

УДК 614.84:534.014.1

© О.Г. Приймаков, к.т.н.

Національний університет цивільного захисту України

Ю.О. Градиський, к.т.н.

Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенка

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КОЛИВАНЬ ВАНТАЖУ ПРИ ПОВОРОТІ КРАНА ПІДЙОМНО-ТРАНСПОРТНОЇ МАШИНИ

В статті запропонована математична модель стрілової системи крана з двома ступенями свободи в умовах рівномірного і нерівномірного нерівноприскореного повороту. Встановлені зони безпечних амплітуд коливань і безпечних зон експлуатації таких кранів.

ПІДЙОМНО-ТРАНСПОРТНІ МАШИНИ, НЕРІВНОМІРНИЙ ПОВОРОТ, СТІЛА, КАНАТ.

Постановка проблеми. Робота підйомно-транспортних машин (ПТМ) тісно узгоджується з виробничим циклом і впливає на продуктивність, час та ефективність експлуатації виробничого устаткування, транспортних засобів і в цілому — на технологічний процес промислових і транспортних підприємств. Від характеру робочих рухів залежать навантажувальні, часові, геометричні, кінематичні й інші параметри перевантажувального процесу.

Істотною особливістю ПТМ є обмеження, що накладаються на їх характеристики: швидкості руху, повороту і зачерпування вантажу, прискорення, обертаючі моменти. Першорядне значення має те, що ПТМ являють собою динамічні системи, стан яких змінюється в часі: вони піддаються збурюванням (тиск вітру, коливання температури, динамічні навантаження і т.д.).

Для розв'язку завдання поліпшення конструктивних і експлуатаційних показників ПТМ може бути використана математична модель процесів експлуатації ПТМ з метою виявлення умов недопущення надзвичайних ситуацій.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Однією з причин зменшення продуктивності вантажопідйомних машин є розгойдування вантажу на гнучкому підвісі (канаті). Найбільш характерним є розгойдування вантажу при повороті крана через дію відцентрової сили і сили інерції вантажу при пусках і зупинках. Таким чином, вантаж одночасно коливається у площині хитання стріли і зміщається з цієї площини. Накладення цих двох коливань утрудняє роботу крановика,

знижує безпеку виконання робіт. Для зменшення розгойдування вантажу збільшують час розгону, або застосовують керований електропривод, який розганяє і зупиняє кран за певним законом. Другому способу керування приділяється досить велика увага [1, 2]. Однак дані методи керування не враховують різні конструктивні та експлуатаційні фактори, такі, як зазори в передавальних механізмах і жорсткість елементів конструкції. У зв'язку з цим, актуальним завданням є пошук режиму повороту крана, який би враховував вплив його конструктивних особливостей.

Подібні спроби наведені в [3], але вони вимагають уточнення з урахуванням повного значення кінетичної та потенційної енергії в рівнянні руху.

Мета дослідження. Мета даної роботи полягає в дослідженні впливу відцентрових сил на коливання вантажу, підвішеного на гнучкому канаті, при повороті стріли крана для визначення безпечних амплітуд коливань і безпечних зон експлуатації.

Результати досліджень. Для визначення функції Лагранжа і виведення рівнянь руху вантажу відповідно до [3], розрахункова схема представлена на рис. 1. Введемо наступні позначення: m – маса вантажу, l – довжина підвісу, r – відстань від точки підвісу до осі обертання, ω – кутова швидкість повороту крана, θ – кут відхилення канату від вертикалі, φ – кут повороту стріли крана.

Визначимо відстань від осі обертання до вантажу ($O'B$):

$$l_1 = r + l \sin \theta,$$

тоді

$$d l_1 = l \cos \theta d \theta.$$

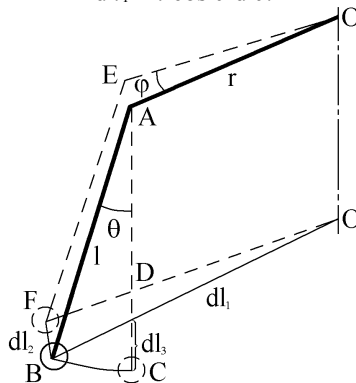


Рис. 1 – Розрахункова схема стрілової системи крана з двома ступенями свободи

Визначимо довжину дуги, по якій проходить вантаж при повороті крана навколо осі OO' (BF):

$$d l_2 = (r + l \sin \theta) d \varphi.$$

Зміна висоти вантажу (DC):

$$l_3 = l (1 - \cos \theta);$$

$$d l_3 = l \sin \theta d \theta.$$

Отже, швидкості змін $d l_1$, $d l_2$, $d l_3$:

$$\frac{d l_1}{d t} = l \cos \theta \frac{d \theta}{d t} = l \cos \theta \times \dot{\theta},$$

$$\frac{d l_2}{d t} = (r + l \sin \theta) \frac{d \phi}{d t} = (r + l \sin \theta) \times \dot{\phi},$$

$$\frac{d l_3}{d t} = l \sin \theta \frac{d \theta}{d t} = l \sin \theta \times \dot{\theta}.$$

а кінетична, потенційна енергія і функція Лагранжа:

$$T = \frac{m}{2} \left[l^2 \dot{\theta}^2 + (r + l \sin \theta)^2 \dot{\phi}^2 \right],$$

$$U = m g l \cos \theta,$$

$$L = T - U = \frac{m}{2} \left[l^2 \dot{\theta}^2 + (r + l \sin \theta)^2 \dot{\phi}^2 \right] + m g l \cos \theta.$$

Складемо рівняння руху системи

$$\begin{cases} \frac{d}{d t} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0, \\ \phi = \phi(t). \end{cases} \quad (1)$$

Знайдемо власні похідні функції Лагранжа:

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = \frac{m}{2} 2(r + l \sin \theta) l \cos \theta \dot{\phi}^2 - m d l \sin \theta = m l \dot{\phi}^2 (r + l \sin \theta) \cos \theta - m g l \sin \theta, \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = \frac{m}{2} l^2 2 \dot{\theta} = m l^2 \dot{\theta}, \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = m l^2 \ddot{\theta}. \quad (4)$$

Підставляючи (2) - (4) в (1), одержимо:

$$\begin{cases} \ddot{\theta} - \left(\frac{r}{l} + \sin \theta \right) \cos \theta \dot{\phi}^2 + \frac{g}{l} \sin \theta = 0, \\ \phi = \phi(t). \end{cases} \quad (5)$$

Розглянемо випадок повороту крана з постійною кутовою швидкістю ω . Тоді $\dot{\phi} = \omega = \text{const}$. Початкові умови для розв'язку системи:

$$\theta(0) = 0; \quad \dot{\theta}(0) = 0; \quad (6)$$

Розв'язок системи (5) за даних умов буде описуватися рівнянням гармонійних коливань:

$$\theta = A \sin^2(\Omega t),$$

де амплітуда A і кругова частота Ω цих коливань визначаються за формулами:

$$A = 2\theta_0 = \frac{2\omega^2 r}{\frac{g}{l} - \omega^2}. \quad (7)$$

$$\Omega = \frac{\sqrt{\frac{g}{l} - \omega^2}}{2}. \quad (8)$$

Для зручності подальшого аналізу перетворимо систему (5), увівши наступні параметри: $\alpha = \frac{r}{l}$, $\beta = \frac{g}{l}$. Тоді вирази (5), (7), (8) приймуть вигляд:

$$\begin{cases} \ddot{\theta} - (\alpha + \sin \theta) \cos \theta \dot{\phi}^2 + \beta \sin \theta = 0, \\ \phi = \phi(t). \end{cases} \quad (9)$$

$$A = \frac{2\omega^2}{\beta - \omega^2} \alpha.$$

Розв'яжемо систему (9) чисельними методами, використовуючи початкові умови (6). Проаналізуємо вплив параметрів α , β , ω на амплітуду коливань [5].

Виходячи з того, що вантаж не повинен відхилитися більш ніж на 90° , тому що його траєкторію в цьому випадку не можна представити у вигляді окружності, можна виявити область значень α і β , при якій для даної кутової швидкості амплітуда коливань не перевищує 90° .

Графіки представлені на рис. 2. Заштрихованою частиною на графіках показані значення, при яких амплітуда перевищує 90° .

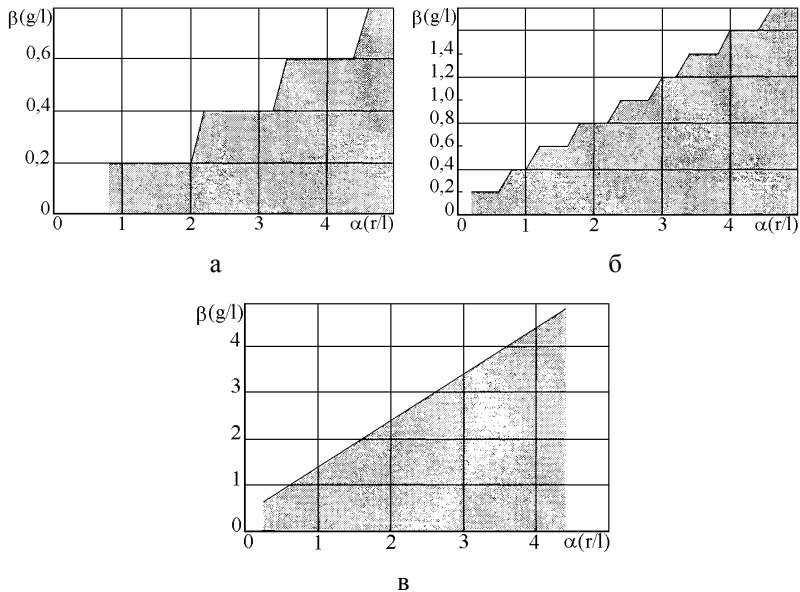


Рис. 2. Взаємозв'язок значень α і β , при яких значення амплітуди перевищує 90° : а – $\omega = 0,4$; б – $\omega = 0,6$; в – $\omega = 1,0$

Таким чином, розглянутий випадок рівномірного повороту стріли крана і виявлена залежність амплітуди коливання вантажу від геометричних параметрів $\frac{r}{l}$, $\frac{g}{l}$ і кутової швидкості повороту ω .

Розглянемо випадок нерівномірного нерівноприскореного повороту стріли крана, тобто $\ddot{\varphi} \neq 0$. Для дослідження даного руху необхідно задати таку залежність кутової швидкості повороту крана від часу, яка найбільше точно відповідала б руху реальної машини. У наближенні її графік можна представити як чверть періоду синусоїди. При цьому залежність кутової швидкості повороту стріли крана від часу буде мати вигляд

$$\alpha(t) = \omega_0 \sin^2 \left(\frac{\pi}{2t_n} t \right)$$

де ω_0 – кутова швидкість повороту стріли крана; t_n – час пуску механізму повороту.

Отже, кругова частота

$$\Omega = \frac{\sqrt{\beta - \omega^2}}{2}$$

В результаті одержимо залежності максимального кута відхилення канату від вертикалі при зміні α і β від 0,2 до 5 (рис. 2, 3). В розрахунках прийнято час пуску, рівний $t_n = 5$ с, згідно з рекомендаціями ВНДПТМаша [4].

Враховуючи, що відхилення канату від вертикалі не може перевищувати 90° , то знайдемо область значень α і β , де це відхилення допустиме. На рис. 3 заштрихована частина являє собою область взаємозалежних значень, для яких кут відхилення канату від вертикалі перевищує допустимий.

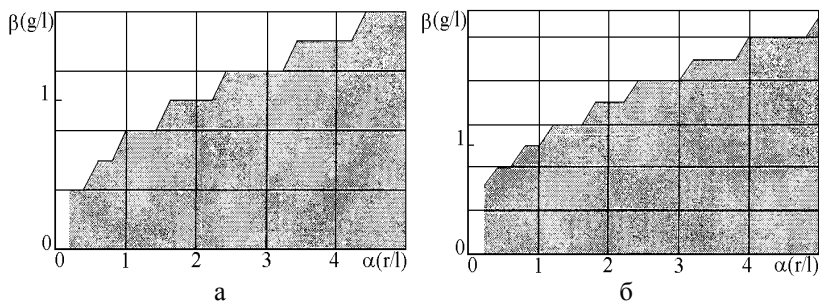


Рис. 3. Значення α і β , при яких кут відхилення канату від вертикалі перевищує 90° : а – $\omega = 0,8$; б – $\omega = 1,0$

Висновки. Таким чином, запропонована математична модель стрілової системи крана з 2 ступенями свободи. Розглянуті варіанти руху ведучої ланки (стріли) – рівномірний і нерівномірний нерівноприскорений поворот. Розроблена математична модель є частиною узагальненої моделі крана і може бути використана для створення процесів оптимального керування крановими механізмами.

Визначені значення параметрів α і β , граничні значення кутової швидкості повороту стріли крана $\omega(t)$, при яких може виникнути надзвичайна ситуація.

Слід виключити такі режими експлуатації стрілових кранів з технологічних карт вантажно-розвантажувальних робіт, які можуть привести до створення надзвичайних ситуацій і навіть до загибелі людей.

Література

1. Найденко Е.В. Микропроцессорное управление асинхронным электроприводом механизма поворота с подвешенным грузом / Е.В. Найденко // Электротехнические и компьютерные системы. – 2009. – Вып. 73. – С. 16–20.
2. Тепляков А.Г. Реализация оптимального управления частотным электроприводом механизма поворота / А.Г. Тепляков // Электромашиностроения та електрообладнання. – 2004. – Вып. 62. – С. 36–39.
3. Ловейкін В.С. Нелінійні маятникові коливання вантажу на гнучкому підвісі при різних режимах обертання / В.С. Ловейкін, А.В. Бойко, Ю.В. Човнюк // Вісник ТНТУ. – 2010. – Том 15. – № 3. – С. 41–48.
4. Иванченко Ф.К. Расчеты грузоподъемных и транспортирующих машин / Ф.К. Иванченко и др. – К.: Вища школа, 1978. – 576 с.
5. Приймаков О.Г. Визначення енергокінематичних параметрів кулькових млинів для виготовлення вогнегасних порошків / О.Г. Приймаков, Ю.О. Градиський // Проблемы пожарной безопасности. – 2013. – Вып. 33. – С. 147–156.

Рецензент д.т.н., проф. В.А. Войтов