УДК 504.05

СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ СИСТЕМИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЕКОЛОГІЧНОЇ ТА ПРИРОДНО-ТЕХНОГЕННОЇ БЕЗПЕКИ УКРАЇНИ

А.Б. КАЧИНСЬКИЙ, Н.В. АГАРКОВА

Розглянуто застосування теорії бінарних відношень (Q-аналіз) для дослідження системи забезпечення екологічної та природно-техногенної безпеки. З точки зору системного аналізу зв’язки між елементами такої системи — це засоби впливу її елементів один на одного та їхня взаємодія, що обумовлює функціонування системи у просторі та часі. Представлено основні принципи побудови моделі структурної зв’язності системи забезпечення екологічної безпеки на прикладі двох множин — множини загроз виникнення надзвичайних ситуацій та множини механізмів їх запобігання й ліквідації. Взаємодію між множинами системи розглянуто на основі комплексу в цілому, враховуючи існуючі зв’язки між елементами системи екологічної безпеки. Досліджено зв’язність елементів системи забезпечення екологічної та природно-техногенної безпеки, розраховано числові значення ексцентриситетів, p-дірок та проаналізовано міри складності комплексу елементів екосистеми.

ВСТУП

В умовах формування системи забезпечення екологічної та природно-техногенної безпеки (СЗ ЕПТБ) України важливого значення набуває математичний апарат оцінки ефективності її діяльності з урахуванням впливу всіх екологічних чинників на зміну умов функціонування безпечного середовища з точки зору структурних характеристик кожного окремого її елемента.

Насамперед, необхідно вивчити якісні та кількісні показники інтенсивності взаємного впливу параметрів та показників системи у фазовому просторі стратегічних напрямків її розвитку з метою запобігання розвитку можливих несприятливих збурень та їх поширення на СЗ ЕПТБ у цілому.

Метод оцінки структурної зв’язності СЗ ЕПТБ, що базується на математичному апараті Q-аналізу, здатний у значній мірі прискорити розв’язання зазначених вище задач, спрямованих на забезпечення екологічної безпеки держави.

СТРУКТУРА СИСТЕМИ ЕКОЛОГІЧНОЇ ТА ПРИРОДНО-ТЕХНОГЕННОЇ БЕЗПЕКИ УКРАЇНИ

При аналізі складних систем, що враховують соціальні, економічні та екологічні чинники і становлять широкий практичний інтерес, система має розглядатися з погляду зовнішніх факторів та впливів на неї при взаємодії з іншими системами (вона сама є елементом системи вищого рівня, але при цьому має враховуватися і внутрішня поведінка системи, внутрішні зв'язки і впливи між елементами самої системи) [1].

Для комплексного дослідження таких складних систем необхідне застосування теорії множин та відношень між її елементами. Доцільно спробувати визначити поняття системи в термінах цієї теорії, вимагаючи при цьому, щоб елементи відповідних множин та їх відношення визначались її специфікою [2].

Якщо побудувати такий «спеціалізований» опис системи, він дасть досить широкі можливості для аналізу не тільки структури системи, але й її поведінки в динаміці [3].

Беручи до уваги системний характер СЗ ЕПТБ та її органічну кореляцію з усіма політичними, соціальними й економічними чинниками, можна зробити припущення, що елементи двох множин — *множини загроз* і *множини механізмів з їх запобігання та ліквідації* — взаємопов'язані й становлять основу СЗ ЕПТБ.

Задамо відношення λ між цими двома множинами елементів системи безпеки Y та X як підмножину декартового добутку $X \times Y$, де $\lambda \subset Y \times X$. Тут Y — *множина механізмів*, спрямованих на ліквідацію екологічних та природно-техногенних загроз та їх запобігання. Y є об'єднанням елементів цієї множини, а саме:

$$Y = \{Y_1, Y_2, ..., Y_{16}\} .$$

Множина X — *множина* загроз екологічної та природно-техногенної безпеки держави є об'єднанням таких елементів:

$$X = \{X_1, X_2, ..., X_{21}\} .$$

Множина механізмів безпеки $Y = \{Y_1, Y_2, ..., Y_{16}\}$ пов'язана відношенням λ із множиною загроз $X = \{X_1, X_2, ..., X_{21}\}$, якщо на запитання, чи спроможний даний механізм (захід) Y_i вплинути на запобігання або нейтралізацію посталої загрози X_j, для кожної пари цілих чисел (i, j), де $i = 1, 2, ..., 16$, $j = 1, 2, ..., 21$, можна дати однозначну відповідь. Тоді пара $(Y_i, X_j) \in \lambda$ та елемент множини механізмів безпеки Y_i знаходиться у відношенні λ до X_k, де $\lambda_{ij} = 1$ у разі позитивної відповіді на запитання і $\lambda_{ij} = 0$ — негативної відповіді.

Відношення між множинами елементів системи екологічної та природно-техногенної безпеки було подано за допомогою *матриці інцидентності безпеки* $\Delta = (\lambda_{ik})$, де

$$\lambda_{ik} = 1, \text{ якщо } (Y_i, X_k) \in \lambda ,$$

$$\lambda_{ik} = 0, \text{ якщо } (Y_i, X_k) \notin \lambda .$$

Детальний перелік множин системи та матриця відношень наведені авторами у роботі [7].

Відзначимо, що питання про ранжування множин елементів системи на даному етапі роботи не порушувалося (вони приймалися рівнозначними): лише «так» чи «ні».

Відношення λ породжує *симплеційний комплекс екологічної та природно-техногенної безпеки*, що позначається через $K_Y(X;\lambda)$.

Симплеційний комплекс складається із множини вершин X та множини симплексів Y, що утворені з цих вершин у відповідності із заданим бінарним відношенням λ. Симплеційний комплекс $K_Y(X;\lambda)$ утворений множиною симплексів Y, зв'язаних спільними гранями, тобто через спільні вершини. Зазначимо, що *n*-симплекс складається з $n+1$ вершин і його розмірність на одиницю менша числа вершин.

Взагалі, комплекс $K_Y(X;\lambda)$ визначається таким чином:

- $K_Y(X;\lambda)$ є множиною симплексів $\{\sigma_p;\ p = 0,1,\ldots,N\}$;
- кожний симплекс $\sigma_p \in K$ однозначно визначається деякою підмножиною з $(p+1)$ різних X_k, для нього існує принаймні одне $Y_n \in Y$, таке, що $(Y_n, X_k) \in \lambda$ для кожного з $(p+1)$ значень i;
- симплекс σ_0^i ототожнюється з X_k, $i = 1,\ldots,n$ (n — кількість елементів множини X);
- кожна підмножина симплекса σ_p, що визначається його $q+1$ вершинами $(q < p)$, називається *q-гранню* симплекса σ_p й утворює $\sigma_p \in K$ (записується $\sigma_q < \sigma_p$).

Число N із пункту 1 називається *розмірністю* комплексу K та записується як $\dim K$. Воно означає найбільшу розмірність для будь-яких $\sigma_p \in K$. Множина X також називається *множиною вершин* комплексу $K_Y(X;\lambda)$ [4].

Взагалі кажучи, *p*-симплекс σ_p представляється випуклим багатогранником із вершинами в евклідовому просторі E^p, а комплекс $K_Y(X;\lambda)$ — сукупністю таких багатогранників у евклідовому просторі E^α відповідної розмірності.

Відношення λ^{-1} між X та Y існує тоді і тільки тоді, коли між y_i та x_j існує відношення λ. Зазначимо, що у даному випадку матрицею інцидентності для λ^{-1} є матриця Δ^T, яку можна дістати за допомогою операції транспортування Δ.

ЗВ'ЯЗНІСТЬ І СИМПЛЕЦІАЛЬНІ КОМПЛЕКСИ

Оскільки симплеційний комплекс є множиною симплексів, з'єднаних між собою за допомогою спільних граней, то за характеристику зв'язку можна брати величину грані, спільної для двох симплексів. Але інтерес представляє комплекс у цілому, тому доцільніше використати при цьому поняття *ланцюга зв'язку*, який відображає той факт, що два симплекси можуть і не мати спільної грані, але можуть бути зв'язані за допомогою послідовності проміжних симплексів.

Враховуючи наведене вище, поняття q-зв'язку може бути визначено наступним чином.

Вважається, що задана пара симплексів $\sigma_p, \sigma_r \in K$ зв'язана у ланцюг, коли існує скінчена послідовність симплексів $\sigma_{a_1}, \sigma_{a_2}, ..., \sigma_{a_h}$, що:

- σ_{a_1} — грань симплекса σ_p;
- σ_{a_h} — грань симплекса σ_r;
- σ_{a_1} та σ_{a_h} — відокремлені спільною гранню, наприклад, σ_{β_i}, для $i = 1,..., (h-1)$ [5].

Будемо вважати, що цей ланцюг зв'язку є q-зв'язком, якщо q є найменшим із цілих чисел

$$\{a_1, \beta_1, \beta_2, ..., \beta_{h-1}, a_h\}.$$

Алгоритм знаходження значень q для спільних граней усіх пар симплексів природно-техногенної безпеки у K та алгоритм одержання значень Q_q використовує матрицю інцидентності Δ, що визначає K [6].

Очевидно, якщо множини Y та X мають m та n елементів відповідно, то матриця Δ є матрицею розміром $(m \times n)$, що складається з нулів і одиниць. Добуток $\Delta\Delta^T$ — число, що стоїть на місці (i, j) — є скалярним добутком рядків i та j матриці Δ. Воно дорівнює числу одиниць, що знаходяться на одних і тих самих місцях у рядках i та j матриці Δ і відповідає значенню $(q+1)$, де q — розмірність спільної грані симплексів σ_p та σ_r, заданих рядками i та j.

Таким чином, суть алгоритму наступна: для знаходження q-спільних граней усіх пар Y-симплексів у $K_Y(X;\lambda)$ необхідно:

- скласти матрицю $\Delta\Delta^T$ розміром $(m \times m)$;
- оцінити $\Delta\Delta^T - \Omega$, де $\Omega = (\varpi_{ij})$, а $\varpi_{ij} = 1$ для $i, j = 1, 2, ..., m$.

Цілі числа на діагоналі є розмірностями симплексів Y, а Q-аналіз здійснюється перевіркою інших комбінацій стовпчиків та рядків.

Для комплеску $K_Y(X;\lambda)$ поставленої задачі маємо $\dim K_X = 12$, оскільки X_4 — симплекс найбільшої розмірності 12. Для комплексу $K_X(Y;\lambda^{-1})$ маємо $\dim K_Y = 17$, оскільки, Y_2 — симплекс найбільшої розмірності 17.

Оскільки індивідуальні властивості симплексів можуть мати важливе значення для вирішення поставленої задачі, необхідно визначити міру інтегрованості кожного окремого симплексу в структурі всього комплексу системи. Для цього введемо поняття *ексцентриситету*, яке відображає ступінь ізоляції симплексів один від одного. Це поняття відображає як відносну важливість даного симплексу для комплексу в цілому (через його розмірність), так і його значимість як зв'язуючої ланки (через максимальне число його вершин, що належать також будь-якому іншому симплексу). Іншими словами, ексцентриситет дозволяє побачити і оцінити, наскільки «щільно» кожен симплекс вкладений у комплекс.

Ексцентриситет симплекса σ визначається наступною формулою, яка відображає ступінь ізоляції симплексів один від одного [6]:

$$\operatorname{Ecc}(\sigma) = \frac{\hat{q} - \breve{q}}{\breve{q} + 1},$$

де верхнє значення q для P_i, тобто $\hat{q} = \dim P_i$ у K. Нижнє значення q для P_i, тобто $\breve{q} =$ найбільшому значенню q, при якому P_i стає зв'язаним із будь-яким окремим P_j.

Розрахунки ексцентриситетів загроз екологічної та природно-техногенної безпеки України показали (рис. 1), що серед них найбільшу величину мають відсутність законодавчої бази в галузі запобігання надзвичайним ситуаціям (0,57) та погіршення матеріального постачання виробництва запасними частинами, в тому числі й найважливішими для забезпечення безпеки (0,4). Трохи меншу величину ексцентриситету мають: недостатньо надійне забезпечення енергоносіями (0,29); ліквідація адміністративної системи державного керування промисловою безпекою (0,182); зменшення витрат підприємств на модернізацію обладнання та інші проблеми, пов'язані із забезпеченням технічної безпеки (0,17); відсутність умов для вкладання значних інвестицій на реалізацію природоохоронних заходів, спрямованих на зменшення загроз, що мають техногенне, стихійне або техногенно-стихійне походження (0,14). До третьої групи, ексцентриситет (0,09) належать: неполадки або відсутність надійних систем запобігання та локалізації аварій, приладів контролю та засобів захисту; відсутність нормативних актів, які давали б можливість задіяти повною мірою економічні важелі та стимули для забезпечення безпеки.

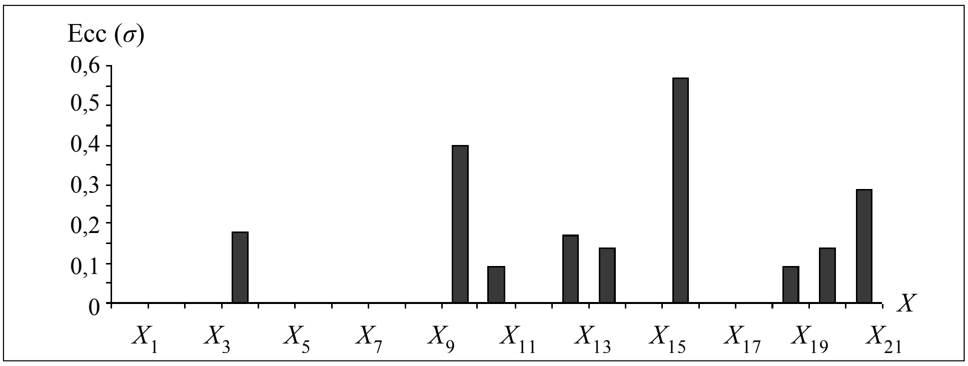

Рис. 1. Величини ексцентриситетів загроз екологічної та природно-техногенної безпеки України

Розраховані значення ексцентриситетів для багатомірних симплексів комплексу механізмів екологічної та природно-техногенної безпеки України дають можливість визначити їх важливість (рис. 2). До першої групи належать: проведення заходів по додержанню технологічних режимів і виконанню вимог щодо охорони природи (0,71) та структурна реконструкція економіки (0,57). Друга група включає: додержання установлених нормативів якості довкілля на підставі затверджених технологій (0,29);

міжнародне співробітництво у сфері промислової безпеки та запобігання і ліквідації наслідків стихійних лих (0,29); розробку соціально-економічних, нормативно-правових та організаційних заходів стійкого розвитку України в умовах переходу до ринкових відносин з урахуванням загроз, що мають техногенне, стихійне або техногенно-стихійне походження (0,23). До третьої групи відносяться: перепрофілювання діяльності окремих екологічно шкідливих об'єктів (0,1); заборона введення в експлуатацію об'єктів, що не забезпечені сучасними технологіями, спорудами й установками очищення, знешкодження й утилізації шкідливих відходів, викідів і скидів до рівня гранично допустимих нормативів, засобами контролю за забрудненням довкілля (0,08).

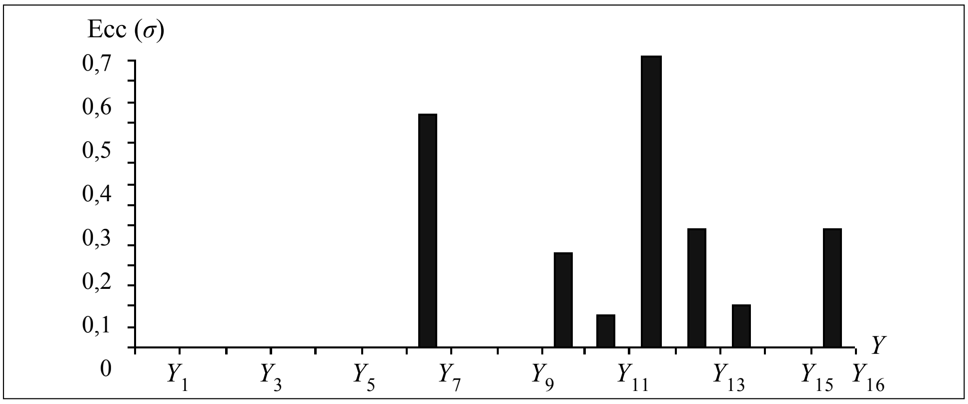

Рис. 2. Величини ексцентриситетів множини механізмів, спрямованих на ліквідацію екологічних та природно-техногенних загроз

Порівнюючи значення ексцентриситетів множини загроз X та множини механізмів Y, можна відзначити, що жоден симплекс даного комплексу не ізольований повністю від інших, тобто для будь-яких i, j $\text{Ecc} \neq \propto$. Аналіз свідчить, що множина X за ступенем неоднорідності дещо перевищує множину Y. Це означає, що серед обох множин існують елементи, відносно стійкі до змін всередині множини цих елементів. Але серед елементів множини причин цей показник дещо вищий. Причиною цього може бути більша чисельність X (21 проти 16), або більш якісний склад елементів множини [7].

Q-аналіз симплеційного комплексу надає інформацію про багатовимірні ланцюги зв'язків симплексів, що становлять комплекс K. Однак особливий інтерес викликає питання про структуру, яка створюється цими ланцюгами. Можна уявити собі комплекс K у вигляді уявного багатомірного швейцарського сиру з ланцюгами q-зв'язків, які формуються його вмістом. У цьому випадку задача зводиться до дослідження структури дірок у такій структурі. Вивчення багатомірних дірок у комплексі мовою алгебраїчної топології є прерогативою теорії гомологій, яка оперує такими поняттями як *ланцюг*, *границя*, *група гомології*.

ДІРКИ ТА ПЕРЕШКОДИ

Обмежимося розглядом відношень між двома скінченними множинами X та Y, а саме $\lambda \subset Y \times X$ та $\lambda^* \subset X \times Y$. У цьому випадку обидва симплеціальні комплекси $K_Y(X;\lambda)$ та $K_X(Y;\lambda^{-1})$ мають скінченну розмірність і скінченне число симплексів.

Розглянемо комплекс $K_Y(X;\lambda)$ з $\dim K = n$. Припустимо, що на K задана орієнтація, індукована впорядкуванням множини вершин *X*, тобто задана нумерація вершин $(x_1,...,x_i,...x_{k-1},x_k)$, де $k \ge n$. Для будь-якого цілого числа *p*, такого, що $0 \le p \le n$, будемо позначати симплекс розмірності *p* через σ_p^i, $i = 1,2,3,...,h_p$, а число всіх *p*-симплексів у K — через h_p.

Утворимо формальні лінійні суми цих *p*-симплексів, допускаючи кратність для будь-якого σ_p^i. Будь-яку таку комбінацію назвемо *p-ланцюгом* [5]. Позначимо сімейство всіх *p*-ланцюгів через C_p, а будь-який елемент ланцюга C_p — через c_p. Тоді типовий *p*-ланцюг має вигляд

$$c_p = m_1 s_p^1 + m_2 s_p^2 + ... + m_{h_p} s_p^{h_p},$$

де кожне $m_i \in J$, а J — вільна абелева група. Тепер можна розглядати множину C_p як абелеву групу відносно операції «+» у припущенні, що

$$c_p + c'_p = (m_1 + m'_1)\sigma_p^1 + ... + (m_{h_p} + m'_{h_p})\sigma_p^{h_p}.$$

Кожному *p*-ланцюгу (c_p) співставимо деякий $(p-1)$-ланцюг, який позначимо як ∂c_p та назвемо *границею*. Визначимо ∂c_p за допомогою ∂c_p-симплексів, лінійна комбінація яких утворює ланцюг c_p, якщо $c_p = \sum_i m_i \sigma_p^i$, то $\partial c_p = \sum_i m_i \partial \sigma_p^i$. Іншими словами, вимагаємо, щоб ∂ був геоморфізмом із C_p в C_{p-1}. Для будь-якого симплекса $\sigma_p = \left\langle x_1 x_2 ... x_{p+1} \right\rangle$ можна визначити $\partial \sigma_p$ так:

$$\partial \sigma_p = \partial \left\langle x_1 x_2 ... x_{p+1} \right\rangle = \sum_i (-1)^{i+1} \left\langle x_1 x_2 ... \hat{x}_i ... x_{p+1} \right\rangle,$$

де $\hat{x}$ означає, що вершина x_i пропущена.

Границю будь-якого ланцюга можна розглядати як образ цього ланцюга відносно оператора ∂, який задає відображення $\partial : C_p \to C_{p-1}$ для $p = 1,...,n$. Оператор ∂ не тільки гомоморфний (він зберігає адитивну структуру), але й нільпотентний, так як $\partial(\partial c_p) = 0$ в C_{p-2}, або, що те ж саме, $\partial^2 = 0$ (тривіальне відображення).

Назвемо *p*-циклами ті ланцюги $c_p \in C_p$, у яких границі зникають (тобто $(\partial c_p) = 0$). Такі ланцюги утворюють підгрупу групи C_p, яка позначається символом Z_p й є ядром гомеоморфізму ∂. Очевидно, що елементи B_p, або, що те ж саме, ∂C_{p+1}, є циклами і, очевидно, $B_p \subset Z_p$. Фактично ж B_p

є підгрупою Z_p. Елементи B_p називаються *граничними циклами* (вони не є циклами в звичайному або тривіальному розумінні). Ті елементи Z_p, які не є елементами B_p, можна ототожнювати з елементами фактор-групи Z_p/B_p. Будь-який елемент цієї фактор-групи має вигляд $z_p + B_p$, і якщо вибрати один представник, наприклад z_p, з цього класу еквівалентності, то його можна позначити через $[z_p]$.

Фактор-група Z_p/B_p називається *p-групою гомологій* і позначається як

$$H_p = Z_p/B_p, \quad p = 0,1,...,n.$$

Якщо врахувати, що група Z_p — це ядро гомоморфізму $\partial (Z_p = \ker \partial)$, то групу гомології можна представити так:

$$H_p = \ker \partial / im\, \partial.$$

Число складових (число вільних складових H_p) називають *p-числом Бетті* комплексу *K* та позначають β_p [5].

В алгебраїчній топології числа Бетті застосовуються, щоб розрізняти топологічні простори. Кожному простору *X* відповідає якась послідовність чисел Бетті. Перше число Бетті інтуїтивно являє собою максимальне число розрізів цього простору, які можна зробити без збільшення числа компонент зв'язності. Число Бетті є натуральним числом. Для скінченного простору (наприклад, скінченного симплеційного комплексу), всі числа Бетті скінченні й, починаючи з деякого номера, дорівнюють нулю. Наявність *p*-дірок (та відповідних чисел Бетті), очевидно, означає, що за певних розмірностей існує деякий вид циркуляції між елементами відповідних множин [8].

З геометричної точки зору, числа Бетті показують число наскрізних (від краю до краю) розрізів, яке витримує фігура, не розпадаючись на частини, а зберігаючи суцільну структуру [6].

Всередині комплексу $K_Y(X;\lambda)$ для розмірності $q=5$ маємо 6 симплексів $\sigma_3, \sigma_5, \sigma_6, \sigma_7, \sigma_8, \sigma_9$, тоді ланцюг $\sigma_3 + \sigma_5 - \sigma_6 + \sigma_7 - \sigma_8 + \sigma_9$ є граничним циклом цього комплексу. $\beta_i = 1$ для $i = 3,5,6,7,8,9$ та $\beta_i = 0$ для $i = 1,2,4,10,11,12$. Для розмірності $q=6$ маємо 4 симплекси $\sigma_2, \sigma_{10}, \sigma_{13}, \sigma_{17}$ тоді ланцюг $\sigma_{10} + \sigma_{13} - \sigma_{17}$ є граничним циклом та $\beta_i = 1$ для $i = 2,10,13,17$ та $\beta_i = 0$ для всіх інших *i*. Для розмірності $q = 10$ маємо 3 симплекси $\sigma_{15}, \sigma_{16}, \sigma_{18}$ тоді ланцюг $\sigma_{15} - \sigma_{16} - \sigma_{18}$ є граничним циклом та $\beta_i = 1$ для $i = 15,16,18$ та $\beta_i = 0$ для всіх інших *i* (у загальному випадку $i = \overline{0, \dim K}$).

Всередині комплексу $K_X(Y;\lambda^{-1})$ не виявлено ланцюгів, які можуть претендувати на граничні цикли, оскільки там не існує більше двох симплексів однієї розмірності, що свідчить про більшу щільність множини механізмів, спрямованих на ліквідацію екологічних загроз.

ВИСНОВКИ

Запропонована методика аналізу структурної зв'язності системи, що базується на математичному апараті Q-аналізу, передбачає виділення з досліджуваної системи окремих сильно зв'язних комплексів на кожному рівні зв'язності та визначення низки параметрів, що характеризують структурні топологічні властивості схеми основної системи. Отримані в результаті аналізу характеристики зв'язності — структурні вектори, ексцентриситети множини системи, наявність та кількість чисел Бетті визначають реакцію нинішньої системи СЗ ЕПТБ на зміни умов існування та функціонування системи.

Математичний апарат Q-аналізу принципово дозволяє здійснювати дослідження топологічних, інформаційних та функціональних властивостей системи. На основі дослідження структурної зв'язності великої системи з'являється можливість провести формальну оцінку рівня функціональності системи, що визначає її здатність до поглинання зовнішніх несприятливих чинників за рахунок внутрішніх ресурсів системи. Це дозволить ефективніше керувати процесом прийняття рішень, покращить управління існуючими слабкими зв'язками і, таким чином, надасть можливість обґрунтування того чи іншого варіанту розвитку системи на перспективу.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Антонов Г.Н., Можаев А.С.* О новых подходах к построению логико-вероятностных моделей безопасности структурно-сложных систем // Проблемы безопасности при чрезвычайных ситуациях. — 1999. — № 9. — С. 14–27.
2. *Згуровский М.З., Доброногов А.В., Померанцева Т.Н.* Исследование социальных процессов на основе методологии системного анализа. — К.: Наук. думка, 1997. — 222 с.
3. *Нечипоренко В.И.* Структурный анализ и методы построения надежных систем. — М.: Сов. радио, 1968. — 255 с.
4. *Математическое* моделирование. — М.: Мир, 1979. — 282 с.
5. *Касти Дж.* Большие системы. Связность, сложность и катастрофы. — М.: Мир, 1982. — 216 с.
6. *Atkin R.H.* Mathematical structure in human affairs. — London: Heinemann Educational Books, 1973. — 142 p.
7. *Агаркова Н.В., Качинський А.Б., Степаненко А.В.* Регіональний вимір екологічної безпеки України з урахуванням загроз виникнення техногенних і природних катастроф: моногр. — К.: НІСД, 1996. — 73 с.
8. *Рябинин И.А.* Надежность и безопасность структурно-сложных систем. — СПб.: Политехника, 2000. — 248 с.

Поступила 19.05.2011