

2. Григоров О.В. Вантажопідійомні машини: навч. посібник / О.В. Григоров, Н.О. Петренко. – Х.: НТУ „ХПІ”, 2006. – 304 с.
3. Дьяконов В. П. Mathematica 4.1/4.2/5.0 в математических и научно-технических расчетах / Дьяконов В. П. – М.: СОЛОН – Пресс, 2004. – 696 с.
4. Комаров М.С. Динамика грузоподъемных машин / Комаров М.С. – М.: Машиностроение, 1953. – 187 с.
5. Лобов Н. А. Динамика грузоподъемных кранов / Лобов Н.А. – М.: Машиностроение, 1987. – 160 с.
6. Ловейкин В. С. Расчеты оптимальных режимов движения механизмов строительных машин / Ловейкин В. С. – К.: УМК ВО, 1990. – 168 с.
7. Ловейкін В. С. Оптимізація перехідних режимів руху механізм пересування візка вантажопідійомних машин / Ловейкін В. С., Ярошенко В.Ф., Ромасевич Ю. О. // Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка. – 2007. – №59. Том 2. – С. 452–460.
8. Смахов А. А. Оптимальное управление подъемно-транспортными машинами / Смахов А. А., Ерофеев Н. И. – М.: Машиностроение, 1975. – 239 с.
9. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Эльсгольц Л. Э. – М.: Наука, 1969. – 424 с.

УДК 534.1

© В.С. Ловейкін, д.т.н.; Ю.В. Човнюк; к.т.н.; О.Ю. Костина
Національний університет біоресурсів і природокористування України

АНАЛІЗ ПРОЦЕСУ УСТАЛЕНИХ АВТОКОЛИВАНЬ В КВАЗІЛІНІЙНИХ СИСТЕМАХ З ТЕРТЯМ

Проведений аналіз процесу усталених автоколивань у квазілінійних системах з тертям. Сила тертя є причиною розгойдування автоколивань. Встановлені основні кінематичні параметри вказаних автоколивань.

АВТОКОЛИВАННЯ, СИЛА, ТЕРТЯ, СИСТЕМА.

Постановка проблеми. У механічних системах з непружними опорами стаціонарні коливні процеси виявляються можливими лише завдяки тому, що існують зовнішні впливи (збурення) періодичного

характеру. Однак у деяких системах стаціонарні коливання можливі й без періодичних впливів чи збурень ззовні. Зазвичай такі системи називають автоколивними чи самозбуджуваними. Оскільки у будь-якому реальному коливному процесі неминуче відбувається розсіювання енергії, тоді всяка автоколивна система має джерело енергії, яке поповнює всі енергетичні втрати, але за своєю природою це джерело енергії не має коливних властивостей.

Самозбереження коливань часто пов'язане з тим, що стан рівноваги системи нестійкий. Тому після будь-якого порушення (збурення) цього стану коливання не мають затухаючого характеру, а, навпаки, розгойдуються все більше й більше, при цьому сили, які створюються джерелом енергії і сприяють розгойдуванню системи, самі залежать від її руху (у стані рівноваги вони дорівнюють нулю).

Особливої уваги і подальшого всебічного дослідження заслуговують механічні автоколивання, які виникають у системах з тертям. Сила тертя, як правило, є причиною затухання коливань, але у квазілінійних системах з силою тертя, яка еволюціонує (розвивається у просторі, часі, змінюється із швидкістю руху системи тощо), остання може стати причиною розгойдування коливань. Саме така механічна система досліджується у даній роботі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У роботах [1, 2] проведені дослідження автоколивань та вимушених коливань нелінійних систем. Перелік методів та підходів до аналізу автоколивань квазілінійних систем з тертям наведений у роботах [3, 4]. Результати цих досліджень будуть використані у даній роботі.

Мета дослідження полягає у встановленні основних закономірностей руху квазілінійних систем з тертям для випадку, коли саме сила тертя є причиною існування стаціонарних автоколивань.

Результати дослідження. Для з'ясування причини виникнення автоколивань у механічній квазілінійній системі за наявної сили тертя, яка до того ж розвивається при ковзанні вантажу масою m вповдовж нескінченної стрічки (модель стрічкового конвеєра). Рух вантажу обмежений пружиною жорсткістю c . Розглянемо простий приклад [3], розрахункова схема якого наведена на рис. 1.

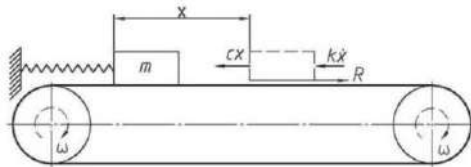


Рис. 1 – Розрахункова схема задачі

Система складається з двох барабанів, які обертаються, й приводять до руху нескінчену стрічку; на стрічці лежить вантаж масою m , рух якого обмежений пружиною жорсткістю c . Сила тертя, яка розвивається у процесі ковзання вантажу вповдовж стрічки, зміщує вантаж вправо і викликає деяке подовження пружини. Нехай у положенні рівноваги вантажу сила тертя дорівнює R_0 , тоді статичне переміщення вантажу складе

$$x_0 = \frac{R_0}{c}. \quad (1)$$

Для подальших міркувань необхідно врахувати, що сила тертя R залежить від відносної швидкості руху v (за заданого нормального тиску вантажу, який будемо вважати постійним). Нехай характеристика тертя має вид, зображений на рис. 2. Значення v_0 та R_0 відповідають стану рівноваги вантажу.

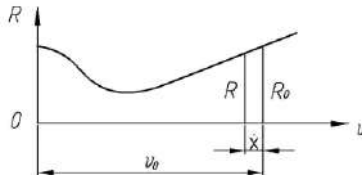


Рис. 2 – Характеристика сили тертя (залежність $R(v)$)

Припустимо, що внаслідок якогось збурення у момент часу $t = 0$ вантаж виведений зі стану спокою. З'ясуємо характер руху, який виникає після такого збурення, вважаючи, що швидкість руху стрічки у процесі коливань вантажу не змінюється. Нехай у поточний момент часу t переміщення вантажу дорівнює x , його швидкість дорівнює \dot{x} , а швидкість ковзання $v = v_0 - \dot{x}$.

У цей момент на вантаж діють три сили: реакція пружини – cx , сила тертя R і зовнішній опір, який будемо вважати пропорціональним швидкості й приймемо у вигляді – $k\dot{x}$. Сила R відрізняється від сили R_0 , оскільки швидкість відносно руху v відрізняється від швидкості v_0 .

1. Малі коливання відносної швидкості руху v .

За малих коливань відносної швидкості можна прийняти

$$R = R_0 - R'_0 \cdot \dot{x}, \quad (2)$$

де $R'_0 = \left(\frac{dR}{dv} \right)_{v=v_0}$ – тангенс кута нахилу характеристики тертя $R(v)$ у

точці з координатами (v_0, R_0) .

Рівняння руху вантажу приймає вид:

$$-cx - k\dot{x} + R = m\ddot{x}. \quad (3)$$

Підставивши в (3) вираз (2), матимемо:

$$m\ddot{x} + cx - R_0 + (R'_0 + k) \cdot \dot{x} = 0. \quad (4)$$

Перенесемо початок відліку переміщень у точку $x = x_0$, тобто введемо нову змінну $x_1 = x - x_0$.

Тоді рівняння (4) буде мати вид:

$$m\ddot{x}_1 + (R'_0 + k) \cdot \dot{x}_1 + cx_1 + cx_0 - R_0 = 0. \quad (5)$$

Згідно з виразом (1) сума двох останніх складових дорівнює нулю, тому маємо рівняння:

$$m\ddot{x}_1 + (R'_0 + k) \cdot \dot{x}_1 + cx_1 = 0. \quad (6)$$

Розгляд структури цього рівняння показує, що зі зростанням часу коливання повинні зникати, якщо сума $(R'_0 + k)$ додатна. Ця обставина має місце на зростаючій ділянці характеристики тертя $R(v)$, де $R'_0 > 0$.

Однак за невеликих значень v_0 (спадна ділянка характеристики тертя $R(v)$) величина R'_0 стає від'ємною (рис. 2). Якщо при цьому $k > |R'_0|$, тоді сума $(R'_0 + k)$ залишається додатною, і коливання будуть затухаючими. Якщо сума $(R'_0 + k)$ стає рівною нулю (тобто $k = |R'_0|$, $R'_0 < 0$), тоді у рівнянні (6) зникає член, який відповідає затуханню, і стають можливими коливання з постійною амплітудою. Якщо ж сума $(R'_0 + k)$ від'ємна, тоді система має так зване «від'ємне затухання», і коливання з плином часу будуть зростати за рахунок енергії, що передається рухомою стрічною.

Фізичний механізм (природу) «від'ємного затухання» при спадній характеристиці $R(v)$ можна з'ясувати з таких міркувань. Коли вантаж рухається вправо, тобто у бік руху стрічки, тоді відносна швидкість ковзання зменшується. Разом з тим сила тертя збільшується і її приріст спрямований вправо, тобто у бік руху. У іншому інтервалі руху, коли вантаж рухається вліво, приріст сили тертя спрямований також вліво, тобто знову у бік руху. Такий характер зміни сили тертя і є причиною зростання коливань.

Отже, для зростання у часі коливань необхідно виконати умову $R'_0 + k < 0$, що можливо тільки при достатній крутизні падіння характеристики $R(\nu)$. Зазвичай вказана умова виконується лише за малих значень швидкості ν_0 .

Як встановлено вище, нестійкість стану рівноваги може бути виявлена за припущення щодо малості коливань, тобто за допомогою лінійного наближення. Однак, якщо відмовитись від цього припущення й прослідкувати за подальшим перебігом процесу, то можна виявити таке. Зростання амплітуд сповільнюється поступово і насамкінець амплітуда повністю стабілізується. Цей процес усталених (стаціонарних) автоколивань подано на рис. 3 і зветься граничним циклом. Важливою особливістю граничного циклу є його повна незалежність від початкових умов; після будь-якого збурення стану рівноваги система наближається до одного й того ж граничного циклу. Для вияву параметрів (частоти, амплітуди) усталених автоколивань необхідний аналіз відповідної нелінійної задачі.

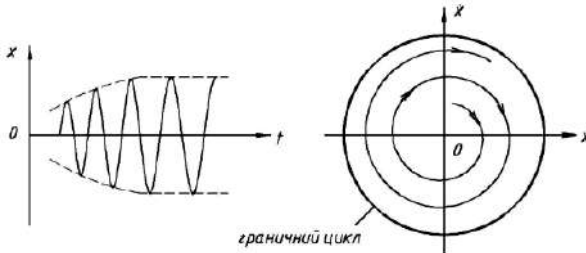


Рис. 3 – Процес усталених (стаціонарних) автоколивань (граничний цикл)

Якщо стаціонарні автоколивання мають майже гармонічний характер і здійснюються з частотою вільних коливань системи, тоді відповідні (механічні) системи називаються квазілінійними [3,4].

2. Автоколивання квазілінійних механічних систем.

2.1. Основне рівняння автоколивань.

Для сили тертя, яка розвивається при коливаннях, вище приймалось лінійне наближення. Цього було достатньо для дослідження стійкості стану рівноваги, але для аналізу процесу усталених автоколивань необхідно врахувати нелінійні члени.

Розкладемо функцію $R(\nu)$ у ряд Тейлора (Маклорена):

$$R = R_0 + \left(\frac{dR}{d\nu} \right) \Big|_{R_0, \nu_0} \cdot \Delta\nu + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2 R}{d\nu^2} \right) \Big|_{R_0, \nu_0} \cdot (\Delta\nu)^2 + \frac{1}{3!} \left(\frac{d^3 R}{d\nu^3} \right) \Big|_{R_0, \nu_0} \cdot (\Delta\nu)^3 + \dots, \quad (7)$$

де $\Delta\nu = \nu - \nu_0 = -\dot{x}_1$.

Подамо розгорнутий розклад у ряд Маклорена функції $R(\nu)$ із врахуванням (7):

$$R = R_0 - R'_0 \cdot \dot{x}_1 + \frac{1}{2!} R''_0 \cdot \dot{x}_1^2 - \frac{1}{3!} R'''_0 \cdot \dot{x}_1^3 \quad (8)$$

й обмежимося виписаними складовими. Тоді рівняння коливань замість (6) прийме такий вигляд:

$$m\ddot{x}_1 + cx_1 + (R'_0 + k) \cdot \dot{x}_1 - \frac{R''_0}{2} \cdot \dot{x}_1^2 + \frac{R'''_0}{6} \cdot \dot{x}_1^3 = 0. \quad (9)$$

При цьому вважаємо, що швидкість ν_0 відповідає спадаючій ділянці характеристики сили тертя $R(\nu)$.

2.2. Стаціонарні автоколивання квазілінійної механічної системи з тертям.

Для розв'язку рівняння (9) використаємо метод енергетичного балансу [3, 4]. Вважаємо, що стаціонарні автоколивання розглядуваної системи можуть бути наближено описані гармонічним законом

$$x_1 = a \cdot \sin pt; \quad (10)$$

з частотою p вільних коливань системи. Вираз (10) стає абсолютно точним, якщо змінна частина сили тертя R , яка виражається трьома останніми членами рівняння (8):

$$\tilde{R} = (R'_0 + k) \cdot \dot{x}_1 - \frac{R''_0}{2} \cdot \dot{x}_1^2 + \frac{R'''_0}{6} \cdot \dot{x}_1^3, \quad (11)$$

тотожно дорівнює нулю. Зрозуміло, що обчислюючи суму цих членів за допомогою виразу (10), слід впевнитись у тому, що ця тотожність не виконується; однак можна для отримання наближеного розв'язку обмежитись пом'якшеною вимогою, щоб робота сил тертя виявилась рівною нулю за один цикл коливання. Хоча такий розв'язок не забезпечить постійного значення енергії системи для будь-якого моменту часу, але відповідає постійному значенню енергії у середньому за період.

Робота сили тертя \tilde{R} за час dt складає:

$$\tilde{R} \cdot dx_1 = \tilde{R} \cdot \frac{dx_1}{dt} \cdot dt = \tilde{R} \cdot \dot{x}_1 \cdot dt, \quad (12)$$

а робота сили тертя за період T має вигляд:

$$\int_0^T \tilde{R} \cdot \dot{x}_1 dt = 0, \quad (13)$$

де T – період автоколивань, який вважаємо рівним власному періоду.

Підставляючи в (13) силу тертя \tilde{R} з виразу (11), матимемо

$$\int_0^T \left[(R'_0 + k) \cdot \dot{x}_1^2 - \frac{R''_0}{2} \cdot \dot{x}_1^3 + \frac{R'''_0}{6} \cdot \dot{x}_1^4 \right] dt = 0. \quad (14)$$

Згідно з виразом (10) $\dot{x}_1 = ap \cos pt$, тоді:

$$\int_0^T \left[(R'_0 + k) \cdot \cos^2 pt - \frac{R''_0}{2} \cdot ap \cos^3 pt + \frac{R'''_0}{6} \cdot a^2 p^2 \cos^4 pt \right] dt = 0. \quad (15)$$

Після інтегрування знайдемо амплітуду автоколивань

$$a = \frac{2}{p} \sqrt{-\frac{2 \cdot (R'_0 + k)}{R'''_0}}. \quad (16)$$

Оскільки сума $(R'_0 + k)$ від'ємна, тоді підкореневий вираз додатний лише при додатній третій похідній R'''_0 ($R'''_0 > 0$). Якщо можна знехтувати всіма непружними опорами, крім сили тертя R , тобто $k = 0$, можна отримати більш просту формулу для амплітуди:

$$a = \frac{2}{p} \sqrt{-\frac{2 \cdot R'_0}{R'''_0}}. \quad (17)$$

Зрозуміло, що (17) має зміст при $R'_0 < 0$ й $R'''_0 > 0$.

2.3. Аналіз автоколивань конкретної квазілінійної механічної системи з тертям.

Визначимо амплітуду автоколивань для випадку, коли характеристика сили тертя $R(v)$ описується таким рівнянням (рис. 4):

$$R = 3 \cdot R_* \cdot \left(1 - \frac{v}{v_*} + \frac{v^3}{3v_*^3} \right), \quad (18)$$

де R_* й v_* – відповідно сила тертя й швидкість відносного руху у точці мінімуму характеристики $R(v)$.

Номінальна швидкість ковзання v_0 знаходиться на спадаючій ділянці характеристик поблизу точки мінімуму v й дорівнює $0,95v_*$.

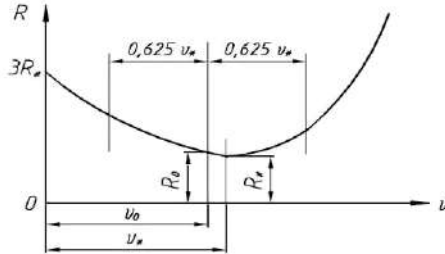


Рис. 4 – Характеристика сили тертя $R(v)$ (18).
Диференціюючи задане рівняння (18), знайдемо:

$$R' = \frac{3 \cdot R_*}{v_*} \cdot \left(\frac{v^2}{v_*^2} - 1 \right); \quad R'' = \frac{6R_*}{v_*^3}. \quad (19)$$

Підставляючи у вираз R' значення $v_0 = 0,95v_*$, матимемо:

$$R'_0 = -\frac{0,2925 \cdot R_*}{v_*}. \quad (20)$$

За формулою (17) знаходимо амплітуду автоколивань:

$$a = \frac{2 \cdot v_*}{p} \cdot \sqrt{0,0975} = \frac{0,626 \cdot v_*}{p}. \quad (21)$$

Максимальна швидкість автоколивань:

$$\dot{x}_{1\max} = ap = 0,626 \cdot v_*. \quad (22)$$

На рис. 4 показані межі коливань швидкості \dot{x}_1 , ці коливання у порівнянні з v_0 досить значної амплітуди.

Максимальні швидкості коливання при інших співвідношеннях $v_0:v_*$ мають значення, які наведені у таблиці 1.

Таблиця 1 – Максимальні швидкості коливань при різних значеннях $v_0:v_*$

v_0/v_*	0,900	0,925	0,950	0,975	1,000
$v_{1\max}/v_*$	0,873	0,761	0,626	0,445	0,000

При $v_0 > v_*$ автоколивання неможливі, оскільки $R'_0 > 0$. При $v_0 < 0,9v_*$ відповідні обчислення не здійснювались, оскільки коливання швидкості стають настільки значними, що відносна швидкість зменшується до нуля, і у деякі інтервали часу вантаж знаходиться у стані відносного спокою відносно стрічки (тобто

рухається рівномірно). При цьому не можна використовувати закон руху (10).

2.4. Аналіз процесу встановлення автоколивень у квазілінійних системах з тертям.

За допомогою методу енергетичного балансу можна не тільки визначити амплітуду стаціонарних автоколивень, але й дослідити сам процес її встановлення. Для цього необхідно виходити не з виразу (10), який відповідає руху з постійною амплітудою, а з більш узагальненого виразу:

$$x_1 = a(t) \cdot \sin pt, \quad (23)$$

вважаючи, що амплітуда постійно змінюється з часом t .

Однак ці зміни можна вважати повільними, вважаючи, що приріст Δa за один період малий у порівнянні з амплітудою a . У такому випадку вираз швидкості наближено набуває виду:

$$\dot{x}_1 = a(t) \cdot p \cdot \sin pt. \quad (24)$$

Відповідно до цього робота сили тертя за один період виражається інтегралом (14), у даному випадку цей інтеграл не дорівнює нулю, а представляє собою приріст енергії системи за один цикл

$$\int_0^T \left(R'_0 + k \right) \cdot \dot{x}_1^2 - \frac{R''_0}{2} \cdot \dot{x}_1^3 + \frac{R'''_0}{6} \cdot \dot{x}_1^4 \Big] dt = \Delta \Pi, \quad (25)$$

або, обчислюючи (при припущенні про постійне значення амплітуди a), знаходимо:

$$\Pi \cdot p \cdot a^2 \cdot \left(R'_0 + k + \frac{1}{8} R'''_0 \cdot a^2 \cdot p^2 \right) = \Delta \Pi. \quad (26)$$

Приріст $\Delta \Pi$ можна також розрахувати шляхом порівняння потенціальної енергії у два послідовні моменти часу, коли система має максимальні відхилення:

$$\Pi = \frac{ca^2}{2}; \quad \Pi + \Delta \Pi = \frac{c \cdot (a + \Delta a)^2}{2}. \quad (27)$$

Віднімаючи від другого виразу перший у (27), матимемо:

$$\Delta \Pi \approx c \cdot a \cdot \Delta a. \quad (28)$$

Порівнюючи вирази (25) й (28), знаходимо:

$$\Pi \cdot p \cdot a^2 \cdot \left(R'_0 + k + \frac{1}{8} R'''_0 \cdot a^2 \cdot p^2 \right) = c \cdot a \cdot \Delta a. \quad (29)$$

Розглядаючи тепер a як неперервну функцію аргументу t , зробимо таку заміну:

$$\Delta a = \frac{da}{dt} \cdot T, \quad T = \frac{2\pi}{p}. \quad (30)$$

Тоді замість виразу (29) матимемо диференціальне рівняння:

$$\frac{da}{dt} = \frac{a}{2m} \cdot \left(R'_0 + k + \frac{1}{8} \cdot R_0''' \cdot a^2 \cdot p^2 \right). \quad (31)$$

Інтегруючи це диференціальне рівняння при початкових умовах $a = a_0$ при $t = 0$, матимемо рівняння огинаючої (рівняння встановлення):

$$a = \frac{b}{\sqrt{\left(1 + \frac{b^2}{a_0^2}\right) \cdot \exp\left[-\frac{(k + R'_0)}{m} \cdot t\right]} - 1}, \quad (32)$$

де
$$b^2 = \frac{8 \cdot (R'_0 + k)}{p^2 \cdot R_0''}. \quad (33)$$

При $t \rightarrow \infty$ звідси знову впливає формула (16) для амплітуди стаціонарних автоколивань.

2.5. Аналіз процесу встановлення автоколивань та виявлення граничного циклу на фазовій площині.

Процес встановлення, а також граничний цикл автоколивань на фазовій площині можна виявити за допомогою дельта-методу [3, 4] та методу Льєнара [4].

Для цього позначимо $x_1 = y$, тоді

$$\frac{dy}{dt} = v. \quad (34)$$

Диференціальне рівняння (9) приймає вид:

$$\frac{dv}{dt} = f(v) - p^2 v, \quad (35)$$

де
$$f(v) = -\frac{(R'_0 + k)}{m} \cdot v + \frac{R_0''}{2m} \cdot v^2 - \frac{R_0''''}{6m} \cdot v^3. \quad (36)$$

Якщо рівняння (35) ще один раз продиференціювати по t , тоді матимемо:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 v}{dt^2} = f'(v) \cdot \frac{dv}{dt} - p^2 \cdot v, \quad f'(v) = & -\frac{(R'_0 + k)}{m} + \frac{R_0''}{2m} \cdot 2v - \\ & - \frac{R_0''''}{6m} \cdot 3 \cdot v^2. \end{aligned} \quad (37)$$

Після спрощень замість (37) матимемо:

$$\frac{d^2v}{dt^2} + p^2 \cdot v + \left[\frac{R_0' + k}{m} - \frac{R_0''}{m} \cdot v + \frac{R_0'''}{2m} \cdot v^2 \right] \cdot \frac{dv}{dt} = 0. \quad (38)$$

Поділивши рівняння (35) на (34), отримаємо основне диференціальне рівняння фазових траєкторій:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{f(v) - p^2 y}{v}. \quad (39)$$

Сукупність інтегральних кривих цього диференціального рівняння (чи рівняння (38)) утворює фазовий портрет системи, що досліджується.

Введемо безрозмірний час $\tau = p \cdot t$ й позначимо:

$$v = \frac{dy}{d\tau} = \frac{v}{p}. \quad (40)$$

Тоді диференціальне рівняння (39) набуває вигляду:

$$\frac{dv}{dy} = -\frac{\delta(v) + y}{v}, \quad (41)$$

де
$$\delta(v) = -\frac{f(pv)}{p^2}. \quad (42)$$

Для малих інтервалів часу і відповідно за малих приростів v величину δ можна вважати постійною. При цьому у диференціальному рівнянні (41) змінні y та v розділяються, і після інтегрування матимемо остаточне рівняння

$$v^2 + (y + \delta)^2 = const. \quad (43)$$

Це рівняння описує коло, центр котрого розміщений на вісі абсцис у точці $y = -\delta$; $v = 0$. Таким чином, для малого інтервалу часу відрізок фазової траєкторії представляє собою дугу кола з центром у вказаній точці.

Чисельні розрахунки фазової кривої для процесу встановлення фрикційних автоколивань, які описуються рівнянням (9), якщо сила тертя дається у вигляді (18), а параметри системи складають:

$m = 98 \text{ кг}$, $c = 9,8 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$, $R_* = 98 \text{ Н}$, $v_0 = 9,5 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}$, $v_* = 10^{-1} \text{ м/с}$.
З виразу (18) знаходимо

$$R'_0 = \frac{3 \cdot R_*}{v_*} \cdot \left(\frac{v_0^2}{v_*^2} - 1 \right) = -286,65 \frac{H \cdot c}{m}; \quad R''_0 = \frac{6 \cdot R_* \cdot v_0}{v_*^3} = 55860 \frac{H \cdot c^2}{m^2};$$

$$R'''_0 = \frac{6 \cdot R_*}{v_0^3} = 588000 \frac{H \cdot c^3}{m^3}.$$

Тоді вираз (36) набуває виду:

$$f(v) = 2,925 \cdot v + 285 \cdot v^2 - 1000 \cdot v^3.$$

Визначимо частоту автоколивань:

$$p = \sqrt{\frac{c}{m}} = 100c^{-1}.$$

За виразом (42) знаходимо

$$\delta(v) = -0,029 \cdot v - 286 \cdot v^2 + 10^5 \cdot v^3. \quad (44)$$

Першу фазову траєкторію будемо, починаючи з заданої початковими умовами точки фазової площини ($x_0 = y_0 = 0$, $v_0 = 9 \cdot 10^{-4}$). Тоді за формулою (44) маємо: $\delta = -0,0002$.

Фазова траєкторія на площині (y, v) зображена на рис. 5 і позначається цифрою II. Вона представляє собою спіраль, яка згортається. Інша фазова траєкторія, яка починається у точці $(0; 4,5 \cdot 10^{-4})$, є спіраллю, яка розгортається; вона позначена цифрою I. Фазові траєкторії типу I та II необмежено наближаються до замкненої траєкторії A, яка і є граничним циклом.

Крива A несиметрична, причому особливо значне порушення симетрії відносно вертикальної вісі. Максимальне і мінімальне відхилення системи при її русі по граничному циклу дорівнюють відповідно $6 \cdot 10^{-4}$ та $5 \cdot 10^{-4}$ м. Таким чином, центр коливань дещо зміщений у напрямку вісі x ($x \equiv y$) й напіврозмах коливань складає $5 \cdot 10^{-4}$ м. Найбільше значення $v = 5 \cdot 10^{-4}$ м і максимальна швидкість $v_{\max} = v \cdot p = 100c^{-1} \cdot 5,5 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}$. Ці результати задовільно узгоджуються з розв'язком (16), згідно якому амплітуда автоколивань дорівнює $6,4 \cdot 10^{-4}$ м і максимальна швидкість $v_{\max} = a \cdot p = 6,4 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}$.

Вбудь-якому випадку більш точними слід вважати результати графо-аналітичного розв'язку за допомогою дельта-методу чи методу Льєнара [3,4]. В усякому випадку, цей підхід вільний від довільного

припущення про гармонічний характер процесу, яке було прийняте у аналітичному розв'язку енергетичним методом.

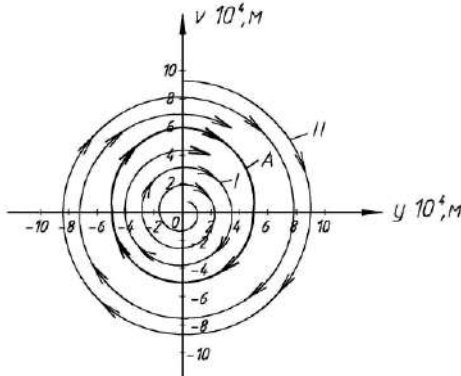


Рис. 5 – Фазовий портрет системи

Висновки

1. З'ясована природа та фізичний механізм виникнення механічних автоколивань у системах з тертям.

2. Запропонована математична модель стаціонарних автоколивань у вказаних системах, яка зведена до звичайного нелінійного диференціального рівняння. Досліджені основні параметри стаціонарних автоколивань та процеси їх встановлення.

3. Використання графо-аналітичних методів, зокрема дельта-методу та методу Льенара, дозволило встановити параметри граничного циклу автоколивань на фазовій площині.

4. Отримані у роботі результати можуть бути у подальшому використані для уточнення й вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку механічних систем з тертям (зокрема, стрічкових конвеєрів для транспортування сипких матеріалів), яким за певних умов притаманні стаціонарні (фрикційні) автоколивання, на стадія їх проектування/ конструювання та у режимах реальної експлуатації.

Література

1. Горюнов В.И. О влиянии нелинейного сопротивления среды и веса на устойчивость и частоту автоколебаний проводящей сферической частицы в поле плоского конденсатора / В.И. Горюнов, В.С. Метрикин // Известия вузов СССР. Серия «Приборостроение». – 1970. – Т. XIII. – №8. – С. 5-9.

2. Попов Е.П. Приближенное исследование автоколебаний и вынужденных колебаний нелинейных систем / Е.П. Попов //Известия АН СССР. Серия «ОТН». – 1954. – №5. – С. 11–22.

3. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории упругих колебаний / Я.Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1967. – 316 с.

4. Вибрации в технике: Справочник. В 6-тит. – М.: Машиностроение, 1979. – Т.2. Колебания нелинейных механических систем / Под ред. И.И. Блехмана. – 1979. – 351 с.

УДК 633.522:677

© П.В. Лук'яненко, к.т.н.

Дослідна станція луб'яних культур Інституту сільського господарства Північного Сходу Національної академії аграрних наук

ЯКІСТЬ ВОЛОКНА КОНОПЕЛЬ ПРИ ЗБИРАННІ ТРЕСТИ В ОСІННІЙ ТА ВЕСНЯНИЙ ПЕРІОДИ

Вивчено питання переробки складових трести конопель, отриманих після збирання насіння зернозбиральним комбайном. Здійснений аналіз показників якості волокна із складових трести конопель при їх збиранні в осінній та весняний періоди.

ВОЛОКНО, КОНОПЛЯ, ТРЕСТА, ЗБИРАННЯ.

Постановка проблеми. В країнах Європи для збирання насінневих конопель використовуються зернозбиральні комбайни [1,2]. З метою механізації виробничих процесів починаючи з 2005 року дану технологію збирання насіння конопель почали використовувати і в Україні [3-5]. Для цього насіннева частина стебла зрізується різальним апаратом з наступним її обмолочуванням в молотильно-сепаруючому апараті комбайна.

Після збирання насіння зернозбиральним комбайном на полі залишаються стебла нижче лінії зрізування різальним апаратом, частина з яких прикоткована колесами комбайна, зрізані стебла, які зійшли з клавіш соломотрясу на землю після обмолочування в молотарці комбайна та бур'яни, що знаходяться нижче лінії зрізування. Треста із вищезгаданих складових стебел вилежується на полі в осінній або, навіть і в зимовий періоди, якщо осінніх погодних умов недостатньо для її готовності.