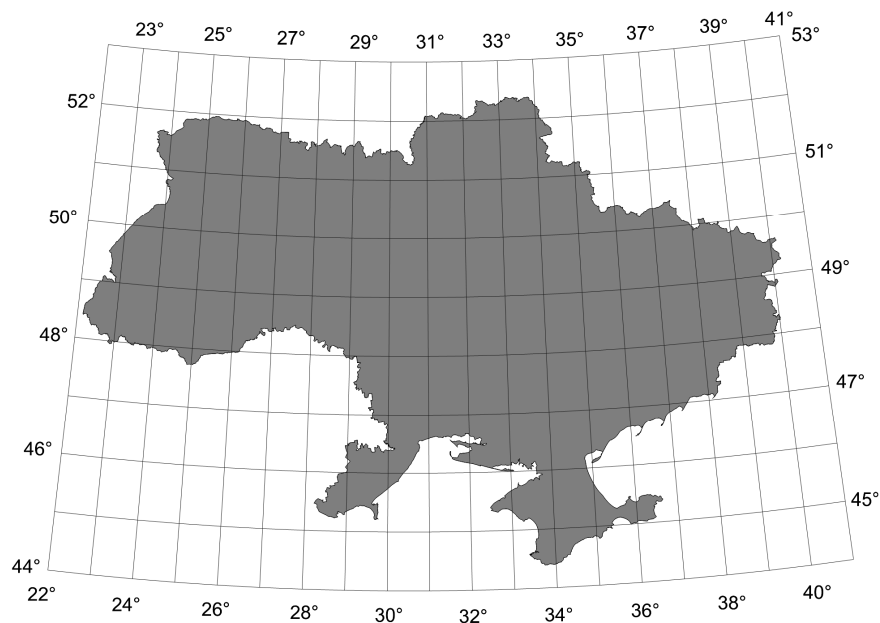


Рис. 3. Модифікована косої рівнокутної циліндричної проекція – Ukraine Oblique Mercator (адаптований варіант, центр – м. Київ: $j_0 = 50^{\circ}27'27''.96$ пн. ш., $l_0 = 30^{\circ}31'42''.80$ сх. д.)

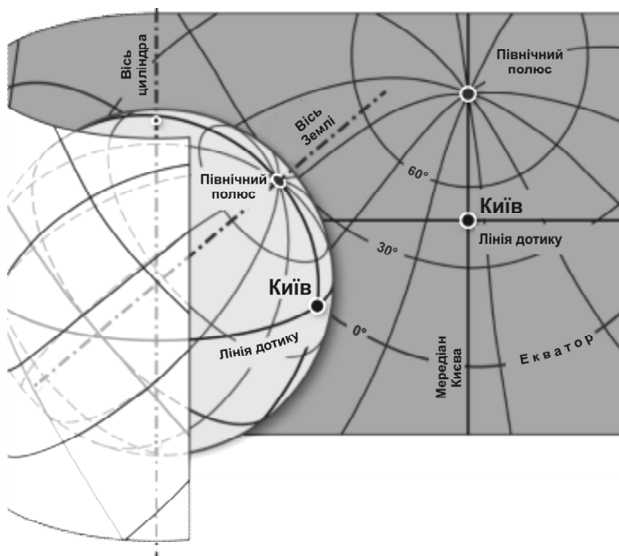


Рис. 2. Геометричний принцип побудови косої рівнокутної циліндричної проекції – Ukraine Oblique Mercator

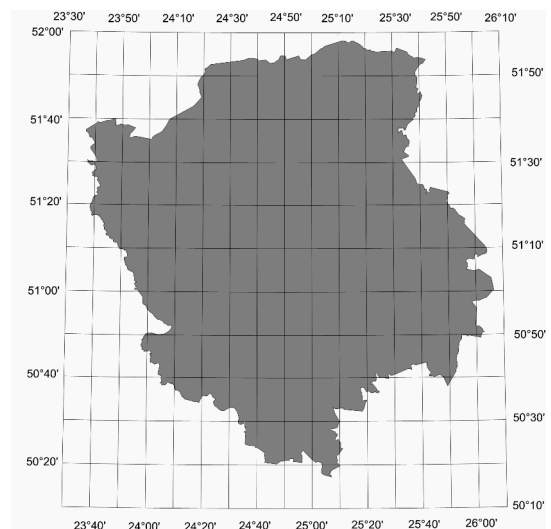


Рис. 4. Модифікована косої рівнокутної циліндричної проекції – Ukraine Oblique Mercator (адаптований варіант, центр – м. Луцьк: $j_0 = 50^{\circ}45'33''.55$ пн. ш., $l_0 = 25^{\circ}20'32''.78$ сх. д.)

Висновки

У результаті проведених досліджень математично обґрунтовано можливість та доцільність застосування модифікованої косої рівнокутної циліндричної проєкції – Ukraine Oblique Mercator як адаптованої математичної основи різномасштабних географічних карт України.

Перспективним напрямом подальших досліджень у цій галузі є аналіз параметрів спотворень модифікованої косої рівнокутної циліндричної проєкції – Ukraine Oblique Mercator з метою вивчення можливостей її використання як альтернативної до поперечної рівнокутної циліндричної проєкції Гаусса–Крюгера, яка традиційно застосовується під час розроблення математичних основ топографічних карт України.

Література

1. Baeschlin C. F. Untersuchung über das Verhältnis endlicher Flächen bei der winkeltreuen, schiefachsigen Zylinderprojektion / C. F. Baeschlin // Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik. – 1935. – Vol. 33. – P. 109–111.
2. Bolliger J. Die Projektionen der schweizerischen Plan- und Kartenwerke / J. Bolliger. – Winterthur: Druckerei Winterthur AG, 1967. – 130 p. [Oblique Mercator of ellipsoid using double projection.]
3. Conzett R. Kartenprojektionen und Computer / R. Conzett // Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik. – 1975. – Vol. 73 (1). – P. 82–84. [Conformal projections, especially Swiss Oblique Mercator].
4. Cueni B. Die Flächenverzerrung der winkeltreuen, schiefachsigen Zylinderprojektion / B. Cueni // Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik. – 1932. – Vol. 30. – P. 35–40.
5. Leeman W. Über die Berechnung der Flächenverzerrung der winkeltreuen, schiefachsigen Zylinderprojektion aus den Projektionskoordinaten / W. Leeman // Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik. – 1934. – Vol. 32. – P. 81–84.
6. Rosenmund M. Die Änderung des Projektionssystems der schweizerischen Landesvermessung / M. Rosenmund. – Bern: Militärdepartments, Abteilung für Landestopographie, Verlag, 1903. – 147 p. [Oblique Mercator projection of ellipsoid as used for large-scale mapping of Switzerland].
7. Rosenmund M. Zur Projektion unserer Landestopographie / M. Rosenmund // Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik. – 1904. – Vol. 2. – P. 188–190.
8. Snyder J. P. Flattening the earth: two thousand years of map projections / J. P. Snyder. – Chicago and

London: University of Chicago Press, 1997. – P. 162. – ISBN 0226767477.

9. Wenedikoff M. Formeln für die winkeltreue schiefachsige Zylinderprojektion / Wenedikoff M. // Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik. – 1942. – Vol. 40 (3). – P. 64–69.

Використання косої рівнокутної циліндричної проєкції Swiss Oblique Mercator як математичної основи географічних карт України

П. Король, В. Волошин

Доведено можливість та доцільність використання модифікованої косої рівнокутної циліндричної проєкції Розенмунда – Ukraine Oblique Mercator як математичної основи географічних карт України та її регіонів. Виконано переобчислення оригінальної проєкції Swiss Oblique Mercator на еліпсоїд Красовського у системі координат СК-42, а також побудовано макети картографічних сіток проєкції для карт України і Волинської області.

Использование косо́й равноугольной цилиндрической проекции Swiss Oblique Mercator в качестве математической основы географических карт Украины

П. Король, В. Волошин

Доказано возможность и целесообразность использования модифицированной косо́й равноугольной цилиндрической проекции Розенмунда – Ukraine Oblique Mercator в качестве математической основы географических карт Украины и ее регионов. Выполнено перевычисление оригинальной проекции Swiss Oblique Mercator на эллипсоид Красовского в системе координат СК-42, а также построено макеты картографических сеток проекции для карт Украины и Волынской области.

Using Swiss Oblique Mercator projection as a mathematical basis of geographical maps of Ukraine

P. Korol, V. Voloshyn

The possibility and feasibility of using a modified Swiss Oblique Mercator projection – Ukraine Oblique Mercator as a mathematical basis of geographical maps of Ukraine and its regions is proved. The recalculation of the original Swiss Oblique Mercator projection to the Krasovsky ellipsoid in SK-42 coordinate system is performed, and the models of grids of map projection for maps of Ukraine and Volyn region are constructed.