УДК 656.61.003:658.7

Лысый А. А.,
АМИ ОНМА

УПРАВЛЕНИЕ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬЮ ГОСУДАРСТВЕННЫХ ПОРТОВ В УСЛОВИЯХ ЛЕДОВОЙ ОБСТАНОВКИ

Постановка проблемы. Одной из основных задач государственной морской политики на современном этапе - является обеспечение во внутренних водах и территориальном море Украины режима судоходства, соответствующего международному морскому праву и международным стандартам безопасности судоходства, обеспечение соответствия уровня безопасности судоходства на украинских судах высшим международным стандартам, обеспечение эффективного осуществления функций морской администрации и других функций государства, которые предусмотрены международными договорами Украины в области судоходства.

Обеспечение национальных интересов Украины как морского государства требует включения приоритетов ее государственной морской политики в основные принципы внутренней и внешней политики страны. Развитие морского транспорта, как важнейшего фактора ускоренного развития экономики и интеграции Украины в мировую экономическую систему, предполагает наличие современного морского торгового украинского флота, конкурентоспособного на мировом фрахтовом рынке, способного обеспечить потребности народа Украины, фрахтовую независимость национальной внешней торговли, эффективное использование транзитного потенциала Украины и экспорт транспортных услуг путем. Главным фактором ускоренного развития морского транспорта Украины являются целенаправленные меры государства по созданию надлежащих условий, в частности, рост инвестиционной привлекательности всех составляющих инфраструктуры судоходства. Здесь особо следует отметить специфику работы портов в условиях зимы. Так, например, на северном побережье Азовского моря из-за неблагоприятных зимних погодных условий, практически приостанавливают работу морские порты. Грузовой оборот портов Азово-Черноморского бассейна в январе-феврале уменьшается по сравнению с показателями осени, весны и лета в 1,5 раза. Учитывая вышеизложенное, одним из приоритетных направлений государственной морской политики Украины является организация ледовой навигации на основных магистральных направлениях.

Анализ последних исследований и публикаций. Наука управления работой морского флота накопила огромный и ценный опыт в вопросах, которые касаются различных аспектов управления, как портами, так и флотом: Немчиков В. И. Кендалл Л.К. Шутенко В. В. Лимонов Э.Л. Прокофьев В.А., Вепринская Т.А.

Целью статьи является исследование методов управления государственными портами в условиях ледовой обстановки.

Изложение основного материала. В общем виде задача сводится к следующему. Имеется динамическая система *L*, характеризующая состояние ледового покрова. На эту систему наложены ограничения, определяемые опасными в навигационном отношении районами.

В области допустимых пространственных значений системы *L* выделены фиксированные точки $v_н$, v_1, v_2, …, v_n, v_k, где $v_н$ – точка начала маршрута, V_1, V_2, …, V_n – точки поворотов, $V_к$ – точка окончания маршрута.

Последовательно соединенные точки $v_н$, v_1, v_2, …, v_n, …, v_k образуют генеральный маршрут плавания.

В динамическом пространстве *L* находится управляемая система *Sh (судно)* которая под влиянием управления (изменение курса и скорости) может переходить из одного состояния в другое (изменять свое пространственное положение). В зависимости от параметров состояния ледового покрова система *L* оказывает противодействие изменению пространственного положения системы *Sh,* численно характеризуемое на каждом дискретном участке некоторой величиной сложности его преодоления *Сл.*

С траекторией перемещения системы *Sh* связана наша заинтересованность - достижение v_k за минимальное время, определяемая функционалом k_0. Обозначим единичное управление вектором $\vec{u}$, характеризующим собой направление и скорость перемещения системы *Sh* на единичном дискретном участке пространства *L.* Тогда задача выбора траектории движения судна во льдах аппроксимируется выбором управления $\sum_{(k)} \vec{x}_k$, которое переводит систему *Sh* из начального состояния $v_н$ через промежуточные состояния v_1, v_2, …, v_n в конечную точку v_k с учетом имеющихся пространственных и других ограничений. В качестве других ограничений учитываются:

периодичность обновления и время устаревания *L* — данных дистанционного зондирования;

прогнозы динамики изменения пространства *L;*

заданные ограничения по ледопроходимости конкретного судна.

При выбранном управлении функционал должен обращаться в минимум.

Запишем изложенную выше задачу в терминах дискретного программирования. Исходные данные:

$$L = \{z_1, z_2, z_3, ..., z_j, ..., z_n\};\ \mathrm{j} = 1, 2, 3, \dots, \mathrm{n};$$

$$z_j \equiv Сл \equiv f(a_j);$$

$$\{v_{\text{н}}, v_1, v_2, ..., v_n, ..., v_k\} \in L$$

$$Sh \in L,$$

где z_j - дискретный элемент пространства *L*, a_j - уровень градации серого участка на изображении ледового покрова; $Сл_j$ - коэффициент сложности преодоления участка z_j.

Предположим, что процесс управления системой *Sh* можно разбить на *k* шагов $\vec{u} = (\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3, ..., \vec{u}_i, ..., \vec{u}_k)$.

Пусть $\xi_1, \xi_2, \xi_3, ..., \xi_i, ..., \xi_k$ - состояние системы *Sh* соответственно после *1, 2, 3, ..., i, ..., k* шага управления, эквивалентное определенному элементу дискретного пространства *L:* $\xi_1 \equiv z_i$. Управление на *i*-том шаге заключается в выборе значения возможных на этом шаге управляющих значений $\vec{u}_1 = (\vec{u}_i^{(1)}, \vec{u}_i^{(2)}, ..., \vec{u}_i^{(n)})$. В соответствии с принципом оптимальности Беллмана состояние системы *Sh* после *i*-того шага управления зависит только от предшествующего состояния системы ξ_{i-1} и управления $\vec{u}_i$: $\xi_i = F_i(\xi_{i-1}, \vec{u}_i)$. Изменяя управление $\vec{u}$ можно получить различную эффективность процесса, которая количественно оценивается целевой функцией $k_0 = \Phi(\xi_n, \vec{u})$, зависящей от начального состояния системы $v_n \equiv \xi_n$ и выбранного управления $\vec{u}$. Тогда задача оптимизации выбора траектории маршрута формулируется следующим образом: определить совокупность

$\vec{u}_k^* = (\vec{u}_1^{(l,n)}, \vec{u}_2^{(l,n)}, ..., \vec{u}_k^{(l,n)})$, переводящее систему *Sh* из начального состояния в конечное при которой:

$$k_0 = \sum_{i=1}^{k} \Phi(\xi_i, \vec{u}_i^{(l,n)}) \to \min .$$

Рассматриваемая задача является типичной задачей комбинаторного типа, в которой определяется экстремальное значение некоторой функции, заданной на конечном множестве. В последние годы разработано большое количество методов решения данного типа задач. Основными из них являются: отсечения, комбинаторные, приближенные, эвристические. Идея метода отсечения была предложена Данцигом [1, 2]. В методе отсечения любая дискретная задача оптимизации представляется в виде задачи линейного целочисленного программирования. Сняв условие целочисленности, находят оптимальное целочисленное решение двойственным симплекс-методом. Если полученной решение является целочисленным, то оно считается оптимальным.

Для комбинаторных методов характерно использование конечности множества допустимых решений и замена полного перебора вариантов частичным. Уменьшение перебора осуществляется отсеиванием неперспективных решений, заведомо не содержащих оптимума.

Одно из центральных мест среди методов этой группы занимает метод ветвей и границ, задачи целочисленного линейного программирования. Впоследствии он был распространен для решения практически всех задач дискретной оптимизации. Метод основан на идее направленного перебора всех допустимых вариантов задачи оптимизации с отсеиванием неперспективных подмножеств, т. е. в нем осуществляются доказательства оптимальности на основе разбиения пространства решений.

Метод динамического программирования, предложенный Р. Беллманом [4], близок к методу ветвей и границ в том смысле, что он производит разумный перебор всех допустимых параметров некоторой задачи, но делает это другим способом. В нем заменяется одновременный выбор большого количества параметров поочередным их выбором, т. е. задача оптимизации сводится к многошаговой задаче меньшей размерности.

Среди приближенных методов решения задачи дискретной оптимизации можно выделить методы локальной оптимизации, основанные на случайном поиске в области допустимых решений; методы, сочетающие случайный поиск с локальной оптимизацией и методы, являющиеся модификацией точных методов [5].

Эвристические методы и алгоритмы основаны на построении и использовании правил, приемов, упрощений, обобщающих прошлый опыт решающего и учитывающий специфику задач. Среди них можно выделить локальные методы, которые были введены и исследованы Ю. И. Журавлевым и Ю. Ю. Финкельштейном [6, 7].

Оценивая эффективность рассмотренных выше методов, можно констатировать, что они очень сильно зависят от размерностей решаемых задач. Как показано в вычислительная сложность *(ВС)* реализованных на их основе алгоритмов экспоненциально зависит от размерности *(Р)* задачи: $ВС = Ф(2^P)$.

Учитывая, что размерность задачи выбора маршрута по данным дистанционного зондирования ледового покрова составляет десятки и сотни тысяч элементов разрешения, ее решение классическими методами не удовлетворяет даже перспективным возможностям судовой вычислительной техники.

Рассмотрим возможные методы решения, позволяющие находить оптимальные или близкие к оптимальным решения за приемлемое время на поиск такого решения. Сформулируем концептуально более наглядную эквивалентную задачу, без учета накладываемых ограничений, являющуюся основой для выбора маршрута в общей постановке.

Предварительно ледовая информация (дискретная система *L)* должна быть разделена на участки (кластеры) с одинаковыми уровнями градации серого, эквивалентные одинаковой сложности их преодоления судном. Над системой L сформируем граф $Г$, вершины которого, находящиеся в геометрических центрах выделенных кластеров, соединены между собой ребрами. Множеству ребер $\{R\}$ соответствуют значения положительных величин l_v, эквивалентных времени движения судна по данному ребру. В графе $Г$ выделены начальная вершина $\nu_{н}$, эквивалентная точке начала маршрута, и конечная ν_k, эквивалентная точке его окончания. Необходимо определить кратчайший путь по ребрам графа $Г$ из вершин $\nu_{н}$ в ν_k, удовлетворяющий условию оптимальности:

$$f(\xi_\nu) = \sum_{(\nu)} l_\nu = \min\,, \qquad (1)$$

В терминах сформулированной эквивалентной задачи сущность метода ее решения заключается в следующем.

Граф *Г* разбивается на группы связанных вершин, последовательно достижимых в направлении перемещения от $v_{н}$ к v_k.

Обход вершин графа производится в направлении от v_k к $v_{н}$.

Множество маршрутов от v_k к $v_{н}$ имеет вид дерева маршрутов: для каждой достижимой связной вершины из $v, v \neq v_s$ методом релаксации определяется направление (метка) $\vec{m}$ на вершину предыдущей группы в кратчайшем пути из v.в v , и рассчитывается длина этого пути

$$f(\xi_v) = \sum_{(v)} l_v , \qquad (2)$$

которая является функцией оптимальности для данной вершины.

Обход вершин графа заканчивается при достижении $v_{н}$.

Производится обратный обход вершин из $v_{н}$ в v_k с использованием метки $\vec{m}$, последовательно через все группы разбиения на вершину v_k.

Очевидно, что каждой вершине графа *Г,* $v, v \neq v_s$ соответствуют несколько значений функции оптимальности $f(\xi_\upsilon)$, которые не могут входить в оптимальный маршрут. Правила релаксации доминируемых значений $f(\xi_\upsilon)$ определяются следующим утверждением. Пусть для некоторой вершины $v, v \neq v_s$, в группе разбиения *j* имеется *s* связных вершин в группе разбиения *i+1*: $v_1, v_2, v_3, ..., v_s$.

Для каждой вершины группы разбиения *i+1* рассчитаны кратчайшие маршруты из $v_1, v_2, v_3, ..., v_s$ соответственно на v_k. При этом

$$f(\xi_{vs}) \rangle f(\xi_{v(s-1)}) \rangle ... f(\xi_{v2}) \rangle f(\xi_{v1}) . \qquad (3)$$

Следовательно, $v_2, v_3, ..., v_s$ не могут входить в оптимальный маршрут. Для доказательства оптимальности решения на основе разбиения пространства решений предположим, что вершина v группы разбиения *j* входит в оптимальный маршрут $\vec{x} = \{v_j, v_{j+1}, ..., v_m\}$. Для оптимального маршрута выполняется условие (1). Рассмотрим векторы

$$\vec{x}_1 = \{\nu_{(j+1),1}, \nu_{j+2}, \nu_{j+3}, \ldots, \nu_m\};$$
$$\vec{x}_2 = \{\nu_{(j+1),2}, \nu_{j+2}, \nu_{j+3}, \ldots, \nu_m\};$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\vec{x}_S = \{\nu_{(j+1),S}, \nu_{j+2}, \nu_{j+3}, \ldots, \nu_m\},$$

представляющие собой кратчайшие маршруты соответственно из вершин $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \ldots, \nu_s$ на конечную вершину ν_k. Для них выполняется условие (3). При переходе из вершин $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \ldots, \nu_s$ уровня разбиения *j+1* на вершину v уровня разбиения *j* определим значение $f(\xi_\upsilon)$ для каждой вершины:

$$f(\xi_\nu)_1 = f(\xi_{\nu 1}) + l_{\nu 1};$$
$$f(\xi_\nu)_2 = f(\xi_{\nu 2}) + l_{\nu 2};$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \tag{5}$$
$$f(\xi_\nu)_s = f(\xi_{\nu s}) + l_{\nu s}.$$

Тогда, с учетом условий (1), (2) получим:

$$f(\xi_\nu) = \min_{(s)} f(\xi_\nu)_{1-k} = f(\xi_{\nu 1})_1 + l_{\nu l}. \tag{6}$$

Следовательно, вершины $\nu_2, \nu_3, \ldots, \nu_s$ не могут входить в оптимальный маршрут.

Условие оптимальности (1) является аддитивной функцией от длины ребер, соединяющих вершины. Для сформулированной эквивалентной задачи это предположение очевидно, поскольку каждому ребру, соединяющему вершины, задается определенная величина, которая не зависит ни от положения вершин в графе, ни от значений, поставленных в соответствие другим его ребрам. При решении задачи в общей постановке значения, присваиваемые каждому ребру для выполнения условия (2), должны быть независимыми по оптимальности, аналогично тому, как для аддитивного представления математического ожидания суммы случайных величин необходима их стохастическая независимость.

Назовем множество ребер графа *Г* взаимно независимыми по оптимальности, если для любых маршрутов $\vec{x}$, включающих ребро R (ν_1, ν_{i+1}), его значение не изменяется. Для доказательства этого предположим, что вершина $\nu \in \Gamma$ v является произвольной точкой некоторого оптимального маршрута $\vec{x}_1$, определенного на графе *Г: x* = $\{v_1, v_2, v_3, ..., v_i, ..., v_m\}$ с функцией оптимальности $f(\xi_{\upsilon i})$. Значение функции оптимальности для вершины v_{i+1}, входящей в выбранный маршрут, будет определяться в соответствии с выражением (5):

$$f(\xi_{\nu(i+1)}) = f(\xi_{\nu i}) + R(\nu_i, \nu_{i+1}) .$$

Суммируем это равенство по *i = 1, 2, 3, ..., m:*

$$\sum_{i+1}^{m} f(\xi_{\nu(i+1)}) - \sum_{i+1}^{m} f(\xi_{\nu i}) = \sum_{i+1}^{m} R(\nu_i, \nu_{i+1}) . \quad (7)$$

Выражение в левой части уравнения представляет функцию оптимальности маршрута $\vec{x}$, а в правой — сумму величин, поставленных в соответствие ребрам графа *Г,* соединяющим вершины оптимального маршрута. Следовательно, выражение (7) эквивалентно условию (2).

Переходим далее к рассмотрению сущности меток $\vec{m}$, характеризующих направление оптимального маршрута из одной смежной вершины в другую. Как указывалось ранее, на каждом шаге просмотра последовательно достижимых вершин некоторой группы разбиения определяется пара [$f(\xi_{\upsilon i})$, $\vec{m}$]. Значение $f(\xi_{\upsilon i})$ характеризует кратчайший путь из конечной вершины v_k на вершину v_i, а $\vec{m}$ будет соответствовать направлению на предпоследнюю вершину кратчайшего пути из v_k в v_i на котором достигается значение $f(\xi_{\upsilon i})$. Справедливость этого утверждения вытекает из утверждения: если v_i является предпоследней вершиной некоторого кратчайшего пути $\vec{x}$, ведущего из v_k в v_i, то часть этого пути $\vec{x}_z$, заключенного между вершинами v_k в v_i, является некоторым кратчайшим путем из вершины v_k на вершину v_i. Действительно, если путь $\vec{x}_z$ не является кратчайшим из вершины v_k на v_i, то существуют пути из вершины v_k на вершину v_i длина которых меньше $\vec{x}_z$. Каждый из этих путей может быть продлен до вершины v добавлением к нему (в соответствии с аддитивностью функции оптимальности) соответствующего ребра R(v_i, v). Это может привести к построению нескольких кратчайшим путей из вершины v_k в v, длины которых будут меньше пути $\vec{x}_z$, что невозможно (*).

Предыдущие рассуждения приводят к модификации принципа оптимальности Беллмана для решения задачи выбора оптимального маршрута, который можно сформулировать следующим образом: если маршрут $\vec{x}$ из вершины $v_н$ в v_k является оптимальным, то для любой его промежуточной вершины v маршрут из v на v_k также оптимальный. Сформулированный принцип является критерием применимости для выбора алгоритмов расчета траектории движения судов во льдах.

Рассмотрим далее обратный обход вершин из $v_н$ в v_k, пользуясь меткой $\vec{m}$, и докажем утверждение, что получаемый в результате обратного обхода маршрут является оптимальным. Как показано ранее, обход вершин графа *Г* заканчивается при достижении начальной вершины $v_н$. Каждой вершине графа в результате обхода присваивается метка $\vec{m}$. Обратный ход начинается с вершины $v_н$. Применительно к вершине $v_н$ метка $\vec{m}$ указывает направление на предпоследнюю вершину в кратчайшем маршруте из $v_н$ в v_k. Принимая указанную вершину за последнюю в маршруте и, применяя последовательно на каждом этапе утверждение (*), при достижении на обратном обходе вершины v_k, получим кратчайший маршрут $v_н$ в v_k, удовлетворяющий условию (1), который и будет являться оптимальным.

Вычислительную сложность предложенного метода составляет примерно *ВС = Ф(25xP),* тогда как для наиболее эффективного алгоритма Дейкстры для выбора кратчайших маршрутов в ориентированных графах она составляет *ВС= Ф(1,5xP²).*

Принимая изложенный метод решения задачи выбора оптимальных траекторий в качестве базового, рассмотрим принципы иерархической декомпозиции как метода снижения размерности задачи и, следовательно, уменьшения вычислительной сложности. Данные дистанционного зондирования, как показано в работе, можно представить в виде иерархического ряда матриц, заданных на квадратном растре с увеличивающимся шагом дискретизации и значениями уровней градации серого элементов вышестоящего уровня являющихся функциями от значений четырех соответствующих элементов матриц нижестоящего уровня. Фактически такое представление означает уменьшение разрешения ледовой информации в 4 раза на вышестоящем уровне иерархии.

При таком представлении предполагается использование иерархического агрегативного подхода для формирования адаптивных критериев отсечения неперспективных решений, позволяющих существенно уменьшить размерность задачи без ухудшения качества ее общего решения. Агрегативный подход включает два взаимосвязанных этапа: последовательную декомпозицию общей задачи на ряд локальных на каждом уровне иерархии и агрегирование интегральных характеристик ледового покрова в виде элементов разрешения вверх по уровням иерархии, начиная с нижнего. Таким образом, агрегативный подход представляет собой метод декомпозиции (сведения исходной задачи к решению ряда более простых) на основе агрегирования переменных. Агрегированные матрицы на каждом уровне иерархии представляют в терминах сформулированной задачи агрегированные комбинаторные пространства исходного комбинаторного пространства L_τ. Введем понятие параметрической неопределенности *П* задачи оптимизации на комбинаторных пространствах L_τ, под которой понимается множество всех факторов, влияющих на выбор оптимальной траектории. В общем случае значение *П* эквивалентно размерности комбинаторного пространства L_τ на уровне иерархии τ. Чем выше уровень иерархии, тем меньше параметрическая неопределенность задачи. Обозначим через R_0 решение задачи на нулевом уровне иерархии $\tau = 0$ (общая задача), а через R_τ, $\tau = 1, 2, 3,...$ - решение оптимизационной задачи на уровне иерархии τ (локальная задача уровня τ). Цель иерархической декомпозиции задачи на основе агрегативного подхода состоит в последовательном формировании ограничений комбинаторных пространств L_τ для снижения параметрической неопределенности общей задачи. При этом должно обеспечиваться ее оптимальное решение. Учитывая, что элементы комбинаторного пространства уровня τ в соответствии со структурой представления информации расположены в узлах линейной геометрической решетки Λ, сформируем над каждой решеткой Λ_τ граф Γ_τ, вершины которого соединены ребрами по схеме Λ_τ. Решение задачи на каждом уровне г, в соответствии с изложенным выше методом, представляет собой оптимальную траекторию. Рассматриваем оптимальную траекторию уровня τ в качестве эталонной для решения задачи на уровне $\tau - 1$. Условием снижения параметрической неопределенности задачи является последовательное уменьшение функции оптимальности для каждого нижестоящего уровня иерархии:

$$f(\xi_v)_\tau \rangle f(\xi_v)_{\tau-1} \rangle f(\xi_v)_{\tau-2} \rangle ... \rangle f(\xi_v)_2 \rangle f(\xi_v)_1 \rangle f(\xi_v)_0 . \quad (8)$$

Эталонная траектория на более высоком уровне иерархии в соответствии с условием (8) будет накладывать ограничения на выбор оптимального решения задачи нижестоящего уровня. Эти ограничения заключаются в том, что из комбинаторного пространства нижестоящего уровня иерархии исключаются вершины, функция оптимальности, для которых превышает значение функции оптимальности выбранного Маршрута на вышестоящем уровне (адаптивного рекорда).

Использование адаптивного рекорда позволяет модифицировать условие (8) в виде:

$$\sum_i f(\xi_{v(\tau)})_i \rangle \sum_j f(\xi_{v(\tau-1)})_j \rangle ... \rangle \sum_k f(\xi_{v(0)})_k \qquad (9)$$

где *i,j, к* — соответствующий номер группы разбиения вершин графа на уровнях *τ , τ - 1, ..., 0.*

Адаптивный рекорд является дополнительным критерием релаксации доминируемых вершин графа для данной группы разбиения. Вычислительная сложность метода с использованием адаптивного рекорда составляет *ВС = Ф(20хР).* Следовательно, несмотря на увеличение суммарного комбинаторного пространства за счет иерархической декомпозиции задачи, ее параметрическая неопределенность снижается примерно на 25%.

Вывод. Изложенное позволяет модифицировать базовый метод включением в него дополнительного условия релаксации: вершины, для которых функция оптимальности $f(\xi_\upsilon)$ превышает значение адаптивного рекорда, не могут входить в оптимальный маршрут. Это условие докажем индукцией по группам разбиения вершин q и уровням иерархии τ. Предположим, что для i-й группы разбиения вершин уровня иерархии τ имеется рекорд $f(\xi_{\upsilon(\tau)})_i$ значение в соответствии с общим правилом его формирования равно адаптивному рекорду *(i/2)-й* группы разбиения уровня иерархии *τ - 1*. Полагаем, что i-я группа разбиения вершин графа Γ_τ является предпоследней перед начальной вершиной $v_н$ и содержит, исходя из условия разбиения вершин на группы, две вершины связанные с вершиной $v_н$. Кроме того, для одной из этих вершин $v_н$ значение функции оптимальности больше адаптивного рекорда, и эта вершина входит в оптимальную траекторию x_τ. Продолжая маршрут до точки $v_н$, на уровне иерархии τ получим оптимальную траекторию, для которой значение функции оптимальности больше рекорда. Переходя вверх по уровням иерархии к уровню $\tau +1$, получим, что для одной оптимальной траектории $x_{\tau +1}$ имеется два значения функции оптимальности. Такое противоречие доказывает, что вершина v_i уровня τ не может входить в оптимальный маршрут.

Переходим к *(i-1)-й* группе разбиения вершин графа Γ_τ. Полагаем, что для вершины v_{i-1} уровня τ, принадлежащей оптимальной траектории, значение функции оптимальности превышает рекорд. Полагаем, что вершина v_{i-1}, предпоследняя в кратчайшем пути из $v_к$ на v_i. Переходя вверх по уровням иерархии к уровню $\tau+1$, получим, что для вершины $v_{(i-1)/2}$ группы разбиения *(i-1)/2* графа $\Gamma_{\tau +1}$, принадлежащей оптимальной траектории $x_{\tau +1}$ существуют два кратчайших маршрута из $v_к$ на v_i с разными значениями функции оптимальности. Это противоречит (*) и сформулированному выше принципу оптимальности. Распространяя приведенные рассуждения по группам разбиения и уровням иерархии, получим аналогичное противоречие, которое и завершает доказательство.

Таким образом, приведенный метод решения навигационных комбинаторных задач объединяет идеи динамического программирования — в качестве общей методологии, метода ветвей и границ - для исключения доминируемых значений функции оптимальности каждого элемента комбинаторного пространства, метода отсечения — для уменьшения размерности комбинаторного пространства на базе статического рекорда и локального метода — для формирования адаптивного рекорда.

Направленность государственной морской политики должна способствовать дальнейшему укреплению позиций Украины как морского государства, созданию благоприятных условий для достижения целей и решения задач развития морской деятельности

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алексеев О. Г. Комплексное применение методов дискретной оптимизации. М.: наука, 1997, с 264.

2. Беллман Р. Динамические программирование. М: Наука, 1995, с. 264.

3. Кендалл Л.К. Экономика и организация работы флота. - М.: Транспорт, 1978. - 263 с.

4. Лихачев А. В. Формализация ледовой обстановки для ее автоматизированной обработки // Навигация и управление судном. Сб. науч. трудов УНИИМР. М.: Транспорт, 2005. с 54-60.

5. Немчиков В. И. Организация работы и управление морским транспортом. — М: Транспорт, 1982. — 343 с Прокофьев В.А., Вепринская Т.А. Управление работой морского флота: Учеб. Пособие. — СПб.: ГМА им. адм. СО. Макарова, 2005. — 116 с.

6. Шутенко В. В. Договорная работа. Агентирование судов. Серия: Коммерческая работа на морском транспорте (теория и практика). Вып. 2. - СПб.: Информационный центр «ВЫБОР», 2002. - 112 с.

7. Шутенко В.В. Формирование системы грузопотоков морского бассейна // Судовождение. — 1978. — Вып. 23. — 6 с.