

УДК 629.1.07+51-74

Варбанець Р.А., Кучеренко Ю.М., Жолтіков Є.І., Маулевіч В.О.,
Кріжановська І.П.

Одеський Національний морський університет

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ БЕЗГРАДІЄНТНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ПРИ СИНХРОНІЗАЦІЇ ДАНИХ МОНІТОРИНГУ РОБОЧОГО ПРОЦЕСУ СУДНОВИХ ДИЗЕЛІВ

Метод безградієнтної n-параметричної оптимізації Powell'64 застосований в задачах синхронізації даних моніторингу робочого процесу суднових дизелів. Наведені приклади пошуку глобального мінімуму тестової функції Розенброка.

Л. 5, табл. 0, список літ. 14.

The gradientless n-parametric optimization Powell'64 method is applied in tasks of data synchronization of marine diesel engines working process monitoring. An example of a global minimum search for the Rosenbrock test function is given.

Fig. 5. Table. 0. List of lit. 14.

Введення і постановка проблеми. Моніторинг робочого процесу суднових дизелів в кінцевому підсумку зводиться до задачі циклічного аналізу індикаторних діаграм в робочих циліндрах [1]. При цьому повинна бути вирішена задача синхронізації даних - переклад діаграм тиску з функцій часу в функції від кута повороту колінчастого вала (ПКВ) [2,3]. Для уявлення індикаторних діаграм у вигляді $P(V)$, $P(\varphi)$ або $T(S)$ залежностей необхідно мати якомога більш точну відповідність між тисками в циліндрі і кутами ПКВ. Для цього використовуються датчики на маховику двигуна (pick-up sensors [4]), які вимірюють фазу ПКВ синхронно з датчиками тиску в циліндрі. Далі, знаючи геометрію циліндра і кривошипно шатунного механізму (КШМ), відбувається перерахунок ПКВ в обсяги надпоршневого простору [3].

Проблема полягає в тому, що апаратне визначення фаз ПКВ за допомогою pick-up sensors, налаштованих в статистиці, матиме похибки під час роботи двигуна під навантаженням. Основні складові цієї похибки наступні:

- вибірка мікролюфтов КШМ при знакозмінному навантаженні;
- крутильні коливання і скручування колінчастого вала;
- хвильові ефекти і затримка сигналу тиску при пригоді їм шляху від умовного центру камери згоряння до мембрани датчика в разі вимірювання тиску через канал індикаторного крана.

Остання складова може бути дуже істотною (до 8° ПКВ на середньооборотних СОД і до 12° ПКВ на високооборотних дизелях) [5]. А в зв'язку з тим, що всі переносні системи моніторингу використовують саме цей спосіб вимірювання тиску і це є звичайною практикою індіціювання судових дизелів, можна сміливо припустити, що використання *pick-up sensors* для переносних систем взагалі недоцільно. Проблему пропонується вирішити допомогою аналітичного методу синхронізації, що включає розрахунок ВМТ і базується на застосуванні безградієнтної *n*-параметричної оптимізації Powell'64.

Стан проблеми. Аналіз останніх досліджень і публікацій показує в першу чергу, що завдання визначення положення ВМТ є важливою складовою моніторингу робочого процесу, оскільки від точності її рішення істотно залежить розрахункове значення середнього індикаторного тиску і індикаторної потужності циліндра. У загальному вигляді залежність похибки розрахунку індикаторної потужності від похибки ВМТ показана в роботі М. Tazerout - на кожен градус похибки доводиться до 9% розрахункового значення потужності [6].

Термодинамічні методи розрахунку і коригування положення ВМТ предлоном в роботах [5, 6]. Вони засновані, зокрема, на розрахунку ентропії при відомих значеннях тиску в циліндрі. Коментуючи їх, можна відзначити, що наявність цифрових і аналогових шумів при вимірюванні тиску в циліндрі може значно знизити точність складних розрахунків. Чисельне визначення першої, а тим більше другої похідної не має сенсу без спеціальної обробки вихідних даних (наприклад, *LowPass FFT Filter* [7]).

Цікава властивість індикаторної діаграми, точніше її першої похідної, показано в роботі [8]. З урахуванням припущень, прийнятих на практиці, показано, що в точці максимальної швидкості росту тиску на ділянці стиснення обсяг циліндра дорівнює

$$V = \frac{P(V')^2}{PV'' + P'V'},$$

$$\text{где } \frac{dP}{d\varphi} = P'; \quad \frac{d^2P}{d\varphi^2} = P''; \quad \frac{dV}{d\varphi} = V'; \quad \frac{d^2V}{d\varphi^2} = V''.$$

Таким чином, обсяг циліндра над поршнем у зазначеній точці може бути розрахований за допомогою відомих геометричних розмірів циліндра і значень $P(\varphi)$ і $P'(\varphi)$, отриманих з індикаторної діаграми. Далі може бути визначений обсяг камери стиснення і положення ВМТ, як запропоновано в [9, 10]. Гарний теоретичний висновок даного положення, на жаль, також складно використовувати на практиці, т. К. Точність розрахунку обсягу камери стиснення і положення ВМТ сильно залежить від шумів записаної діаграми тиску. Застосування LowPass фільтра [7] необхідно обґрунтовувати для кожного конкретного випадку, з огляду на параметри аналого-цифрового перетворення, дискретність і аналогові шуми при вимірюванні тиску в робочих циліндрах за допомогою датчиків різних фірм.

Метою даної публікації є аналіз рішення задачі визначення ВМТ за допомогою моделювання кривої швидкості стиснення. При аналізі використовується частина даних індикаторної діаграми до початку згоряння, за якими визначаються коефіцієнти моделі $P'(\varphi)$. При цьому мінімізуються функціонали, складені відповідно до вимог методу найменших квадратів (МНК):

$$F = \sum_{i=1}^{l_2} \sigma_i [P'(\varphi_i) - P'_i]^2 \rightarrow \min;$$

$$\bar{F} = \sum_{i=1}^{l_2} \sigma_i [P'(\varphi_i) / P'_i - 1]^2 \rightarrow \min,$$

де l_1, l_2 - кордони моделювання, які визначаються від початку стиснення до початку згоряння; P'_i - значення перших похідних, отримані за допомогою методів чисельного диференціювання індикаторної діаграми; σ_i - вагові функції.

Мінімізацію зазначеного функціоналу пропонується провести за допомогою методу безградієнтної мінімізації Powell'64 [11, 12]. Цей метод дозволяє визначити мінімум нелінійної функції n -змінних шляхом успішних пошуків уздовж системи сполучених напрямків [11]. Метод Powell'64 не використовує похідних для здійснення пошуку,

що вельми зручно в практичних розрахунках. Крім того, він є ефективним не тільки для квадратичних функцій, але і для нелінійних n-параметричних функцій загального вигляду.

Приклад використання методу Powell'64 на тестовій функції

Покажемо спочатку роботу нелінійного методу n-параметричної безградієнтної мінімізації по зв'язаних напрямках Powell'64 на прикладі тестової функції Розенброка [11]:

$$Z(x_1, x_2) = 100(x_1 - x_2^2)^2 + (1 - x_1)^2.$$

Відома нелінійна двопараметрична функція Розенброка часто використовується для тестування методів мінімізації в зв'язку з її специфічною формою. Її легко уявити візуально (рис. 1) - вона являє собою вигнутий яр з крутими схилами і довгим слабо мінливим криволінійним дном. Її мінімум ($Z = 0$) знаходиться в точці $[x_1 = 1, x_2 = 1]$.

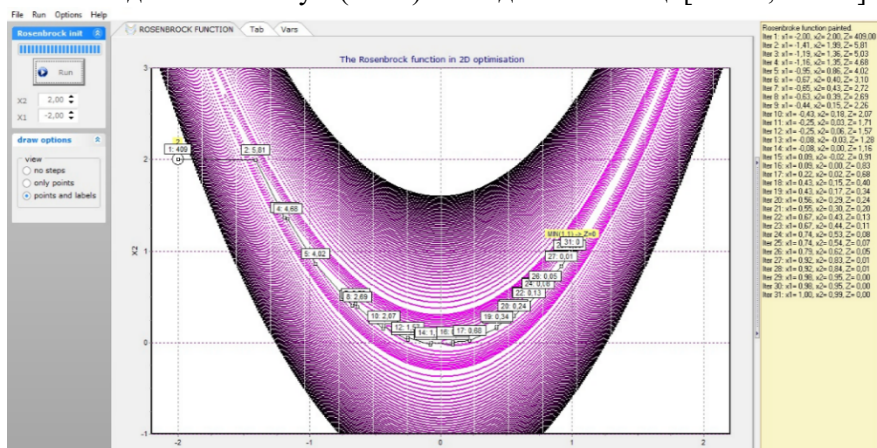


Рис. 1. Пошук мінімуму функції Розенброка [11] за допомогою методу Powell'64 (копія екрану інтерфейсу тестового ПО)

Специфіка пошуку мінімуму функції Розенброка полягає в тому, що якщо задати початкову точку пошуку $[x_1 = -2, x_2 = 2]$ ($Z = 3609$), яка відносно точки мінімуму знаходиться з іншого боку криволінійного яру, то метод мінімізації повинен обійти всі криволінійне дно функції і вийти на точку глобального мінімуму. Від того, наскільки

швидко буде знайдений мінімум функції Розенброка з незручною початкової точки пошуку $[x_1 = -2, x_2 = 2]$, залежить ефективність того чи іншого методу мінімізації. Враховується загальна кількість ітерацій методу і кількість розрахунків самої функції Розенброка.

Використання пов'язаних [11, 12] напрямків пошуку є ефективним алгоритмом для квадратичних n -параметричних функцій і, відповідно, для вирішення завдань МНК. У спеціальній літературі з аналізу методів мінімізації [11] зазначено, що ряд градієнтних методів, зокрема метод найшвидшого спуску, виявляється неефективним для деяких квадратичних функцій. Наприклад, в даному випадку, при початковій точці пошуку

$[X_1 = -2, x_2 = 2]$, градієнтні методи можуть виробляти велику кількість обчислень функції Розенброка, визначаючи локальні мінімуми між бічними схилами яру і при цьому повільно рухаючись в сторону глобального мінімуму. Застосований в методі Powell'64 алгоритм пошуку по зв'язаних напрямках позбавлений цього недоліку. З кожного локального мінімуму на наступній ітерації, при необхідності, відбувається поворот осей в сполучених напрямках [12], і рух в бік глобального мінімуму відбувається великими кроками по дну яру функції (рис. 2). Покроковий алгоритм методу Powell'64 описаний в [11].

У даній публікації використовується модифікація методу Powell'64, яка передбачає використання методу «золотого перетину» (GM) [11] при пошуку локальних мінімумів

в напрямку осей. В оригінальному методі використовується пошук мінімуму в осьових напрямках за допомогою квадратичної функції [12]. Виявилось, що ефективність методу «золотого перетину» вище, ніж у методу послідовного розподілу навіпіл, і істотно перевершує ефективність пошуку непослідовними методами [11]. Пошук GM заснований на розбитті відрізка прямої на дві частини, Φ_1 і Φ_2 , при цьому відношення довжини всього відрізка до більшої частини дорівнює відношенню більшої частини до меншої. Відрізки пропорційні числам Фібоначчі:

$$\varphi^1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0,62; \quad \varphi^2 = \frac{3-\sqrt{5}}{2} \approx 0,38; \quad \varphi^1 + \varphi^2 = 1.$$

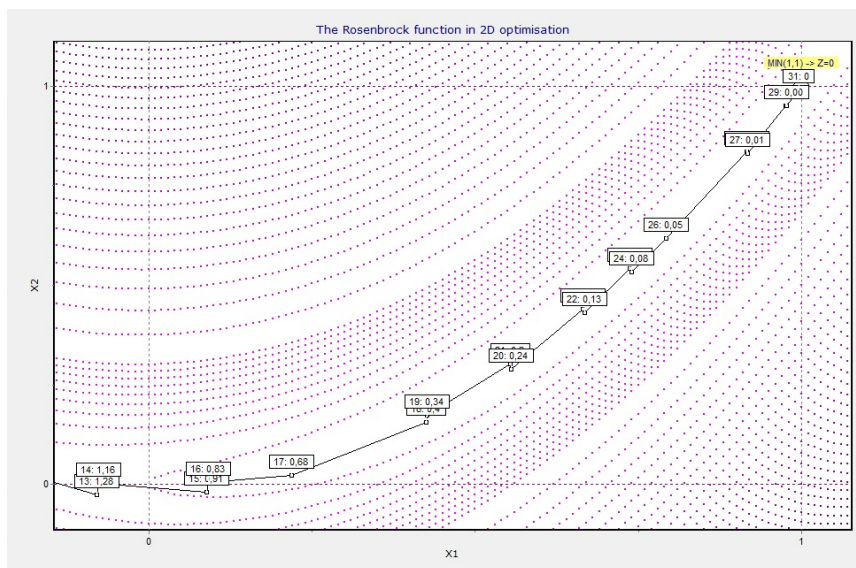


Рис. 2. Етапи пошуку функції Розенброка [11] в районі точка мінімуму (копія екрану інтерфейсу тестового ПО)

На думку авторів, використання методу «золотого перетину» більш ефективно для нелінійних функцій загального вигляду, для яких розрахунок за допомогою оригінального алгоритму [12] часто призводить до переповнення регістрів пам'яті комп'ютера, що вимагає необхідного спеціального контролю.

В даному випадку кількість загальних ітерацій при пошуку мінімуму функції Розенброка з поворотом осей в сполучених напрямках склало 31 (див. Рис. 2). На рис. 2 видно, що метод Powell'64 вже на другий ітерації швидко визначає положення дна яру функції і потім здійснює великі ефективні кроки в бік глобального мінімуму по дну яру (рис. 3). Порівняльний аналіз методів n -параметричної нелінійної мінімізації, наведений в [11], показує, що метод Powell'64 є найбільш ефективним методом пошуку мінімумів n -параметричних нелінійних функцій загального вигляду без використання похідних.

У загальному випадку градієнтні методи дають велику швидкість пошуку, але необхідність завдання приватних похідних за параметрами пошуку ускладнює оптимізаційних задач і може служити причиною трудно виявляємим помилок.

Найчастіше мінімізуемого функціонал являє собою складну нелінійну функцію загального вигляду або є результатом роботи алгоритму зі складною умовно змінюється структурою. В цьому випадку для пошуку мінімуму такого функціоналу задаються граничні умови по незалежним змінним, в рамках яких повинен бути знайдений мінімум. Використання перших, а тим більше других похідних по незалежним змінним часто виявляється незручним для дослідників, т.к. В більшості випадків дослідники модифікують свій алгоритм, і чисельну наближення похідних ускладнює процес досліджень, будучи джерелом трудно виявляемим помилок. Використання ж алгоритму Powell'64 не пов'язане з похідними і має ефективність, яка не поступається градієнтним методам [11, 12].

Визначення ВМТ за допомогою рівняння $P'(\varphi) = 0$. Використовується той факт, що при відсутності згорання в циліндрі швидкість зміни тиску в ВМТ дорівнює нулю [5], за вирахуванням термодинамічної зміщення, пов'язаного з передачею тепла в стінки циліндра (рис. 3) [3, 10]:

$$\frac{dP}{d\varphi_{\text{ВМТ}}} = 0; \quad p'_{\varphi-\delta\varphi_T} = p'_{\Theta} = 0.$$

З урахуванням термодинамічної фазового зсуву в ВМТ ($\varphi = 0$)

$$\Theta = -\delta\varphi_T.$$

Тоді вираз для швидкості зміни тиску на ділянці стиснення можна записати як

$$\frac{dP_{\text{comp}}}{d\Theta} = -P_a V_a^{n_1} n_1 \frac{1}{V_{\Theta}^{n_1+1}} \cdot \frac{dV_{\Theta}}{d\Theta}, \quad (1)$$

де P_a – тиск на початку стиснення; $V_{\Theta} = V_{\varphi-\delta\varphi_T}$ – об'єм циліндра:

$$V_{\varphi} = V_c + 0,5V_s \left[1 + \frac{1}{\lambda_{\text{ш}}} - \cos\varphi - \frac{1}{\lambda_{\text{ш}}} \sqrt{1 - (\lambda_{\text{ш}} \sin\varphi)^2} \right]; \quad V_s = V_c (\varepsilon - 1) -$$

обсяг, описуваний повним ходом поршня; V_c – обсяг камери стиснення;

$\lambda_{\text{ш}} = R_{\text{кр}} / L_{\text{ш}} = S / 2L_{\text{ш}}$ – Відношення радіуса кривошипа до довжини

шатуна; V_a - об'єм циліндра на початку стиснення; n_1 - показник політропи стиснення.

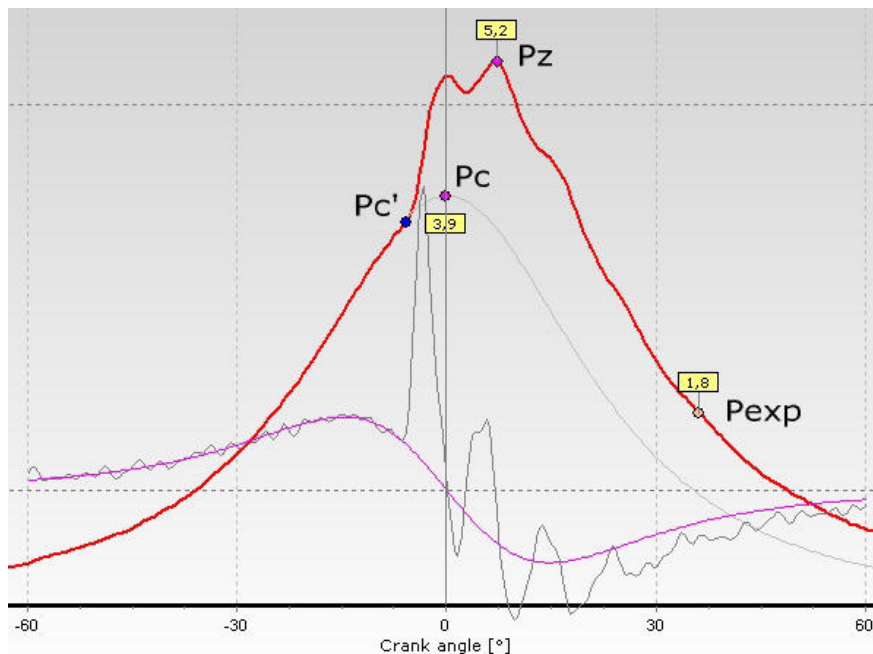


Рис. 3. Моделювання $dP/d\varphi$ на ділянці стиснення: P_c' – тиск початку згоряння; P_c – тиск в кінці стиснення; P_z – максимальний тиск згоряння палива; P_{exp} – тиск в точці 36° за ВМТ

Після нескладних перетворень права частина рівняння (1) перетворюється в нелінійне трансцендентне рівняння щодо кута ПКВ:

$$\frac{dP_{comp}}{d\varphi} = -P_a V_a^{n_1} n_1 \frac{1}{V_\varphi^{n_1+1}} \cdot 0,5V_S \left(\sin \varphi + \frac{\lambda_{III} \sin \varphi \cos \varphi}{\sqrt{1 - \lambda_{III}^2 \sin^2 \varphi}} \right) \quad (2)$$

Дійсний корінь рівняння (2) визначається за допомогою чисельного методу (наприклад, BISECT [11]) в діапазоні між абсциссами

максимумів $P'(\varphi)$ на ділянках стискування і згоряння ($[P'_{\max 1}, P'_{\max 2}]$, рис. 4). Цей корінь являє собою розрахункове значення ВМТ.

У процесі розрахунку алгоритм Rowell'64 використовується двічі: спочатку для попередньої оцінки положення ВМТ за допомогою синусоїдальної моделі, потім остаточний розрахунок шляхом моделювання швидкості зміни тиску. Метод Rowell'64 використовується для мінімізації функціоналу, записаного відповідно до вимог МНК:

$$F = \sum_{j=1}^m \left(P'_j - \frac{dP_{comp}}{d\varphi_j} \right)^2 \mapsto \min,$$

де m - кількість точок на ділянці до P'_c .

На рис. 5 представлений графік швидкості зміни тиску, отриманий за допомогою методів чисельного диференціювання кривої $P(\varphi)$. На графіку другої похідної (рис. 5) показані контрольні точки, що визначають положення ВМТ (точка m), а також граничні точки для побудови лінійної і синусоїдальної моделей. В окремих випадках пошук коефіцієнтів моделі (1) зручніше проводити шляхом пошуку мінімуму другої похідної $P''(\varphi)$.

Для випадку аналізу довільного ряду значень тиску, де представлені кілька поспіль записаних в пам'ять робочих циклів, попередню оцінку значень ВМТ (точка m) кожного циклу зручніше проводити пошуком локальних мінімумів $\frac{d^2P}{d\varphi^2} \rightarrow \min$ (рис. 4).

Крім того, при розрахунку попередньої синхронізації, в синусоїдальній і лінійній моделях використовуються координати точок B і C , де $B = P'_{\max}$, а $C = P'_{\max}$.

Ці координати розраховуються як позитивні коріння нелінійного рівняння $\frac{d^2P}{d\varphi^2} = 0$, де область визначення коренів

$$\varphi \in [2\pi - \Delta\varphi, 2\pi + \Delta\varphi], \text{ де } \Delta\varphi \leq 20^\circ \text{ ПКВ.}$$

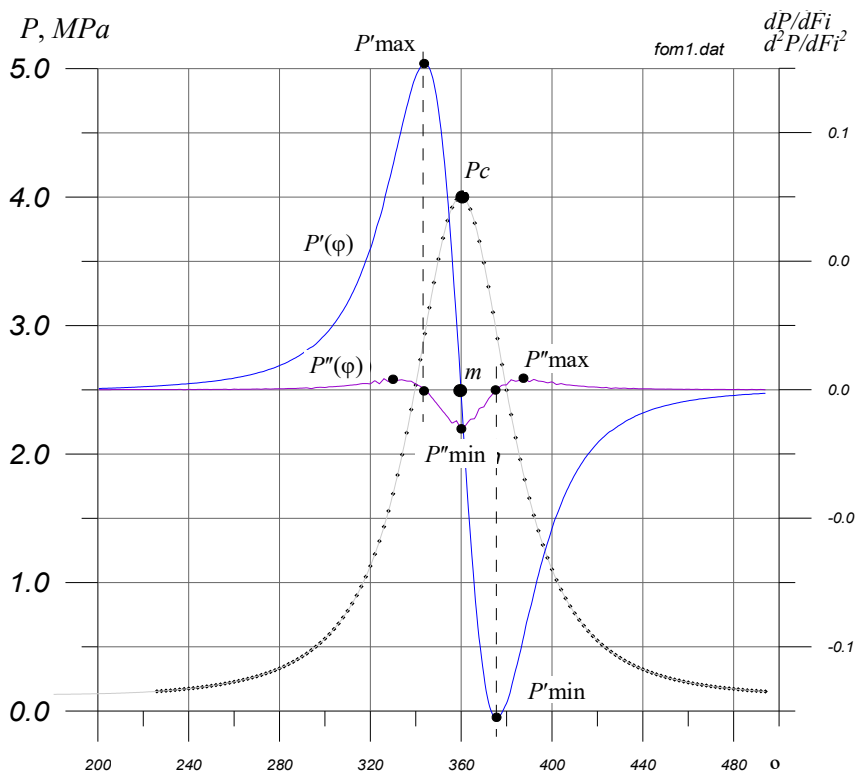


Рис. 4. Графіки $p(\varphi)$, $p'(\varphi)$, $p''(\varphi)$ стиснення-розширення ПКВ
ЧН25/34

Для визначення лівої межі в попередній синхронізації по синусоїдальній моделі використовується ліва координата максимуму другої похідної. У цьому випадку проводиться пошук локального максимуму $\frac{d^2P}{d\varphi^2} \rightarrow \min$ на області визначення значень кутів φ :

$$\varphi \in [2\pi - \Delta\varphi, 2\pi], \text{ где } \Delta\varphi \leq 30^\circ \text{ ПКВ.}$$

В кінцевому підсумку уточнювалися чисельні значення коефіцієнтів $\frac{dP_{comp}}{d\varphi}$, розраховані по записаним точкам ділянки кривої

швидкості зміни тиску до початку згоряння, і уточнювалося справжнє значення ВМТ як кут, при якому швидкість зміни тиску дорівнює нулю

Приклад рішення задачі визначення ВМТ за допомогою методу Powell'64. Визначення положення ВМТ за допомогою моделювання кривої швидкості стиснення $P'(\varphi)$ і подальшого вирішення рівняння $P'(\varphi) = 0$ є, на думку авторів, найбільш ефективним на практиці методом.

Для вирішення завдання використовується той факт, що при відсутності згоряння в циліндрі швидкість зміни тиску в ВМТ дорівнює нулю. Цифрові і аналогові шуми в вихідних даних ускладнюють моделювання ділянки стиснення на індикаторній діаграмі, але це завдання вирішується за допомогою, наприклад, Butterworth LowPass FFT Filter [7].

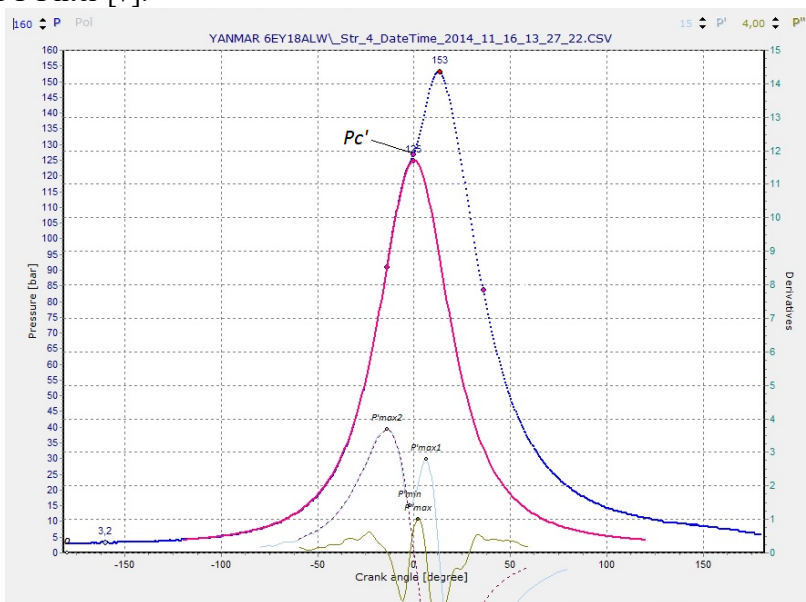


Рис. 5. Індикаторна діаграма $P(\varphi)$ і моделі P' , P'' середньооборотного дизеля Yanmar 6EY18ALW (копія екрану тестового ПО)

На рис. 5. представлено вирішення завдання визначення ВМТ вищевказаним алгоритмом для суднового середньооборотних дизеля

Yanmar 6EY18ALW. Початок згоряння палива в даному випадку - до ВМТ, і цей випадок складніший для розрахунку, ніж випадок з розрахунком малооборотних дизелів з пізнім уприскуванням палива. Інтервал моделювання кривої стиснення: від початку стиснення (закриття клапанів МГР) до початку впорскування палива в циліндр. Фазу початку згоряння P_c' було б зручно розглядати в якості правої межі, т.к. Для цього достатньо наявності лише самої діаграми $P(\varphi)$ [13]. Однак якщо розглядати праву межу як фазу початку згоряння, то в ділянку моделювання потрапляє частина даних після уприскування палива, які вже не уявляють собою політропи стиснення внаслідок випаровування палива, відбору на це частини енергії і часткового зниження тиску в циліндрі [14].

При використанні методів вібродіагностики паливної апаратури високого тиску можна визначити фазу початку впорскування палива в циліндр [5]. У всіх інших випадках необхідно враховувати затримку самозаймання палива і зрушувати на неї праву межу моделювання кривої стиснення щодо точки початку згоряння (P_c' , рис. 5).

Висновок. Алгоритм програмної синхронізації даних робочого процесу був розроблений і вперше застосований в переносних системах DEPAS 2.34 [5]. Остання модифікація алгоритму застосовується в системах DEPAS D4.0HT і отримала назву PLS-алгоритм (PhaseLess Synchronization algorithm).

У всіх випадках, де проводився пошук локальних мінімумів і максимумів нелінійних функцій від двох і більше змінних, використовувався метод мінімізації по зв'язаних напрямках, що не використовує похідні - метод Powell'64. Метод виявився стійким навіть для випадку 7% «зашумленості» даних білим шумом (оцінка рівня шумів для даних, отриманих системою D4.0H «корисний сигнал / шум» оцінюється в 3%) [5, 13]. Незважаючи на те, що, по суті, метод Powell'64 - це метод пошуку з умовним закінченням ітерацій, вдалося сформулювати такі початкові умови, при яких загальний час виконання завдання синхронізації виявилось прийнятно малим (одиниці мілісекунд) для більшості сучасних контролерів.

Накопичений досвід роботи в області моніторингу робочого процесу судових дизелів дозволяє стверджувати наступне: використання PLS-алгоритму при практичному індіціюванні СДВС більш переважно з таких міркувань:

1) автоматичний облік похибок визначення ВМТ (установка фазового датчика і маркування маховика виконується на зупиненому двигуні. Під час роботи дизеля ВМТ зміщується через скручування колінчастого вала, пропорційно навантаженню збільшується на великих від маховика циліндрах; через крутильних коливань; зазорів в КШМ та інших факторів, які неможливо врахувати в «статистиці»):

- PLS-алгоритм автоматично враховує вплив скручування колінчастого вала на навантаженому двигуні;

- PLS-алгоритм автоматично враховує вплив невідповідності між справжнім станом ВМТ і маркування на маховику, що виникає внаслідок можливої неточною маркування маховика, впливу зазорів в деталях КШМ і інших експлуатаційних факторів;

- PLS-алгоритм автоматично враховує вплив кінцевої швидкості проходження хвилі тиску в каналі індикаторного крана (від камери згоряння до мембрани датчика тиску);

2) можливість виробляти індіціювання без попередньої підготовки двигуна (під час роботи з системами моніторингу робочого процесу, що використовують апаратну синхронізацію, найбільш трудомістка і тривала частина налаштування системи - установка фазового датчика і маркування маховика):

- в разі застосування PLS-алгоритму відсутні часові та фінансові витрати на установку фазових датчиків;

- застосування PLS-алгоритму дозволяє виробляти індіціювання дизеля безпосередньо в процесі його експлуатації без примусового зміни режиму його роботи і без спеціальної підготовки, яка необхідна при апаратній синхронізації даних;

- PLS-алгоритм дозволяє створити універсальну переносну малогабаритну систему діагностичного контролю робочого процесу транспортних дизелів [1, 5, 13].

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Varbanets R., Karianskiy A. Analyse of marine diesel engine performance // Journal of Polish CIMAC. Energetic Aspects. Gdansk: Faculty of Ocean Engineering and Ship Technology Gdansk University of Technology. 2012. Vol. 7. No. 1. P. 269–275.*

2. *Stas M.* An Universally Applicable Thermodynamic Method for T.D.C. Determination // SAE Technical Paper 2000-01-0561, 2000. URL: <http://papers.sae.org/2000-01-0561/>. DOI: 10.4271/2000-01-0561.
3. *Heywood J. B.* Internal Combustion Engine Fundamentals: First Edition. McGraw-Hill Education, 1988. 930 p.
4. *CCM – COMBUSTION MONITORING SYSTEM.* URL: <http://www.imes.de/cms.html>.
5. *Варбанец П. А.* Диагностический контроль рабочего процесса судовых дизелей в эксплуатации: дис. ... д-ра техн. наук. Одесса: Одес. национ. морск. акад., 2010. 314 с.
6. *Tazerout M., Le Corre O., Rousseau S.* TDC Determination in IC Engines Based on the Thermodynamic Analysis of the Temperature-Entropy Diagram // SAE Technical Paper 1999-01-1489, 1999. URL: <http://papers.sae.org/1999-01-1489/>. DOI: 10.4271/1999-01-1489.
7. *Butterworth* filter. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Butterworth_filter.
8. *Ерыганов А. В., Варбанец П. А.* Определение степени сжатия дизеля по результатам индицирования рабочего процесса // Вестн. Астрахан. гос. техн. ун-та. Сер.: Морская техника и технология. 2017. № 1. С. 44–49.
9. *Семенов В. С.* Современные проблемы теории судовых дизелей. М.: В/О Мортехинформреклама, 1991. 112 с.
10. *Ваншейдт В. А.* Судовые двигатели внутреннего сгорания. Л.: Судостроение, 1977. 392 с.
11. *Химмельблау Д.* Прикладное нелинейное программирование. М.: Мир, 1975. 525 с.
12. *Powell M. J. D.* An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives // Computer J. 1964. No. 7. P. 155.
13. *Варбанец П. А., Головань А. И., Кучеренко Ю. Н.* Мониторинг частотных параметров судового дизеля с турбонаддувом // Вестн. Астрахан. гос. техн. ун-та. Сер.: Морская техника и технология. 2013. № 1. С. 103–110.
14. *Белоусов Е. В.* Топливные системы современных судовых дизелей: учебн. пособ. Херсон: ХГМА, 2014. 267 с.