OPTICAL AND OPTOELECTONIC AND RADIATION SENSORS

ОПТИЧНІ, ОПТОЕЛЕКТРОННІ І РАДІАЦІЙНІ СЕНСОРИ

УДК 621.375.826:543.272.3

МЕТОД МОДУЛЯЦИОННОЙ ЛАЗЕРНОЙ СПЕКТРОСКОПИИ В ЗАДАЧАХ ИЗМЕРЕНИЯ ПОТЕРЬ ИК-ИЗЛУЧЕНИЯ В ГАЗАХ

С. М. Кухтин, Ю. П. Мачехин, Э. И. Черняков

Харьковский национальный университет радиоэлектроники, пр. Ленина, 14, Харьков, 61000, Украина, тел. (057) 712-10-13, E-mail: sergeikukhtin@hotmail.com, yuri_m49@mail.ru, chernyakoved@yandex.ru

МЕТОД МОДУЛЯЦИОННОЙ ЛАЗЕРНОЙ СПЕКТРОСКОПИИ В ЗАДАЧАХ ИЗМЕРЕНИЯ ПОТЕРЬ ИК-ИЗЛУЧЕНИЯ В ГАЗАХ

С. М. Кухтин, Ю. П. Мачехин, Э. И. Черняков

Аннотация. В работе анализируется метод модуляционной лазерной спектроскопии (МЛС) с использованием прямого преобразования Фурье для оценки концентрации газа в смеси. Проведена оценка применимости приближенных аналитических выражений, полученных для случаев малых потерь в газах с двухуровневой системой поглощения, при измерениях больших значений коэффициентов поглощения или значительных концентраций. Также анализируется влияние частотной зависимости мощности излучения лазера на точность вычисления данных параметров.

Ключевые слова: лазерная спектроскопия, поглощающая среда, коэффициент потерь, прямое преобразование Фурье

МЕТОД МОДУЛЯЦІЙНОЇ ЛАЗЕРНОЇ СПЕКТРОСКОПІЇ В ЗАДАЧАХ ВИМІРУ ВТРАТ ІЧ-ВИПРОМІНЮВАННЯ В ГАЗАХ

С. М. Кухтін, Ю.П. Мачехін, Е. І. Черняков

Анотація. У роботі аналізується метод модуляційної лазерної спектроскопії (МЛС) з використанням прямого перетворення Фур'є для оцінки концентрації газу у суміші. Проведено

© С. М. Кухтін, Ю. П. Мачехін, Е. І. Черняков, 2014

оцінку можливості застосування наближених аналітичних виразів, отриманих для випадку малих втрат в газах с дворівневою системою поглинання, при вимірах великих значень коефіцієнтів поглинання, або значних концентрацій. Також аналізується вплив частотної залежності потужності випромінювання лазера на точність обчислення даних параметрів.

Ключові слова: лазерна спектроскопія, що поглинає середу, коефіцієнт втрат, пряме перетворення Фур'є

MODULATION LASER SPECTROSCOPY METHOD FOR IR-RADIATION LOSES MEASUREMENTS IN GASES

S. M. Kukhtin, Yu. P. Machekhin, E. I. Chernyakov

This paper provides analysis related to modulation laser spectroscopy method (MLS) with utilization of direct Fourier transform for determination of either loss coefficient or gas concentration in the mixture. Applicability of approximate analytical equations that are used for low attenuation in gases with two level absorption was appraised for high absorption coefficients or concentrations. Analysis of frequency related power dependence of the laser source and its influence on calculated accuracy of abovementioned parameters is also provided in this work.

Keywords: laser spectroscopy, an absorbing medium, loss coefficient, the direct Fourier transform

1. Введение

Решение проблемы улучшения экологического состояния окружающей среды в первую очередь зависит от достоверности, надежности и оперативности мониторинга состояния атмосферы и водных бассейнов контролируемых территорий. При этом весьма актуальной становится проблема детектирования многочисленных следов компонентов газов с высоким пределом обнаружения и высокой степенью избирательности. Для решения этой проблемы наиболее предпочтительным является метод модуляционной лазерной спектроскопии (ММЛС), применяемый в технике стабилизации оптической частоты по естественным частотным реперам.

Несмотря на значительный прогресс в развитии техники оптической частотно-модулированной спектроскопии, теоретические модели детально разработаны и изучены только для двухуровневых систем, которые позволяют проводить анализ аналитически [1]. К таким двухуровневым системам относяться и исследуемые в работе атмосферные смеси на основе метана. [2,3]. На основе выбранной модели в работе [4,5] проанализирован частный случай использования метода ММЛС для измерения малых потерь в газе. Были получены приближенные соотношения (для случая $\alpha = \alpha_0(v)CL \ll 1$), связывающие коэффициент затухания $\alpha_0(v)$, концентрацию газа *C* и оптическую длину измерительной ячейки *L* с амплитудами первых трех гармоник спектральной характеристики сигнала.

Целью данной работы является определение области применимости полученных приближенных аналитических выражений для расчета концентрации газа C, коэффициента поглощения $\alpha_0(v)$ или оптической длины измерительной ячейки L для среды с большим поглощением ($0 \le \alpha = \alpha_0(v)CL \cong 1$), а также учет влияния частотной зависимости мощности излучения лазера $W_{0,nasep}$ на точность вычисления измеряемых параметров.

2. Основные теоретические предпосылки

Интенсивность ИК излучения на частоте vпри прохождении через поглощающую среду с коэффициентом поглощения $\alpha_0(v)$, концентрацией C, толщиной L описывается законом Бугера-Ламберта-Бера:

$$W = W_{0,nasep} \exp(-\alpha) = W_{0,nasep} \exp[-\alpha_0(\nu)CL], (1)$$

где $W_{0,nasep}$ — мощность излучения на входе в поглощающую среду; W — мощность излучения на выходе из поглощающей среды; α - коэффициент потерь, зависящий от температуры среды T и давления P, $\alpha_0(\nu)$ — коэффициент поглощения газа; C — концентрация газа; L длина оптического пути взаимодействия излучения с газом.

Рассматривается вариант, связанный с распространением лазерного излучения в среде, имеющей селективно поглощающую составляющую. Практический интерес представляет случай, когда частота лазерного излучения близка к частоте линии поглощения. В таких условиях необходимо учитывать форму линии поглощения. Функции, описывающие распределение коэффициента поглощения по частоте в пределах одной спектральной линии в газах, в частности в метане, определяются, так называемыми, процессами уширения спектральных линий. Вид линии поглощения зависит от температуры, давления и состава многокомпонентной газовой смеси. При низком давлении в газах основной вклад в спектральную ширину дает доплеровское уширение, обусловленное тепловым движением поглощающих молекул, а форма линии поглощения может быть описана Гаусовой кривой. В некоторых случаях используется промежуточный профиль Фойгта, являющийся светкой гаусовых и лорецовых профилей.

В данной работе анализируется случай столкновительного уширения в газах, характерного для практических атмосферных измерений, при котором поглощение обусловлено вибрационно-вращательным механизмом колебаний молекул и имеет ярко выраженную линейчатую структуру, а форма кривой поглощения описывается функцией Лоренца [6,7]:

$$\alpha_0(v) = \alpha_{pes} \gamma^2 / [(v - v_0)^2 + \gamma^2], \qquad (2)$$

где V – частота лазерного излучения; v_0 – частота линии поглощения, соответствующая максимуму поглощения; α_{pes} – коэффициент поглощения на центральной частоте; γ –

полуширина линии поглощения на половинном уровне мощности.

Эффект селективного поглощения лазерного оптического излучения можно зарегистрировать методом частотной модуляции. В этом случае частота лазерного излучения описывается выражением:

$$v = v_1 + v_m \cos(\Omega t), \qquad (3)$$

где v_1 – невозбужденная частота излучения лазера; v_m – амплитуда девиации частоты излучения лазера; Ω – частота модуляции.

Если модулированное лазерное излучение взаимодействует с поглощающей средой, то коэффициент поглощения (2) с учетом соотношения (3) можно представить в виде:

$$\alpha_0(\beta, \delta, \nu) = \alpha_{pes} / [(\beta + \delta \cos(\Omega t))^2 + 1] =$$

= $\alpha_{pes} / [(\beta + \delta \cos x)^2 + 1],$ (4)

где $\beta = (v_1 - v_0) / \gamma; \quad \delta = v_m / \gamma; \quad x = \Omega t$.

В случае, когда неравномерность амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) лазера носит линейный характер (рис.1), мощность излучения, фиксируемая фотоприемником, может быть записана в виде:

$$W = W_{0,nasep} \alpha_{11}(\chi, x) \exp(-\alpha) =$$

= $W_{0,nasep} \alpha_{11}(\chi, x) \exp[-\alpha_0(\nu)CL],$ (5)

где χ – относительное (при $W_{0,nasep} = 1$) изменение мощности лазера на полуширине линии поглощения

$$\alpha_{11}(\chi, x) = (1 - \delta x) + 2\chi \cdot \delta x \frac{x}{|x|}.$$
 (6)

Выражение для мощности лазерного излучения (5) можно представить в виде разложения в ряд Фурье

$$W(\beta, \delta, \nu) = W_{0,nasep} \alpha_{11}(\chi, x) \exp(-\alpha) =$$
$$= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\Omega t) .$$
(7)

В случае слабо поглощающей среды ($\alpha \ll 1$) выражение (5) преобразуется к виду

$$W(\beta, \delta, \nu) = W_{0,nasep} \alpha_{11}(\chi, x) \exp(-\alpha) =$$

$$=\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\Omega t),$$
(8)

а коэффициенты *a_n*, *b_n* ряда Фурье вычисляются по формулам Эйлера – Фурье.

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} W_{0,nasep} \alpha_{11}(\chi, x) \exp[-\alpha(\beta, \delta, \nu)] \cos(nx) dx,$$
(9)

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} W_{0,nasep} \alpha_{11}(\chi, x) [1 - \alpha(\beta, \delta, \nu)] \cos(nx) dx.$$
(10)

По амплитудам a_n , b_n этих гармоник оценивают параметры поглощающей среды, при этом для определения потерь в газе этого достаточно знать амплитуды первых трех гармоник частотной модуляции.

Как было показано в [4,5], в случае малых потерь ($\alpha = \alpha_0(v)CL \ll 1$) и постоянства мощности лазерного излучения $W_{0,nasep} = \text{const}$ ($\chi = 0$) определение коэффициента поглощения газа α_{pacy} (либо концентрации газа *C* и оптической длины кюветы *L*) сводится к измерению второй и нулевой гармоник и вычислению по приближенной формуле (11), которая не зависит от входной мощности:

$$\alpha_{pacy} = \frac{1}{K(\delta)} \frac{b_2}{b_0} = \frac{\delta^2 \sqrt{1 + \delta^2}}{2(2 + \delta^2 - \sqrt{1 + \delta^2})} \frac{b_2}{b_0}, \quad (11)$$

где b_2 и b_0 – вторая и нулевая гармоники разложения (10), либо a_2 и a_0 разложения (9), определенные в случае, когда частота невозмущенного лазера совпадает с центральной частотой линии поглощения среды $\beta = 0$.



Рис. 1. Метод модуляционной лазерной спектроскопии.

3. Математическое моделирование метода МЛС

Были проведены расчеты коэффициентов Фурье по точным (7,9) и приближенным (8,10) соотношениям и определены пределы допустимости приближенного выражения (11) для больших потерь ($\alpha = \alpha_0(\nu)CL \le 1$, $\beta = 0$).

При проведении эксперимента принципиально важным является обеспечение максимально точного совпадения частоты линии поглощения газа с немодулированной частотой генерации лазера. При температурной перестройке лазера критерием оценки такого совпадения является равенство нулю амплитуд нечетных гармоник ($a_1 = a_3 = 0$) [1].

На рис. 2-3 приведены зависимости амплитуд первой (сплошные линии) и третьей гармоник (штриховые линии) от расстройки β при значениях коэффициента потерь $\alpha = 0.05$ и $\alpha = 1.0$ для различных значений относительной девиации частоты $\delta_1 = 1$ (кривые 2) и $\delta_2 = 2,197$ (кривые 1), вычисленные по формулам (7,9).



Рис.2. Зависимости амплитуд первой и третьей гармоник от расстройки β при малых потерях $\alpha = 0.05$.

Как видно из графиков, в случае постоянства уровня мощности лазера ($W_{0,nasep} = \text{const}, \chi = 0$) амплитуды нечетных гармоник обращаются в нуль при расстройке $\beta = 0$ как при малых, так и больших потерях и амплитудах свипирования. При малых потерях (рис.2) крутизна кри-

вых для первой гармоники практически не зависит от амплитуд свипирования. При возрастании потерь (рис.3)



Рис. 3. Зависимости амплитуд первой и третьей гармоник от расстройки β при больших потерях $\alpha = 1$.

крутизна зависимости амплитуды первой гармоники от расстройки В (кривая 1) возрастает при увеличении б, что упрощает настройку частоты лазера на максимум поглощения. Кроме того максимумы амплитуд первой и второй гармоник a₁, a₂ наблюдаются при относительной частоте свипирования $\delta = 2,197$. При неточной установке частоты лазера $(\beta \neq 0)$ погрешность определения потерь возрастает, а при некоторых значениях β соотношение (11) теряет физический смысл. Так, для $\alpha = 1$ при $\delta_1 = 1$ и $\delta_1 = 2,197$ для $\beta = 0,83$ и $\beta = 1.5$ расчетное значение потерь $\alpha_{pacy} = 0$, так как $a_2 = 0$ и погрешность вычисления составляет около 100%. При больших расстройках β данное выражение теряет физический смысл, так как величина второй гармоника а₂ становится отрицательной.

Для значений потерь интервале $\alpha = 0.005 - 1.5$ по точным (9) и приближенным выражениям (10) были вычислены отношения второй гармоники к нулевой. С помощью соотношения (11) определялась расчетная величина потерь α_{pacu} (для $2a_2 / a_0$), α^*_{pacu} (для $2b_2 / b_0$) и, соответственно, погрешностей ξ , ξ^* для различных значений относительной девиации частоты δ , где ξ, ξ^*

 $\xi^{(*)} = (\alpha - \alpha^{(*)}) / \alpha = 1 - \alpha^{(*)}_{pacy} / \alpha$. (12) Результаты расчетов представлены в табл.1.

Таблица 1

Зависимость потерь α_{pacy} и $\xi = 1 - \alpha_{pacy} / \alpha$ от девиации частоты δ

α	α_{pacu} $\delta = 2,197$	ξ, %	α_{pacy} $\delta = 2,197$	ξ, %	α_{pac4} $\delta = 1,5$	ξ, %	α_{pacy} $\delta = 1$	ξ, %
0.005	5.01·10 ⁻³	0.24	5.0.10-3	0	4.99·10 ⁻³	0.012	4.99 · 10 ⁻³	0.016
0.05	0.052	4	0.05	0	0.05	0	0.049	2
0.5	0.63	26	0.478	4.4	0.487	2.6	0.494	1.2
1.0	1.7	70	0.907	9.3	0.94	6	0.971	2.9
1.5	3.965	164	1.289	14	1.358	9.4	1.428	4.8

Как видно из табл.1, при использовании приближенных соотношений (8-10), расчетные значения потерь α^*_{pacy} имеют значительную погрешность ($\xi = 70\%$, $\alpha = 1$) и могут носить лишь оценочный характер, а для $\alpha \ge 1$ результаты α^*_{pacy} теряют физический смысл ($\xi = 164\%$, $\alpha = 1.5$).

В случае малых потерь ($\alpha = 0.005$) расчеты для $2a_2/a_0$ и α_{pacy} , проведенные по точным соотношениям (7,9,11), дают более точные результаты со значением ξ не превышающем 0.2%. При больших потерях $\alpha = 1.5$ и $\delta = 2,197$ различие ξ составляет 14% и снижается до 5% при уменьшении значения относительной девиации частоты до $\delta = 1$. При $\alpha > 1.5$ целесообразно воспользоваться точными номограммами.

Было проанализировано влияние неравномерности частотной зависимости мощности излучения лазера $W_0(\nu)$ (рис.1) на точность определения коэффициента потерь α .

Для полупроводникового лазерного диода типа LDI H-LFB-1650-10Р коэффициент неравномерности составляет $\chi \approx 0.005$. Поэтому в расчетные значения χ были выбраны равными $\chi_1 = 0.005$, $\chi_2 = 0.01$ и $\chi_3 = 0.05$. На рис. 4-5 приведены зависимости первой и третьей гармоник от расстройки β при значениях коэффициента потерь $\alpha_1 = 0.05; \ \alpha_2 = 0.1; \ \alpha_3 = 0.2; \ \alpha_4 = 0.3$ и $\alpha_5 = 1.0$ (кривые 1-5, соответственно) относительной девиации частоты $\delta_2 = 2,197$ и коэффициента неоднородности $\chi = 0.005$, вычисленные по уточненным формулам (7,9).



Рис. 4. Зависимости амплитуд первой гармоники от расстройки β для различных потерь $\alpha_1, \alpha_2...\alpha_5$ и $\delta_2 = 2.197$



На рис. 6-7 приведены зависимости амплитуд первой гармоники от расстройки β при значениях коэффициента потерь $\alpha_1 = 0.05; \ \alpha_2 = 0.1; \ \alpha_3 = 0.2; \ \alpha_4 = 0.3$ и $\alpha_5 = 1.0$ (кривые 1-5, соответственно) относительной девиации частоты $\delta_2 = 2,197$ и коэффициентах неоднородности $\chi = 0.01$ и $\chi = 0.05$.



Рис. 6. Зависимости амплитуд первой гармоники от расстройки β для различных потерь $\alpha_1, \alpha_2...\alpha_5$ и $\delta_2 = 2.197$; $\chi = 0.01$.



Рис. 5. Зависимости амплитуд третьей гармоники от расстройки β для различных потерь $\alpha_1, \alpha_2...\alpha_5$ и $\delta_2 = 2.197$

Рис.7. Зависимости амплитуд первой гармоники от расстройки β для различных потерь $\alpha_1, \alpha_2...\alpha_5$ и $\delta_2 = 2.197$; $\chi = 0.05$

Как видно из рис. 4-7 в случае неравномерности АЧХ лазера равенство нулю амплитуд как первой так и третьей гармоник не является критерием оценки совпадения частот v_0 и v_1 , так как при $a_{1,3}(\beta) = 0$ $\beta = (v_1 - v_0) / \gamma \neq 0$ и частота генерации лазера не совпадает с частотой линии максимального поглощения газа. Степень несовпадения будет тем больше, чем больше неравномерность АЧХ, либо меньше величина потерь измеряемого газа. При значительных неравномерностях $\chi = 0.05$ и потерях $\alpha_5 = 1$, $\alpha_4 = 0.3$ амплитуда первой гармоники не обращается в нуль, а приближенное выражение (11) теряет физический смысл (рис. 7).

Была проведена оценка точности определения потерь с помощью соотношений (9,11,12). Амплитуды гармоник a_0 и a_2 определялись из соотношения (9) при значениях β , удовлетворяющих условию $a_1(\beta_1)=0$, либо $a_3(\beta_3)=0$. Результаты расчетов приведены в табл. 2.

Как видно из таблицы 2 в случае слабой неравномерности $\chi = 0.005$ и относительной девиации частоты $\delta_2 = 2.197$ точность расчетов составляет 18% при $\alpha_1 = 0.05$ и 9.3% при $\alpha_1 = 1.0$. Наблюдается минимум 2.5% при величине потерь $\alpha_1 = 0.2$. При уменьшении относительной девиации до $\delta_2 = 1.0$ погрешность расчетов снижается соответственно до 1.8% –3% с минимумом 1%. При увеличении неравномерности до $\chi = 0.01$ и относительной девиации частоты $\delta_2 = 2.197$ точность расчета составляет около 64 % при $\alpha_1 = 0.05$ и 9.4 % при величине потерь $\alpha_1 = 1.0$. При этом минимум составляет около 4.7% при $\alpha_1 = 0.3$. Погрешность определения потерь может быть снижена до 2%, если частота невозмущенного лазера устанавливается путем достижения равенства нулю амплитуды третьей гармоники $a_{3}(\beta_{3}) = 0$, при этом в экспериментальной установке целесообразно использовать селективный усилитель, настроенный на утроенную частоту модуляции.

Таблица 2

Оценка точности определения потерь

$\chi = 0.005, \ \delta_2 = 2.197$							
$\alpha_1 = 0.05$		$\alpha_1 = 0.1$	$\alpha_1 = 0.2$	$\alpha_1 = 0.3$	$\alpha_1 = 1.0$		
β_1	0.57	0.29	0.14	0.1	0.032		
ξ	18	5	2.5	3	9.3		
$\chi = 0.005, \ \delta_2 = 1.0$							
$\alpha_1 = 0.05$		$\alpha_1 = 0.1$	$\alpha_1 = 0.2$	$\alpha_1 = 0.3$	$\alpha_1 = 1.0$		
β_1	0.095	0.0575	0.029	0.192	0.006		
ξ	1.8	1	1	1	3		
$\chi = 0.01, \ \delta_2 = 2.197$							

	$\chi = 0.01, \ \delta_2 = 2.197$						
$\alpha_1 = 0.05$		$\alpha_1 = 0.1$	$\alpha_1 = 0.2$	$\alpha_1 = 0.3$	$\alpha_1 = 1.0$		
$a_1(\beta) = 0$							
β_1	1.143	0.575	0.292	0.198	0.065		
ξ	64	18	6	4.7	9.4		
$a_3(\beta) = 0$							
β_2	-0.13	-0.13 -0.07		-0.03	0.016		
ξ	2	2 2		2.7	9.3		
$\chi = 0.01, \ \delta_2 = 1.0$							
$\alpha_1 = 0.05$		$\alpha_1 = 0.1$	$\alpha_1 = 0.2$	$\alpha_1 = 0.3$	$\alpha_1 = 1.0$		
$a_1(\beta) = 0$							
β_1	0.24	0.115	0.058	0.039	0.012		
ξ	12	3	1.5	1.3	3.2		
$\chi = 0.05, \ \delta_2 = 2.197$							
$\alpha_1 = 0.05$		$\alpha_1 = 0.1$	$\alpha_1 = 0.2$	$\alpha_1 = 0.3$	$\alpha_1 = 1.0$		
ß	-	-	1.5	0.9	0.33		
$\frac{\rho_1}{\mathcal{E}}$	-			43	14.4		
β_{γ}	- 0.37		0.2	0.15	0.08		
<i>۲</i> ۰	- 8		3.5	3.7	9.5		

4. Выводы

Использован метод модуляционного лазерной спектроскопии с прямым преобразованием Фурье для измерения потерь в газовых средах с учетом частотной зависимости мощности излучения лазера.

Показано, что в случае малых потерь $\alpha = 0.005$ значения α_{pacy} , вычисленные по точным и приближенным соотношениям, практически совпадают.

При больших потерях $\alpha = 1.5$ и больших амплитудах девиации $\delta = 2.197$ различие составляет $\zeta = 14\%$ и снижается до 5% при уменьшении значения относительной девиации частоты до $\delta = 1.0$. При потерях $\alpha > 1.5$ целесообразно пользоваться точными номограммами.

Установлено, что в случае неравномерности АЧХ лазера равенство нулю амплитуд, как первой, так и третьей гармоник, не является критерием оценки совпадения рабочих частот лазера v_0 и частоты максимума поглощения исследуемого газа v_1 , так как $a_1(\beta) = a_3(\beta) = 0$ при $\beta = (v_1 - v_0) / \gamma \neq 0$. Степень несовпадения будет тем больше, чем больше неравномерность АЧХ, либо меньше величина потерь измеряемого газа.

Установлено, что в случае незначительной неравномерности $\chi = 0.005$ и относительной девиации частоты $\delta_2 = 2.197$ точность расчетов изменяется от 18% при $\alpha_1 = 0.05$ до 9.3% при $\alpha_1 = 0.2$. При уменьшении относительной девиации до $\delta_2 = 1$ погрешность снижается до 1,8%–3% с минимумом 1%. При увеличении неравномерности $\chi = 0.01$ и относительной девиации частоты $\delta_2 = 2.197$ погрешность определения потерь возрастает до 64 % при $\alpha_1 = 0.05$ и 9,4% при $\alpha_1 = 0.3$.

Погрешность определения потерь может быть снижена до 2%, если за критерий установки частоты невозмущенного лазера выбрать равенство нулю амплитуды третьей гармоники, при этом в экспериментальной установке целесообразно использовать селективный усилитель, настроенный на утроенную частоту модуляции.

Показано, что при больших неравномерностях $\chi = 0.05$ и потерях $\alpha_5 = 1$, $\alpha_4 = 0.3$ амплитуда первой гармоники не обращается в нуль, а приближенное выражение для расчета потерь (11) теряет физический смысл.

Список использованной литературы

[1]. Hall G. E. Transient laser frequency modulation spectroscopy / G. E. Hall, S. W. North // Annu.Rev.Phys.Chem. – 2000 – 51, P. 243-274.

[2]. Silver J. A. Frequency modulation spectroscopy for trace species detection: theory and comparison among experimental methods / J. A. Silver // *Appl. Opt.* – 1992 – 31 – P.707–731.

[3]. Smith A. L. Applied infrared spectroscopy: fundamentals, techniques, and analytical problem-solving / A. L. Smith. – USA, NY : Wiley, 1979. – 322p.

[4]. Machekhin Yu. P. Osnovnye principy postroenija volokonno-opticheskoj sistemy registracyi metana v vozduhe / Yu. P. Machekhin // Prikladnaya radioelektronika – 2005 – V.4, №3 – P. 326-331.

[5]. Kukhtin S. M. Izmerenie poter v gazah metodom modulyacionnoj lazernoj spektroskopii s pryamym preobrazovaniem Fur'e / S. M. Kukhtin // Radio-technika – 2013 – 175 – P.58–62.

[6]. Demtröder W. Laser Spectroscopy: Basic Concepts and Instrumentation / W. Demtröder. – Springer, 2003. – 987p.

[7]. Ilyashkevich. M. A. Atomnaya I molekulyarnaya spektroskopiya / M. A. Ilyashkevich. – M:Editorial URSS, 2001. – 896p.

Стаття надійшла до редакції 04.04.2014 р.